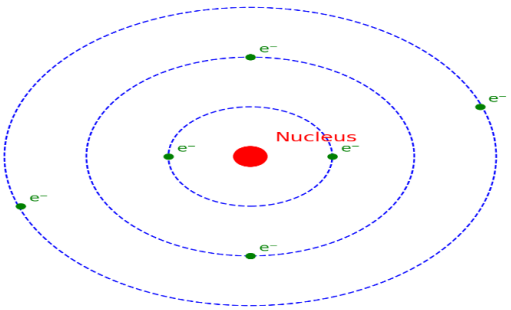
الفصل الأول

الأسس الفيزيائية للميكانيك الكمي

1-1 ما الميكانيك الكمي؟

الميكانيك الكمي طريقة لحساب جميع الظواهر الفيزيائية، في كلا القياس الذري و العياني (Macroscopic، وانه كما سنرى يستخدم طرق أكثر انتظاماً من الطرق المتبعة في الفيزياء الكلاسيكية. ومن أهم ما يتصف به أنه عند معالجة الظواهر العيانية فإن النتائج التي نحصل عليها من الميكانيك الكمي تتفق مع ما نحصل عليه من الميكانيك الكلاسيكي و هي حقيقة متوقعة طالما ان نتائج الميكانيك الكلاسيكي تتفق مع التجربة . اما في المقياس الذري فان نتائج امكانك الكمي يمكن ان تختلف كثيرا عن نتائج الميكانيك الكلاسيكي ولما كانت التطبيقات الاساسية للميكانيك الكمي هي في مجال الظواهر الذرية لذا فاننا سنقدم بصورة مختصرة النظرية الحديثة للتركيب الذري.

تتكون جميع أنواع المادة من ذرات كبرها حوالي $10^{-10}m$. وتكون الذرة الواحدة من نواة تحل في مركزها وتدور حولها عدد من الالكترونات ، كما في الشكل (1-1) . كتلة كل منها تساوي $9.1 \times 10^{-31}\ kg$ والالكترون الواحد يحمل شحنة كهربائية سالبة مقدارها $6.1 \times 10^{-19}\ coulomb$ ويرمز لها عادة بالرمز e. أما النواة فتتكون من عدد من البروتونات يحمل الواحد منها شحنة موجبة تساوي بالعدد والقيمة شحنة الالكترون السالبة وعدداً من النيوترونات المتعادلة الشحنة وكتلتها تساوي كتلة البروتون تقريبا.و كل منهما اثقل بكثير من الالكترون حيث تعادل كتلة الربوتون بالتقريب 1840 مرة بقدر كتلة الالكترون.



الشكل (1-1)

والمعروف أيضاً أن عدد البروتونات في النواة يساوي دائماً عدد الالكترونات المتحركة حول النواة وعلى هذا فإن الذرة على العموم منظومة (system) متعادلة كهربائياً.

إن الاختلاف بين ذرات العناصر المختلفة يعود إلى اختلاف عدد الالكترونات التي تحويها كل من هذه الذرات ، وابسط الذرات هي ذرة الهيدروجين التي تحوي على الكترون واحد فقط وبعدها ذرة الهليوم التي تحوي على الكترونين وبروتونين حتى نصل إلى ذرات عناصر فوق اليورانيوم التي تحوي حوالي مائة الكترون تقريباً.

ان النظريات الكلاسيكية والكهربائية كلاهما تكون انظمة منطقية وغير متعارضة فيما بينها وهي تستند في الاساس على الفرضيات يمكن التأكد من صحتها بالتجربة . وعلى ذلك فان ايجاد صيغة لنظرية جديدة كليا لا يكون ضروريا الا اذا وجدت متناقضات نوعية كبيرة بين النظرية الكلاسيكية و التجربة.

2-1 لماذا الميكانيك الكمي ضروري

أ- استقرار الذرة

التناقض الأساسي الأول يتعلق بالاستقرار الحقيقي لنموذج الذرة الذي وصفناه بصورة موجزة في البند السابق. وبناءً على ما تقدّم، فإن الإلكترون في الذرة يدور حول النواة مغيراً اتجاه حركته باستمرار، ولذا فهو جسم معجَّل. وطبقاً للنظرية الكهرومغناطيسية الكلاسيكية، فإن أي شحنة كهربائية متحركة بتعجيل تبعث ـ بصورة لا تقبل الشك ـ إشعاعاً كهرومغناطيسياً. ولذلك يجب أن يفقد الإلكترون الدائر حول النواة داخل الذرة جزءاً من طاقته أثناء الدوران، أي إنه يخسر طاقته بصورة مستمرة ما دامت الحركة مستمرة، وبالتالي يجب أن ينتهي بحركة حلزونية مقترباً من النواة.

لكننا لو فتشنا عن الحقيقة لوجدنا أن شيئاً من هذا القبيل لا يحدث مطلقاً، لأن الذرة تحت الظروف الطبيعية تمثل تركيباً مستقراً لا يبعث أي إشعاع. غير أنه تحت شروط خاصة مثل درجات الحرارة العالية، وُجد أنه يمكن أن تُهَيَّج الذرة لتبعث إشعاعاً معيناً يتصف عادةً بطول موجي ذي قيم متميزة ودقيقة جداً. بينما نجد أن النهج الكلاسيكي يتنبأ بأن طول الموجة يتغير بصورة مستمرة أثناء اقتراب الإلكترون من النواة.

ولغرض التخلص من هذه التناقضات، قدَّم العالم نيلز بور (Neils Bohr) الفرضيتين التاليتين:

الفرضية الأولى:

يستطيع الإلكترون أن يدور في مدارات متميزة ومستقرة إذا كان زخمه الزاوي يساوي حاصل ضرب عدد صحيح في مقدار ثابت $1.05 \times 10^{-31}\ J.s$، يُرمز له عادة بالرمز $\hbar$

الفرضية الثانية:

يستطيع الإلكترون أن ينتقل من مدار إلى آخر إذا حدث تغيّر في الطاقة ΔE نتيجة امتصاص أو انبعاث إشعاع، بحيث يُعطى تردد الإشعاع بالمعادلة:

$$\nu = \frac{\Delta E}{h}$$

قد افترض بور أن الإلكترون يدور في مسار دائري حول النواة، نصف قطره rr، وبسرعة زاوية ω. وبناءً على هذه الفرضيات، نستطيع الآن حساب النتائج المترتبة عليها بالنسبة لذرة الهيدروجين كما يلي:

إذا استخدمنا الإحداثيات القطبية المستوية (r,θ) فإن الزخم الزاوي للإلكترون حول النواة يساوي:

$$P_\theta = mr^2\dot{\theta}$$

حيث $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$ و $P_\theta = n\hbar$

حيث n هو عدد صحيح يأخذ القيم (n= 1, 2, 3, ….) وان السرعة الزاوية $\dot{\theta}= \omega$ ولذلك يمكن كتابة المعادلة على النحو التالي

$$P_\theta = mr^2\omega = n\hbar \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.1$$

ولما كانت قوة الجذب الاستاتيكي الكهربائي بين الالكترون والنواة هي $\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r^2}$ هذه القوة تزودنا بالقوة الجاذبة نحو المركز والتي تساوي كتلة الالكترون m في تعجيله المركزي $\omega^2 r$ اي

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r^2}=m\omega^2 r \qquad (2)$$

وبحذف السرعة الزاوية ω من المعادلتين (1) , (2) وحل المعادلة الناتجة لـ r نحصل على

$$r_n=\frac{4\pi\varepsilon_\circ\hbar^2}{me^2}n^2 \qquad (3)$$

وبالتعويض عن قيمة r من المعادلة (3) وحل المعادلة الناتجة لـ ω نحصل على

$$\omega_n=\frac{me^4}{16\pi^2\varepsilon_\circ^2\hbar^3}\frac{1}{n^3} \qquad (4)$$

نلاحظ ان من المعادلة (3) , (4) هنالك مجموعة واسعة من المدارات المستقرة عددها لانهائي يتميز تعضها عن البعض بتميز قيم n الممكنة المتعددة $n=1,2,3,\cdots\cdots$

ولحساب الترددات الممكنة للاشعاع المنبعث حسب فرضية بور الثانية فيجب ان نتعرف على طاقة الالكترون في المدار المستقر.

الطاقة الكامنة للالكترون تساوي

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_\circ}\frac{e^2}{r}$$

واذا عوضنا عن r من المعادلة (3) فالطاقة الكامنة تعطى بالمعادلة التالية

$$V=-\frac{me^4}{16\pi^2\ \varepsilon_\circ^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} \qquad (5)$$

اضافة للطاقة الكامنة الالكترون يمتلك طاقة حركية $\frac{1}{2}mv^2$ او $\frac{1}{2}m\omega^2 r^2$ وبالتعويض عن r , ω من المعادلتين (3) , (4)

$$\therefore T=\frac{me^4}{32\pi^2\ \varepsilon_\circ^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} \qquad (6)$$

والطاقة الكلية E_n

$$E_n=T+V=-\frac{me^4}{32\pi^2\ \varepsilon_\circ^2\hbar^2}\ \frac{1}{n^2} \qquad (7)$$

والخسارة في الطاقة عندما ينتقل الالكترون في حالة مميزة $n=n_1$ الى حالة مميزة بالعدد $n=n_2$

$$\Delta E_{12}=\frac{me^4}{32\pi^2\ \varepsilon_\circ^2\hbar^2}\ (\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}) \qquad (8)$$

تردد الاشعاع المطابق لانتقال الالكترون من المدار n_1 الى المدار n_2

$$\upsilon=\frac{\Delta E_{12}}{h}=-\frac{me^4}{8\ \varepsilon_\circ^2\hbar^3}\ (\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}) \qquad (9)$$

العدد الموجي $\overline{\upsilon}=\frac{\upsilon}{c}=\frac{1}{\lambda}$ يعطي بالعلاقة التالية

$$\overline{\upsilon}=\frac{me^4}{8\ \varepsilon_\circ^2 c\hbar^3}\ (\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2})$$

$$\therefore \qquad \overline{\upsilon}=R\ (\frac{1}{n_2^2}-\frac{1}{n_1^2}) \qquad (10)$$

حيث $R=\frac{me^4}{8\ \varepsilon_\circ^2 c\hbar^3}$ يسمى ثابت ريدبرك Rydberg constant المعادلة (10) اعلاه تعتبر المقياس الرئيسي لنجاح نظرية بور لانها مماثله لمعادلة تجريبية سبق ان توصل اليها العالم بلمر 1885 .

إن نظرية بور وفرضياته لا تُكمل النظرية الكلاسيكية في الوضع الذي تكون فيه ناقصة، بل هي على العكس تمامًا تُناقضها. فالفرضية الأولى تؤكد وجود مدارات مستقرة للإلكترونات الدائرة حول النواة، بينما النظرية الكلاسيكية تؤكد على عدم استقرار هذه المدارات.

ومن الواضح أن نظرية بور قد نجحت في تفسير الملاحظات التجريبية المتعلقة بالإشعاعات المنبعثة، لكنها لا تقودنا إلى نهاية الطريق، إذ يبقى علينا أن نجد نظرية موحَّدة تؤدي بشكل طبيعي إلى نتائج الفيزياء الكلاسيكية فيما يخص الظواهر العيانية، وفي الوقت نفسه تُمكّننا من تفسير خاصية استقرار الذرة وطيفها.

وهذا ما سنبحث به ونتوصل إليه في الفصول القادمة من خلال قواعد الميكانيك الكمي ونظرياته.

ب- الظاهرة الكهروضوئية The photoelectric effect

قد اكتُشفت هذه الظاهرة من قبل العالم **هيرتز** عام 1887، حين وجد بالتجربة أن الشحنات السالبة (الإلكترونات) تنبعث من سطوح بعض الفلزات عند سقوط الضوء عليها. فأُطلق على هذه الإلكترونات اسم **الإلكترونات الضوئية** .وقد لوحظ أن الانبعاث الإلكتروني يتميز بالخصائص التالية:

أولاً :لا تنبعث إلالكترونات إذا كان تردد الإشعاع الساقط على الفلز أقل من **تردد العتبة** ذي قيمة معينة، وهذا التردد يعتمد على طبيعة السطح.

ثانياً :إذا كان تردد الإشعاع أكبر ν من تردد العتبة$\nu_\circ$ ، فإن الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة تعطى بالعلاقة:

$$T = h(\nu - \nu_\circ)$$

حيث hهو ثابت بلانك قيمته 6.63×10^{-34} . ويلاحظ أن مقدار الطاقة الحركية للإلكترونات المنبعثة لا يعتمد على شدة الإشعاع المؤثر.

ثالثاً :بعض الإلكترونات تنبعث من السطح خلال زمن قصير جداً يقدَّر بحوالي 10^{-8}ثانية من لحظة سقوط الإشعاع.

إن الفيزياء الكلاسيكية تعزو انبعاث الإلكترونات إلى امتصاصها الطاقة اللازمة للانبعاث من الإشعاع الساقط (incident radiation)على سطح الفلز. ومن المعلوم أن الإلكترون يحتاج إلى طاقة إضافية تسمى **دالة الشغل** (*Work Function, W*)، والتي تعتمد بدورها على نوع الفلز، حتى يتمكن من الخروج من الفلز.

ودالة الشغل هي مقدار الطاقة التي يمتصها الإلكترون ليصل إلى سطح الفلز بطاقة حركية مقدارها صفر.

إلا أنه بهذه المفاهيم الكلاسيكية لا يمكن تفسير الخصائص الثلاثة المميزة للظاهرة الكهروضوئية (*Photoelectric Effect*) للأسباب التالية:

أولاً :ليس بالإمكان في إطار النظرية الكلاسيكية التنبؤ بوجود تردد حرج(*Threshold Frequency*) ، بحيث إذا كان تردد الإشعاع الساقط على سطح الفلز أقل من هذا التردد، فإن الانبعاث الإلكتروني لا يحدث إطلاقًا.

ثانياً :تتنبأ النظرية الكلاسيكية بأن الإلكترونات تترك السطح بطاقة حركية مقدارها صفر، مهما كان تردد الإشعاع الساقط.

ثالثاً :تتنبأ النظرية الكلاسيكية بأن الزمن اللازم لامتصاص الإلكترون طاقة مقدارها دالة الشغل (*Work function, W*) يزيد على عشر ثوانٍ. وبحسب ذلك، فإن تطبيق قوانين الميكانيك الكلاسيكي على عملية التصادم بين الضوء الساقط والإلكترون داخل الفلز لا يفسر نتائج الظاهرة الكهروضوئية.

ولتفسير حقائق الظاهرة الكهروضوئية

لقد وضع العالم **ألبرت أينشتاين** نظريته الشهيرة في عام 1905، وحصل لاحقًا على **جائزة نوبل في الفيزياء** تقديرًا لنجاحه في تفسير هذه الظاهرة.

افترض أينشتاين أن الضوء ليس إشعاعًا مستمرًا على شكل موجات فقط، وإنما يتكوّن من **حُزم منفصلة من الجسيمات** سماها **الفوتونات** (*Photons*)، وهي نفس الفكرة التي قدّمها **ماكس بلانك** في دراسته للإشعاع الحراري المنبعث من الأجسام الساخنة.

وتفترض هذه النظرية أن كل فوتون يحمل كمية محددة من الطاقة تعطى بالعلاقة:

$$E = h\nu = \hbar\omega \dots\dots\dots\dots 12$$

حيث E= طاقة الفوتون , h= ثابت بلانك , ν = *التردد*

وقد يُفترض أن انبعاث الإلكترون (Electron Emission) يحدث نتيجة للتصادم بين الفوتون الساقط (Incident Photon)والإلكترون، حيث يمتص الإلكترون كامل طاقة الفوتون الساقط. وتُستخدم هذه الطاقة في عمليتين: الأولى هي انتزاع الإلكترون من بين ذرات الفلز ومن سطحه، ويُطلق على مقدار هذه الطاقة اسم دالة الشغل(Work Function) ، والثانية هي تزويد الإلكترون بطاقة حركية (Kinetic Energy) تمكّنه من مغادرة سطح الفلز.

$$hf = W_\circ + \frac{1}{2}mV^2 \dots\dots\dots\dots 13$$

إن طاقة الفوتون الساقط تساوي الطاقة اللازمة للإفلات مضافًا إليها طاقة الإلكترون الحركية، والمعادلة (1-12) هي معادلة آينشتاين المشهورة لتفسير الظاهرة الكهروضوئية، وقد ثبت نجاحها في تفسير الحقائق التجريبية الثلاث كما يلي:

أولًا: ينبعث الإلكترون فقط عندما تكون الطاقة التي يمتصها من الفوتون الساقط أكبر من $W_\circ$، أي أن التردد νأكبر من تردد العتبة$\nu_\circ$. حيث $W_\circ = h\nu_\circ$

ثانيًا: إذا كان تردد الإشعاع الساقط fأكبر من تردد العتبة$f_\circ$ فإن الإلكترون ينبعث بطاقة حركية تساوي:

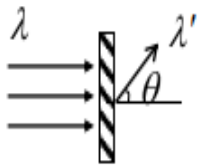
$$K.E = h\nu - W_\circ$$

ثالثًا: لا يوجد تأخير زمني بين سقوط الإشعاع وانبعاث الإلكترون، لأن بعض الإلكترونات تتأثر بالفوتونات حالما يبدأ تأثير الإشعاع الساقط.

ج- ظاهرة كومبتن The Compton Effect

تأثير كومبتون أو كما يسمى أحيانًا بتشتّت كومبتون، مفاده أنّ الأشعة السينية (X-rays) إذا مرّت خلال صفيحة معدنية فإن بعضًا منها يتشتّت، بحيث يختلف طول موجة الإشعاع المتشتّت عن طول موجة الإشعاع الساقط. فإذا كان للإشعاع الساقط طول موجة λ، وللإشعاع المتشتّت طول موجة λ′ عند زاوية θ، فإن التجارب تعطينا لتغيّر طول الموجة النتيجة التالية:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$



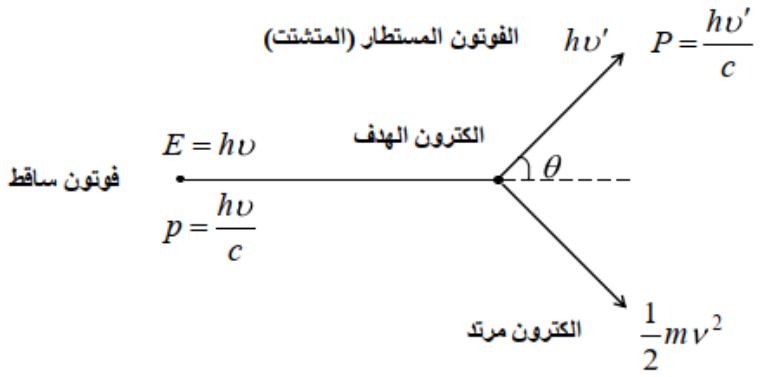
فشلت النظرية الكلاسيكية في تفسير المعادلة اعلاه في حين دعم تشتت كومبتن النظرية الكمية ..... حيث يفترض ان الاشعاع هو جسيمات ذات طاقه مكمه $h\upsilon$ يمكن ان تتفاعل مع الماده بدون امتصاص .

ومن تكافؤ الزخم والطاقة :

الفوتون يمتلك طاقه $h\upsilon$ تكافئ الزخم $\frac{h\upsilon}{c}$ حيث ان الفوتون يتحرك بسرعة الضوء ويمتلك زخم:

$$p = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

ومن قانون حفظ الطاقة والزخم يمكن اشتقاق معادلة تشتت كومبتن حيث نفرض ان فوتون ساقط طاقته $h\upsilon$ وزخمه $\frac{h\upsilon}{c}$ تصادم تصادما مرنا مع الالكترون ساكن حر طاقته السكونيه $m_e c^2$ بعد التصادم يستطير الفوتون بزاوية مقدارها θ° فتصبح طاقته وزخمه بعد التصادم $h\upsilon'$, $\frac{h\upsilon'}{c}$



وباستخدام قانوني انحفاض الزخم والطاقة لعملية تصادم كومبتن

$$\frac{h\upsilon}{c}=\frac{h\upsilon'}{c}\cos\theta+p_e\cos\phi \qquad (1)$$

$$0=\frac{h\upsilon'}{c}\sin\theta-p_e\sin\phi \qquad (2)$$

$$h\upsilon+m_\circ c^2=h\upsilon'+w_e \qquad (3)$$

ويمكن حذف زاوية ارتداد الالكترون ϕ من المعادلتين (1) , (2)

$$\frac{h^2\upsilon^2}{c^2}-\frac{2h^2\upsilon\,\upsilon'}{c^2}\cos\theta+\frac{h^2\upsilon'^2}{c^2}=p_e$$

نضرب المعادلة اعلاه في c^2 واضافة وطرح الحد $2h^2\upsilon\,\upsilon'$ الى طرفها الايسر يمكن ان نكتب

$$h^2(\upsilon-\upsilon')^2+2h^2\upsilon\,\upsilon'(1-\cos\theta)=p_e^2c^2 \qquad (4)$$

اما حل المعادلة (3) لـ w_e وتربيع الناتج فيعطينا

$$h^2(\upsilon-\upsilon')^2+2h^2\upsilon\,\upsilon'm_\circ c^2+m_\circ^2c^4=w_e^2 \qquad (5)$$

وحيث ان طاقة الالكترون الكلية w_e , p_e يرتبطان تبعا لمبادئ النظرية النسبية

$$w_e^2=p_e^2c^2+m_\circ^2c^4 \qquad (6)$$

عندئذ يمكن حذف w_e , p_e وذلك بطرح المعادلة (4) من المعادلة (5) ومن ثم التعويض عن $w_e^2 - p_e^2c^2$ بالكمية $m_\circ^2c^4$ لنحصل على

$$2h(\upsilon - \upsilon') = m_\circ c^2 - 2h^2\upsilon\,\upsilon'(1-\cos\theta)$$

والتي بالامكان كتابتها على النحو التالي

$$\frac{(\upsilon - \upsilon')c}{\upsilon\upsilon'} = \frac{h}{m_\circ c}(1-\cos\theta)$$

يمكن بسهولة ان نبين ان المقدار في الطرف الايسر من المعادلة اعلاه يساوي $(\lambda' - \lambda)$ واخيرا نحصل على المعادلة الخاصة باستطارة كومبتن

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

د- تو**ليد الطول الموجي الأصغر للأشعة السينية(Generation of the Minimum X-ray Wavelength)**

من المعلوم أن الإلكترونات ذات الطاقة العالية في أنبوبة الأشعة السينية تستطيع أن تولّد فوتونات أشعة سينية بطاقة عظمى محددة. وهي ظاهرة لا يمكن تفسيرها إلا على أساس أن الإشعاع الكهرومغناطيسي يتصرف كفوتون (Photon) عند تفاعله مع المادة. وسنبين فيما يلي كيفية اشتقاق طول موجة الأشعة السينية بدلالة فرق الجهد المسلَّط في أنبوبة الأشعة السينية.

إذا تحرك إلكترون بين فرق جهد مقداره V، فإن طاقته الحركية المكتسبة تساوي eV وعلى ذلك، فإن أكبر طاقة يمكن أن يفقدها الإلكترون – بطبيعة الحال – هي أيضًا eV، والتي تتحول إلى فوتون أشعة سينية ذي طاقة عظمى، وذلك وفقًا لنظرية الفوتونات للإشعاع. عندئذ يمكن كتابة العلاقة:

$$h\upsilon_{max} = eV$$

$$\upsilon_{max} = \frac{eV}{h}$$

$$\upsilon_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} \quad , \quad c = \upsilon\lambda$$

$$\lambda_{min} = \frac{ch}{eV} \longrightarrow \lambda_{min} = \frac{12396}{V} \ \text{Å}$$

هـ - تكوين الزوج (الالكترون -بوزترون)

pair production of electron and positron

تعتبر ظاهرة تكوين الزوج (e^- ، e^+) دعم آخر للنظرية الكمية للاشعاع، يتولد الزوج في الهواء عندما تزيد طاقة الاشعة السينية على ضعف طاقة السكون للالكترون والبوزترون ... اي ان طاقة الاشعة السينية يجب ان تكون اكبر من $2m_ec^2$ وفقا للمتباينة $h\upsilon >> 2m_ec^2$ اما اقل طاقة فوتون للاشعة السينية لتوليد زوج فهي بطبيعة الحال يجب ان تساوي $2m_ec^2$ والتي تعادل 1.02MeV وتسمى الظاهرة العكسية لتكوين الزوج بفناء الزوج (Annihilation) وتتم بتكوين فوتونين طاقة كل منهما $h\upsilon$ بعد فناء الزوج.

3-1 ازدواجية الجسيم و الموجة للاشعاع الكهرومغناطيسي

Wave–particle duality of electromagnetic radiation

ان الاشعاع الكهرومغناطيسي مكون من جسيمات (دقائق) تسمى بالفوتونات ومن جانب آخر النتائج الخاصة بالتداخل والحيود لايمكن تفسيرها الا بافتراض الصفة الموجية للاشعاع الكهرومغناطيسي.

فكيف يمكن لهذين الرأيين المتناقضين ظاهريا ان يكونا متوافقين ؟

- ان تجارب التداخل والحيود تحتاج الى التفسير الموجي وهي تجارب تتحرى فيها كيف واين يسير الضوء.
- بينما تجارب الظاهرة الكهروضوئية وتاثير كومبتن وتوليد الاشعة السينية الصغرى وتوليد وفناء الزوج .... تحتاج الى التفسير الجسيمي فتحرى فيها تفاعل الاشعاع الكهرومغناطيسي مع المادة

- لذلك نفترض ان الاشعاع الكهرومغناطيسي يتكون اساسا من فوتونات لاتسير بخطوط مستقيمة وهو افتراض يختلف عن نظرية نيوتن للدقائق .
- من ناحية اخرى نتعامل مع الفوتونات الساقطة على نقطة من خلال محزز الحيود
- بناء على هذا التفسير يمكن اعتبار تموجات الضوء: عبارة عن تموجات ترشد (guide) الفوتونات بحيث ان شدة الموجة في اي نقطة تتناسب مع احتمالية وجود الفوتون في تلك النقطة.

ان هذا الوصف يختلف عن الوصف الكلاسيكي.

فالنظرية الكلاسيكية تقدم وصفا سببيا (causal) من حيث انها تخص مسارا معينا وعلى درجة كبيرة من الدقة لحركة الجسم في مجال القوة بينما الوصف اعلاه ماهو الا وصف احتمال على الحصول الفوتون في محل ما ويعطي فقط احتمالية وجوده في ذلك المحل او النقطة وعند التعامل مع عدد كبير من الفوتونات فانها من اختصاص الميكانيك الكمي .

اي ان النظرية تعطي الاحتمالية فقط بالنسبة لجسيم واحد

$$\because \quad p = mv$$

$$E^2 = p^2c^2 + m_\circ^2 c^4$$

For photon $\quad m_\circ = 0 \quad$ كتلة السكون للفوتون

$$\therefore \quad E^2 = p^2c^2 + 0$$

$$E = pc$$

But $\quad E = h\upsilon = \dfrac{hc}{\lambda}$

$$pc = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\boxed{p = \frac{h}{\lambda}}$$

معادلة ديبرولي تجمع بين فكرة الجسيم والموجة

λ طول موجته

p زخمه

4-1 المظهر الموجي للجسيمات المادية The Wave Aspect Of Material Particles

في عام 1924 اقترح العالم دي برولي بان الضوء يتكون من فوتونات تقاد بواسطة الموجة وبشكل مشابه ربما يوجد موجة مطابقه والتي تقود جسيمات الموجة

و هو يفترض العلاقات

$$E = h\upsilon$$

$$p = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

وتشير هذه العلاقات الى ان الطاقة والزخم للجسيمات وبتردد وطول موجي للموجه تبقى حقيقية لجسيمات المادة.

وقد افترض ان مايكون للموجة هو نفس مايكون للفوتونات ذلك ان الاحتمالية للجسيمه المادية تكون في اي نقطه تتناسب مع مربع السعة (الشدة) في تلك النقطة للموجة التي تمتلك تردد وطول موجي معطى حسب العلاقة

$$E = h\upsilon = \hbar\omega \qquad , \qquad \lambda = \frac{h}{p}$$

وبناء على ذلك فان مدارات الالكترون في ذرة الهيدروجين وطبقا لنظرية بور يمكن ان يعرف بشرط ينص على ان (المدار المغلق يجب ان يكون مساوي لعدد صحيح مضروب في λ)

وللبرهان على ذلك

نفرض ان محيط مسار بور الدائري يعطى بالعلاقة

$$2\pi r = n\lambda$$

حيث n عدد صحيح وبالتعويض عن n من المعادلة $p = \frac{h}{\lambda}$

$$2\pi r = n\frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

$$\therefore\ p_e = mvr = n\frac{h}{2\pi} = n\hbar$$

و هذه العلاقة هي فرضية بور الاولى

لقد تحقق زعم ديبرولي عام 1928 حيث اكتشف العالمان دافيسون وكريمر تجريبيا ان الالكترونات ذات الطاقة 200 eV الساقطة على بلورة النيكل تنعكس عنها بطريقة تشابه الحيود لموجات مستوية عن ذرات البلوره ذات المسافات البينية d المنتظمة. وقد اثبت بعد تجارب عديدة ان زاوية الحيود حسب النظرية الكلاسيكية

$$\theta \sim \frac{\lambda}{d}$$

موافق لطول موجة يساوي بالضبط لطول موجة ديبرولي لالكترون طاقته 200 eV ويمكن حساب طول هذه الموجة بسهولة من المعادلتين $p = \frac{h}{\lambda}$, $p = \sqrt{2mE}$

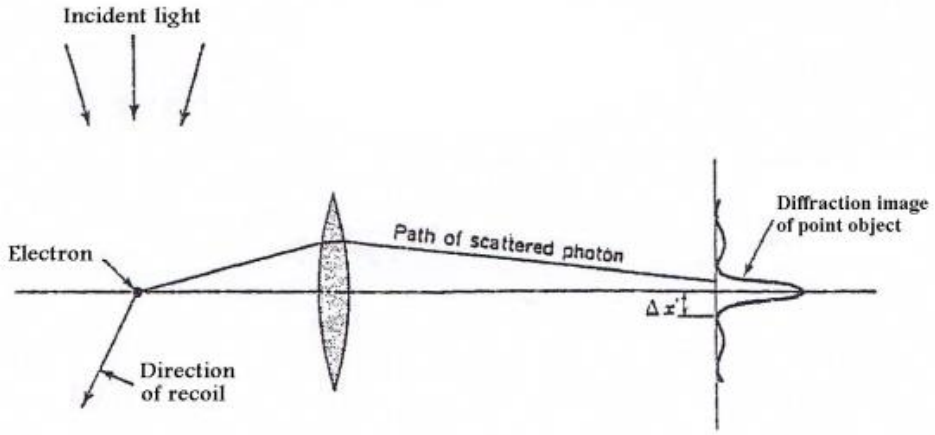
$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

5-1 مبدأ اللادقة لهايزنبيرك

وفق مفاهيم الميكانيك الكلاسيكي لاتوجد هنالك حدود تفرض على دقه القياس. ويصبح نفس الشئ في الميكانيك الكمي ولكن لمتغير واحد فقط. والامر يختلف تماما في حالة قياس متغيرين في ان واحد فمثلا عن قياس احداثي جسم وزخمه في وقت واحد نجد عند قياس الاحداثي يستلم الجسم زخما خارجيا فيؤثر ذلك على دقة قياس زخمه الاني والعكس ايضا صحيح اي عند قياس زخمه في اول الامر فيغير موضعه فيؤثر ذلك على دقة.

فاذا كان اللادقة في تحديد موضع الجسيم هو Δx في زخمه هو Δp فعندئذ

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \hbar$$



ولتوضيح ذلك ناخذ مسالة قياس موضع جسم صغير كالالكترون الذي يمكن ان يتم باستخدام المجهر وللحصول على تحليل عالي يجب استخدام عدسة ذات فتحة كبيرة أن يكون الضوء ذات طول موجي قصير. ولجعل التشويش اقل مايمكن يستخدم ضوء شدة اضائته قليلة فاننا نفرض استخدام فوتون واحد. يسقط ضوء ضعيف جدا طاقته

$E = h\upsilon$ عالية على الالكترون فيضيئه. هذا الفوتون بعد اصطدامه فالالكترون يستطير مارا خلال عدسة المجهر ويتابع حركته حتى يصل نقطة ما على الحاجز. اما الالكترون فيرتد بسبب اصطدامه مع الفوتون وفي هذه التجربه ماهو مقدار اللادقة التي ادخلت على حركته

ان موضع الالكترون معروف بصورة تقريبية فقط لاننا لانعلم موقع النقطة على حاجز الحيود التي وصلها الفوتون وفي الحقيقة تحتاج الى فوتونات عديدة للحصول على التناظر في نمط الحيود. لكننا نستطيع القول فقط ان الفوتون باحتمال كبير قد سقط على الحاجز ضمن حلقة الحيود الاولى. واللادقة معرفة بدلالة موضع الالكترون تعيين هنا بالاستناد الى مبادئ البصريات الطبيعية على وجه التقريب بالعبارة

$$\Delta x \approx \frac{f\lambda}{D} \qquad (1)$$

حيث λ تمثل طول موجة الضوء الساقط , f البعد البؤري , D قطر العدسة الشيئية للمجهر. وبسبب عملية التصادم اثناء اجراء القياس لتعيين الموضع فان الالكترون يرتد بمقدار غير معلوم وذلك لانه ليست هنالك وسيلة لمعرفة نت اي جزء من العدسة الشيئية قد نفذ الفوتون. وحيث انه من الممكن ان يكون الفوتون قد نفذ من اي جزء من العدسة فاننا نتوقع ان يكون مقدار اللادقة في مركبة الزخم في الاتجاه x يساوي

$$\Delta p \approx p_x \frac{D}{2f}$$

$$\approx \frac{h\upsilon}{c}\frac{D}{2f} = \frac{h}{\lambda}\frac{D}{2f} \qquad (2)$$

من المعادلتين (1) , (2) نجد ان مقداري اللادقة في الموضع والزخم يحويان طول موجة الضوء وابعاد المجهر بحيث يكون احدهما مقلوب الاخر. عند جعل Δx صغيرا ينبغي ان يكون Δp كبيرا والعكس بالعكسه هكذا

$$\Delta x \cdot \Delta p \approx \frac{\hbar}{2} \qquad (3)$$

و هنالك ايضا علاقة مشابهة للعلاقة (1) تخص الطاقة E والزمن t بالشكل

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

6-1 مبدأ التقابل (The correspondence principle)

هذا المبدأ اقترحه العالم بور وينص على انه:

(حركة منظومه كما توصف بواسطة الميكانيك الكمي تتفق مع حركتها التي توصف بواسطة الميكانيك الكلاسيكي في الغاية التي فيها يمكن اهمال ثابت بلانك $\hbar$)

اذا كانت المنظومة كبيره بما فيه الكفايه ولم تكن حاجتنا لدقة القياس كبيره فان الميكانيك الكلاسيكي يزودنا بتقريب جيد لحركة المنظومه هذا المبدأ يسمى ايضا بالغاية الكلاسيكيه (classical limit) للميكانيك الكمي. وان حركة المتذبذب البسيط او الجسيم الحر في صندوق الجهد امثله للتحقق من صحة هذا المبدأ.

تمارين الفصل الأول

(1) ناقش المعنى الفيزيائي للكمية الفيزيائية التي وحدتها joule.sec

(2) برهن ان طاقة الالكترون الكامنة والمتحرك في مدار دائري نصف قطره r تعطى بالعلاقة :

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

ناقش معنى الاشارة السالبة في هذه العلاقة .

(3) برهن بالطرق الكلاسيكية ان الطاقة الكلية E للالكترون الدائر بمدار دائري حول النواة في الذرة تعطى بالعلاقة :

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{e^2}{2r}$$

حيث r هو نصف قطر المدار . أي المدارات طاقاتها عالية الكبيرة أم الصغيرة؟

(4) جد قيمة نصف قطر مدار بور الاول a_0 باستخدام المعادلة (3-1) .

(5) (أ) — احسب السرعة الزاوية للالكترون عندما يكون في مداره الأول ومن ثم احسب سرعته الخطية .

(ب) — بدلالة العدد الكمي n احسب نسبة سرعة الالكترون الى سرعة الضوء (v/c) .

الجواب :

$$\frac{v}{c} \sim \frac{7\times10^{-3}}{n}$$

(6) احسب قيمة ثابت ريدبيرك • الجواب :

$$10.9677576\times10^{-6}\ m^{-1} = 10.9677576\ \mu^{-1}$$

(7) احسب طاقة التأين لذرة الهايدروجين •

(8) أحسب طاقة التهيج الاولى First Excitation Energy لذرة الهايدروجين بوحدات الالكترون ـ فولت (eV) • تلميح للحل : ضع n=2 في المعادلة (7-1) •

(9) اذا كانت دالة الشغل للبوتاسيوم تساوى 2.0 eV وكان طول موجة الاشعاع الساقط على البوتاسيوم يساوى 3.6×10^{-7} m جد (أ) جهد الايقاف Stopping Potential للالكترونات الضوئية •

(ب) الطاقة الحركية وسرعة الالكترونات المتحررة •

(10) اذا كانت طاقة الارتباط (Binding Energy) للالكترون المقيد الداخلي (Inner Bound Electron) في الرصاص تساوى 9×10^{4} eV وكانت الالكترونات الضوئية المتحررة من مادة الرصاص عند تشعيعها باشعاع كهرومغناطيسي معين تستطيع الحركة بمسار دائرى نصف قطره 0.25 m عندما تمر بصورة عمودية على مجال مغناطيسي كثافة فيضه تساوى 10^{-2} T ، فاحسب :

(أ) طاقة الفوتونات المنبعثة من قبل معدن الرصاص •

(ب) زخم وطاقة الالكترونات الضوئية المتحررة •

(11) برهن ان اكبر تغيير ممكن في طول الموجة في استطارة كومبتن هو $2h/m_oc$ كذلك احسب طول موجة كومبتن الذى يعرف بـ $\lambda_c = h / m_oc$ بعد التعويض عن الثوابت h و m_o و c بقيمها المعروفة •

الجواب : $\lambda_c = 24.26\times10^{-13}$ m

(12) اذا كان طول موجة الاشعة السينية المستطارة بواسطة الكاربون يساوي $\lambda = 1.00\ A^{\circ}$ وكانت زاوية الاستطارة تساوي 90° ، احسب

(أ) التغير في طول الموجة $\Delta\lambda$.

(ب) الطاقة الحركية التي يرتد بها الالكترون بوحدات الجول وبوحدات الالكترون فولت .

(جـ) طاقة الفوتون الساقط بوحدات الالكترون فولت .

(د) النسبة المئوية لخسارة طاقة الفوتون الساقط .

(هـ) ماذا تستنتج من الفرع (د) ؟

(13) يصطدم فوتون طاقته $10^4 eV$ مع الكترون حر ساكن فاذا كانت زاوية الاستطارة تساوي 60° فاحسب :

(أ) تغير الطاقة للفوتون

(ب) تردد وطول موجة الفوتون الساقط

(جـ) زخم الالكترون المرتد وطاقته الحركية

(14) برهن أنه في عملية استطارة كومبتن تكون العلاقة بين الزاويتين θ و ϕ كالاتي :

$$\cot\phi = (1+\alpha)\tan\tfrac{1}{2}\theta$$

حيث :

$$\alpha = \frac{h\nu}{m_o c^2}$$

(15) احسب طول موجة ديبرولي :

(أ) لرصاصة بندقية كتلتها 1.0×10^{-3} Kg وسرعتها 3×10^{2} m/sec

(ب) لتلميذ كتلته 75 Kg يسير بسرعة 0.5 m/sec

(جـ) لالكترون عجل بفرق جهد مقداره 100 volt

(16) (أ) اثبت ان طول موجة ديبرولي λ لحزمة متجانسة من الالكترونات والمتحركة بدون فرق جهد V يعطى بالمعادلة التالية :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

(ب) احسب قيمة λ اذا كان $V = 3600$ volt

(17) برهن ان طول موجة ديبرولي لجسم كتلته m يتحرك بالسرعة الاكثر احتمالا حسب توزيع ماكسويل ـ بولتزمان في درجة الحرارة T يعطى بالمعادلة

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mkT}}$$

حيث k يرمز الى ثابت بولتزمان .

(18) برهن أن طول موجة ديبرولي مقدرا بالانكستروم لالكترون معجل من السكون بفرق جهد مقداره V يعطى كما يلي :

(أ) $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}$ دون ادخال التأثيرات النسبية .

(ب) $\lambda = \frac{12.27}{\sqrt{V}}\left(\frac{eV}{2m_oc^2}+1\right)^{-\frac{1}{2}}$ عند ادخال التأثيرات النسبية .

(19) استخدم العلاقة $\Delta x \Delta P_x \simeq h$ لاثبات العلاقة التالية $\Delta E \Delta t \simeq h$ وهي علاقة اللادقة للزمن والطاقة .

(20) في تحول نووي معين كان مقدار اللادقة في الطاقة في مستوى التهيج ΔE يساوى 0.414 eV . أحسب زمن العمر للحالة المتهيجة النووية .

(21) حزمة متجانسة من الاشعاع الكهرومغناطيسي شدته $1\ W/m^2$. احسب عدد الفوتونات في وحدة الحجم في الحالتين أدناه :

(أ) موجات الراديو ذات التردد 10^3 Hertz

(ب) اشعة كاما ذات طاقة 10 MeV

الجواب : (أ) $5x10^{21}\ m^{-3}$

(ب) $2x10^3\ m^{-3}$

(22) اذا كانت شدة الضوء الصفري التي تتحسس بها العين تساوى تقريبا $10^{-10}\ W/m^2$ فما عدد الفوتونات في الثانية التي تدخل بؤبؤ العين في هذه الشدة اذا علمت أن طول موجة الضوء هو $5.6x10^{-7}m$ وان مساحة بؤبؤ العين هي $0.5x10^{-5}\ m^2$