H-W ① Find the Current density for the flow of particle move with the wave function $\psi(x) = 5e^{ix^2}$ where the operator is $\frac{\partial}{\partial x}$?

② Use uncertainty principle to prove impossibility of finding the electron inside the nucleus ?

③ IS the wave function $\psi(x) = \cos x^2$ an eigen function to the operator $\hat{P}_x^2$ or not? If yes find the eigen value ?

④ The wave function for a particle confined to $0 \leq x \leq a$ is $\psi(x) = A \sin\left(\frac{\pi x}{a}\right)$ Find ⓐ The normalization Constant A ⓑ Determine the probability that the particle is found in the interval $\frac{a}{2} \leq x \leq \frac{3a}{4}$?

⑤ Consider a particle trapped in a well with potential

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq a \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases}$$

Show that $\psi(x,t) = A \sin(kx) \exp(-iEt/\hbar)$ solves the schrodinger equation provided that $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$?

⑥ $\psi(x) = A(ax - x^2)$ for $0 \leq x \leq a$

ⓐ Normalize the wave function ⓑ Find Δx

⑦ Find A and B so that

$$\phi(x) = \begin{cases} A & \text{for } 0 \leq x \leq a \\ Bx & \text{for } a \leq x \leq b \end{cases}$$ is normalized ?

تمثيل ديراك Dirac notation

لقد أدخل ديراك بعض الرموز لوصف حالة النظام تعتمد أساساً على الصفة الاتجاهية لحالات الجيم وتتضمن براكيت

<bra|ket>

حيث وصف ديراك حالة النظام بواسطة متجه حالة عوضاً عن دالة الحالة ورمز لها بالرمز |ket> (متجه كيت) فمثلاً:

$\psi(x) = \langle x|\psi\rangle$ وهذه هي مركبة المتجه $|\psi\rangle$ بالاتجاه x

كما أدخل الرمز للمتجه المرافق Complex- Conjugate حيث Bra متجه $\langle\psi|$

$\psi^*(x) = \langle\psi|x\rangle$

أن الاتجاهين $|x\rangle$ و $\langle x|$ يمثلان متجهة طول حيث $\int|x\rangle\langle x|dx=1$

وإليك بعض الأمثلة يتمثيل ديراك والتي كنا قد تعرضنا لتمثيل شرودنكر.

① Eigen Value Equation معادلة القيمة الذاتية

$\hat{A}\psi = a\psi$

$\hat{A}|\psi\rangle = a|\psi\rangle$

② Normalization Condition الشرط المعياري

$\int\psi^*(x)\,\psi(x)\,dx = 1$

$\langle\psi|\psi\rangle = 1$

③ Orthogonal Condition الشرط التعامدي

$\int\psi_1^*(x)\,\psi_2(x)\,dx = 0$

$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = 0$

④ Hermetion Operator Condition شرط المؤثر الخطي

$\int\psi_1^*\hat{F}\psi_2\,dv = \int\psi_2(\hat{F}\psi_1)^*\,dv$

$\langle\psi_1|\hat{F}\psi_2\rangle = \langle\hat{F}\psi_1|\psi_2\rangle$

وعن المتجهات فإن

$\langle\psi_1|\psi_2\rangle = \langle\psi_2|\psi_1\rangle^*$

وبذلك يكون صياغة شرط المؤثر الخطي

$\langle\psi_1|\hat{F}\psi_2\rangle = \langle\psi_2|\hat{F}\psi_1\rangle^*$

⑤ $\langle\phi|\psi\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty}\phi^*\psi\,dv$

⑥ If (a) is any Complex number

- $\langle\phi|a\psi\rangle = a\langle\phi|\psi\rangle$
- $\langle a\phi|\psi\rangle = a^*\langle\phi|\psi\rangle$

⑦ The norm of the vector B

$\|B\| = \sqrt{\langle B|B\rangle}$

تمثيل هايزنبرغ Heisenberg representation

في هذه الطريقة يعبر عن حالة النظام بمصفوفة ذات عمود واحد ويرمز لها بالرمز ( )

كما توصف الدالة المعقدة المرافقة ψ^* بمصفوفة ذات صف واحد ويرمز لها بالرمز ( )

أما المؤثر Operator فيوصف بمصفوفة مربعة مجرل (n x n)

For Example; If $|\psi\rangle = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$ find the Complex Conjugate?

Sol

$$\therefore |\psi\rangle = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix}$$

$$\therefore \langle\psi| = \begin{bmatrix} z_1^*, z_2^*, z_3^* \dots z_n^* \end{bmatrix}$$

Ex: Two vectors are defined by:-

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ -7i \\ 1 \end{pmatrix} \quad , |B\rangle = \begin{pmatrix} 1+3i \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Find $\langle A|B\rangle$?

Sol $\therefore |A\rangle = \begin{pmatrix} 2 \\ -7i \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \langle A| = (2^* \ -7i^* \ 1^*) = (2 \ 7i \ 1)$

$$\therefore \langle A|B\rangle = (2 \ 7i \ 1) \begin{pmatrix} 1+3i \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$= 2(1+3i) + 7i(4) + 1(8)$$

$$= 2 + 6i + 28i + 8$$

$$= 10 + 34i$$

H.W: ① Find The norm of A and B

H.W: ② حل المثال السابق $\int (\psi_1 + \psi_2)(\phi_1 + \phi_2)\, dx$ لعنصر دوالي ؟