



الفصل الأول

تفاعل الإشعاع مع المادة

تمهيد لبعض المفاهيم الأساسية

الليزر : LASER : كلمة مأخوذة من عبارة

"Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation."

أي تضخيم الضوء بواسطة الانبعاث المحفز للإشعاع .

يعتبر الليزر واحد من أنجح الحلول ، ويعرف بـ "حل يبحث عن مشكلة". وهو تطبيق أساسي في مختلف المجالات المدنية والعسكرية. حيث يستخدم في الطب والصناعة والاتصالات بالألياف البصرية وتكنولوجيا المعلومات والالكترونيات الاستهلاكية. نتيجة للتطور العلمي والتكنولوجي السريع الذي شهدناه في مختلف مجالات الحياة البشرية ، والذي أدى إلى ظهور تحديات ومشاكل جديدة نتيجة لهذا التطور ، أصبح من الضروري إيجاد حلول علمية وعملية متقدمة لحل تلك المشاكل والتحديات.

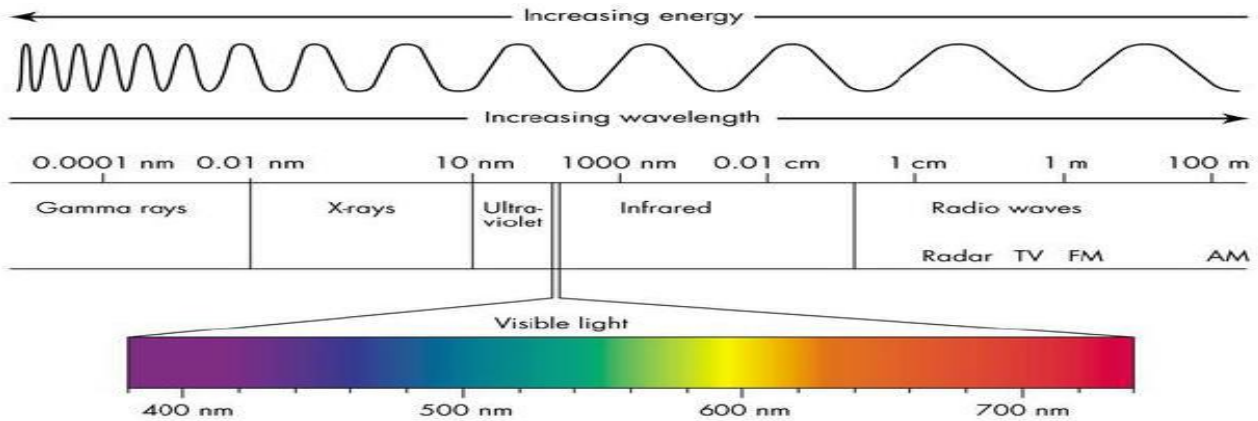


قام ثيودور ميمان بتشغيل أول ليزر في 16 مايو 1960 في مختبر هيوز للأبحاث في كاليفورنيا ، من خلال إضاءة مصباح فلاش عالي الطاقة على قضيب ياقوت ذات أسطح مغطاة بالفضة.

الليزر هو إشعاع كهرومغناطيسي تتساوى فوتوناته في التردد وتتطابق في جبهة الموجة ، حيث تتداخل موجات الفوتونات بشكل بناء في حزمة ذات طاقة عالية مع تماسك (تشاكه) زمني ومكاني وبزاوية انقراج صغيرة جدًا. يمكن ترتيب شعاع الليزر الناتج في موجات مستمرة أو نبضات ذات تردد عال ومدة نبض قصيرة جدًا. حجم بقعة حزمة الليزر تتراوح من عُشر قطر شعرة الإنسان إلى قطر مبنى كبير جدًا.

طيف اشعة الليزر والأطوال الموجية

يعتمد لون شعاع الليزر على طول الموجة ، والذي يمكن تغييره بدقة حيث تتراوح الأطوال الموجية التي يمكن الحصول عليها من أشعة الميكروويف (1.25 سم تسمى ميزر) ، والأشعة تحت الحمراء ، والضوء المرئي ، والأشعة فوق البنفسجية ، ثم الأشعة السينية، كما هو موضح في الشكل (1-1).



شكل 1-1 طيف الاشعاع الكهرومغناطيسي

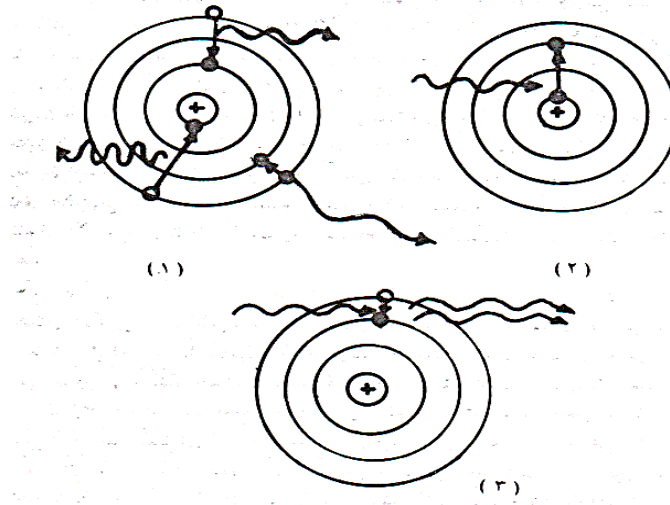


Region	Wavelength λ (nm) $1\text{nm} = 10^{-9}\text{ m}$	Frequency $\nu = c/\lambda$ (Hz)	$E = h\nu$ $1\text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19}\text{ J}$
Radio	$> 10^8$	$< 3 \times 10^9$	$< 10^{-5}$
Microwave	$10^8 - 10^5$	$3 \times 10^9 - 3 \times 10^{12}$	$10^{-5} - 0.01$
Infrared	$10^5 - 700$	$3 \times 10^{12} - 4.3 \times 10^{14}$	$0.01 - 2$
Visible	$700 - 400$	$4.3 \times 10^{14} - 7.5 \times 10^{14}$	$2 - 3$
Ultraviolet	$400 - 1$	$7.5 \times 10^{14} - 3 \times 10^{17}$	$3 - 10^3$
X ray	$1 - 0.01$	$3 \times 10^{17} - 3 \times 10^{19}$	$10^3 - 10^5$
Gamma (γ) ray	< 0.01	$> 3 \times 10^{19}$	$> 10^5$

بنفسجي	نيلي	ازرق	اخضر	اصفر	برتقالي	احمر
400 nm	440 nm	470 nm	530 nm	580 nm	620 nm	700 nm

Table (1-1): The wavelength and energy for several spectrum regions

وضع العالم اينشتاين في بداية القرن العشرين الاساس النظري لعملية انتاج اشعة الليزر ولكن الاستفادة بتطبيقه عمليا لم يأتي الا بعد اربعين عام ، حيث ان الليزر ناتج من عملية الانبعاث المحفز لذرات اوجزيئات وسط معين وببين الشكل 2-1 : (1): ان الذرة او الجزيئة المثيجة تبعث تلقائيا (بدون مؤثر خارجي) اشعاعا كهرومغناطيسيا عشوائي في الاتجاه والطور من اجل العودة الى وضع الاستقرار الذي تكون فيه طاقة الذرة اقل ما يمكن أي ان الكترون الذرة في مستوى الطاقة الارضي لا يفقد ولا يمتص طاقه عند دورانه في هذا المدار تكفي لارتفاعه الى مستوى أعلى.



شكل 2-1 : (1) عملية الانبعاث الذاتي العشوائي (2) عملية امتصاص لفوتون ساقط (3) عملية الانبعاث المحفز



ولكي تكون الذرة مهيجة لابد ان تمتص مقدارا من الطاقة على شكل شعاع كهرومغناطيسي (فوتونات) ينتقل فيه الكترون الذرة من مستوى طاقة اوطأ (المستوى الارضي) الى مستوى اعلى بالطاقة وتسمى تلك **بعملية الامتصاص** لاحظ الشكل 2-1 : (2). وهناك طرق مختلفة لتحريض او لاثارة الالكترن في الذرة كالتصادم المتكرر نتيجة زيادة درجة حرارة الغاز مثلا ، وتدعى طرق التحريض هذه بطريقة الضخ (أي ضخ ذرات المادة من المستويات الواطنة لها عموما الى المستويات الاعلى منها) ومعظم هذه الطرق مستخدمة في عمل انبعاث اشعة الليزر.

وعندما تكون الذرة مهيجة فانها ستحاول العودة الى موضع الاستقرار عن طريق انتقال الالكترن من مستوى طاقه عالي الى مستوى طاقه واطى يصاحبها انبعاث طاقه (فوتونات) لاحظ الشكل 2-1 : (3) تدعى تلك **بعملية الانبعاث** وهي على نوعين :

1- انبعاث تلقائي :

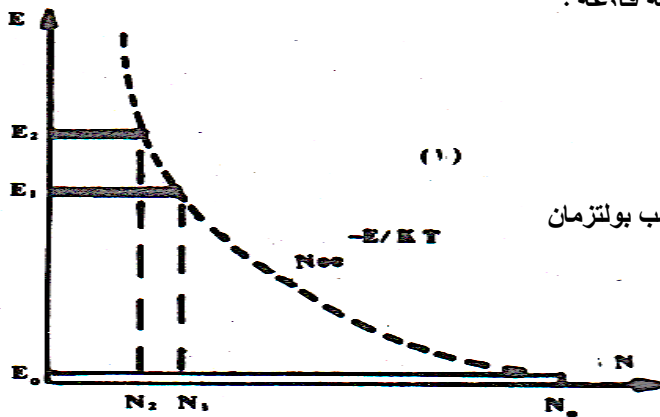
هو الانبعاث الذي يحصل عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقه عالي إلى مستوى طاقه واطى بصوره تلقائي وبدون مؤثر خارجي ونتيجة للانتقال التلقائي هذا فأن الذرة ستبعث فوتون ذو طاقه مساويه لفرق الطاقه بين المستويين. ان جميع مصادر الضوء التقليدي كمصباح بخار الصوديوم، أو بخار الزئبق تعمل على اساس الانبعاث التلقائي.

2- الانبعاث المحفز

يتم هذا الانبعاث عن طريق تحفيز الذرة وهي في المستوى المتهيج لكي تنتقل الى مستوى طاقة اوطأ ويتم ذلك بواسطة اصطدام هذه الذرة بفوتون له طاقه مساوية تماما الى فرق الطاقة بين المستويين مما يؤدي الى انبعاث فوتون ثان له نفس التردد ونفس الطور للفوتون المحفز. وسنتطرق لاحقا بشيء من التفصيل الى هذين الانبعاثين وصفاتهما . وعموما ان احتمالية حدوث الانبعاث المحفز في وسط ذري او جزيئي في حالة التوازن تكون ضعيفة حيث ان الصعوبة في حالة الموجات المرئية تقع في تأهيل المستوى الذي سيحفز ومع تطور فكرة التأهيل العكسي وتقنية تنفيذه اصبح بالامكان تطبيق فكرة الانبعاث المحفز في مدى الضوء المرئي والحصول على الليزر.

دالة التوزيع لبولتزمان

عندما يكون النظام الذري او الجزيئي لوسط معين في حالة توازن ثرموداينميكي ، مثلا غاز بدرجة حرارة T فان ذرات الوسط (او جزيئاته) تتوزع على مستويات الطاقة وفق دالة توزيع معينة تدعى دالة التوزيع لبولتزمان حيث تتناقص عدد الجزيئات المتواجدة في وحدة الحجم في مستوى ما (يدعى بتأهيل المستوى N) مع الزيادة في طاقة المستوى وكما موضح في الشكل 3-1 . فكلما كانت فاصلة الطاقة بين مستويين اكبر (طول الموجة لها تكون اصغر $E = hv = hc/\lambda$) كلما كان الفرق في تأهيل المستويين اكبر . لمثل هذه الاوساط وفي درجة حرارة الغرفة يمكن اعتبار جميع ذرات الوسط (او جزيئاته) تقريبا في المستوى الارضي E_0 اوطأ مستوى للطاقة) وان المستويات الاعلى منه تكون شبه فاعلة .

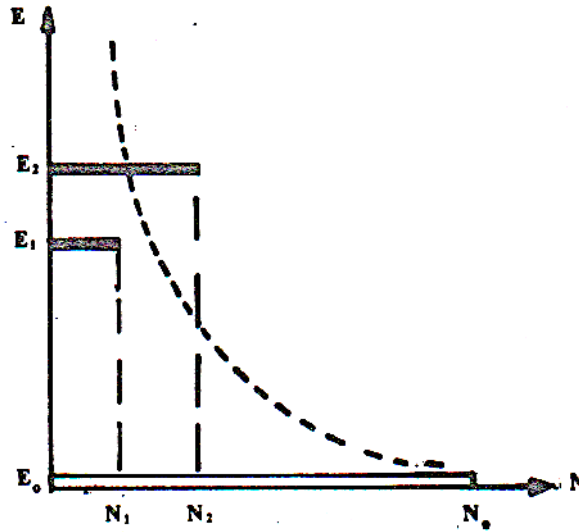


شكل 3-1 التأهيل الطبيعي لمستويات الطاقة حسب بولتزمان



التأهيل العكسي

في الاوساط التي يكون فيها فاصل الطاقة بين مستويات ذراتها او جزيئاتها كبير نسبيا (طول الموجة يقع في المدى المرئي) يكون تأهيل المستوى الاعلى صغيرا واحتمالية حدوث عملية الانبعاث المحفز واطنة . ولتنشيط هذه العملية بين مستويين للطاقة يجب ضخ الطاقة الى النظام بشكل يجعل تأهيل المستوى الاعلى اكثر من المستوى الاوطأ منه . اي الأخلال بحالة التوازن وبالتالي يتحقق التأهيل العكسي بين المستويين كما في الشكل 4-1. فاذا تم تسليط شعاع كهرومغناطيسي بتردد يناسب فرق الطاقة بين هذين المستويين ستبدأ عملية الانبعاث المحفز وسيتمضخم الاشعاع الساقط وعندها لا يمكن تطبيق قوانين الاتزان الترموديناميكي على هذا النظام .



شكل 4-1 التأهيل العكسي

المرنان البصري

تجويف رنيني الغرض منه تقوية التذبذب وتغذيته والعمل على ديمومته وهو جزء ضروري في جهاز الليزر حيث يوضع الوسط الليزري في داخله . حيث ان ارتداد الاشعة ذهابا وايابا (بسب المرايا المكونة له) يؤدي الى تكوين الموجات الواقفة التي تمنح فرصة تزويد الوسط نفسه بنفسه (التغذية الاسترجاعية) بالفوتونات المطلوبة لعملية الانبعاث المحفز. والمرنان الليزر تصاميم معينة غير مغلقة وسنتطرق لانواعه ومميزات كل نوع لاحقا .



Black Body Radiation أشعاع الجسم الاسود

الجسم الاسود عبارة عن تجويف مملوء بوسط عازل متجانس الصفات وجدرانه التي عند درجة حرارة معينة T سوف تبعث اشعاع كهرومغناطيسي باستمرار كما انها تستلم ما يسقط عليها من اشعاع كهرومغناطيسي فاذا تساوى معدل الانبعاث مع معدل الامتصاص يتحقق شرط التوازن عند اي موضع داخل التجويف او عند جدرانه ويطلق على اشعاع هذا التجويف بأشعاع الجسم الاسود. معامل الامتصاصية A يعطى بالعلاقة

$$\text{Absorption coefficient } (A) = \text{absorption rate } (a) / \text{emission rate } (e)$$

For black body $A=1$ because $a = e$

يمتاز سطح الجسم الاسود بما يلي :

1. يمتص جميع الاشعة الساقطة عليه
2. يبعث اشعاع بأقصى شدة وبجميع الاتجاهات والاطوال الموجية

تم تطوير نظرية توزيع الطاقة لإشعاع الجسم الأسود من قبل العالم بلانك وظهرت لأول مرة في عام 1901. حيث أفترض بلانك أن الطاقة يمكن أن تمتص أو تنبعث فقط في وحدات منفصلة أو فوتونات محملة بالطاقة

$$E = h\nu$$

The constant of proportionality is $h = 6.625 \times 10^{-34} \text{ J s}$.

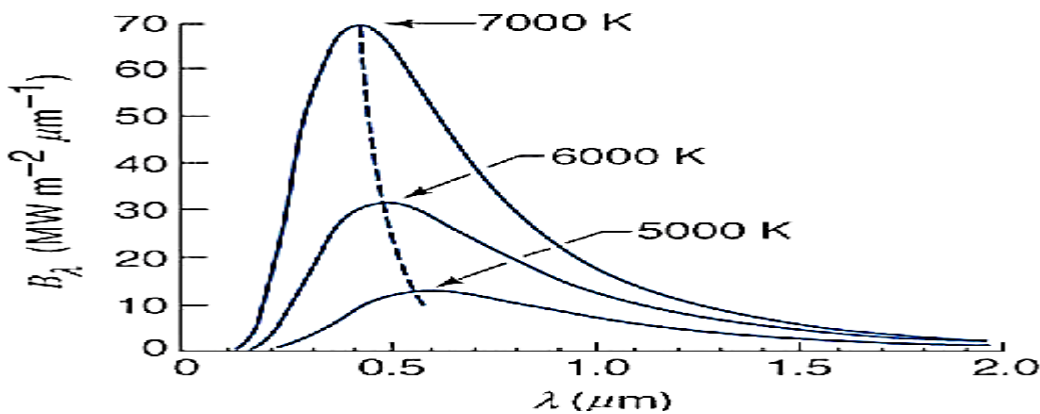
وقد اوضح بلانك أن شدة الإشعاع المنبعث من الجسم الأسود تعطى بواسطة دالة بلانك B_λ Planck function

$$B_\lambda = \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}$$

where c_1 and c_2 are constants

$$c_1 = 2\pi h c^2 = 3.74 \times 10^{-16} \text{ W m}^{-2} \quad \text{and} \quad c_2 = hc/k = 1.44 \times 10^{-2} \text{ mK}$$

وعند رسم B_λ Planck function كدالة ذات طول موجي على مقياس خطي ، فإن الطيف الناتج من الشدة أحادية اللون يظهر المنحني الموضح في الشكل ادناه



شكل (5-1) انبعاث الجسم الأسود (دالة بلانك) لدرجات الحرارة المطلقة كما هو محدد ، تم رسمها كدالة لطول الموجة



القانون فين للإزاحة The Wien's Displacement Law

قام العالم الفيزيائي الألماني فلهم فين بوضعه وينص على:

" ان انزياح قمم توزيع الأطوال الموجية للأشعة الحرارية الصادرة من جسم أسود نحو أطوال موجة قصيرة مع ارتفاع درجة حرارة الجسم الأسود"
والصيغة الرياضية لقانون فين كالآتي:

$$\lambda_m = \frac{0.0029}{T}$$

Where λ_m is expressed in meter and T in degrees kelvin.

فكلما ارتفعت درجة حرارة الجسم الأسود كلما انزاحت طول الموجة والتي عندها يصدر الجسم أقصى إشعاع له كما في الشكل (5-1). ولهذا يشع الحديد الساخن أشعة حمراء إلى أحمر غامق ، أما الحديد المنصهر فيشع أشعة في نطاق الضوء الأبيض.

مثال/ كم تبلغ درجة حرارة الشمس؟ اذا كان الطول الموجي لأقصى اشعاع شمسي يبلغ تقريبا $0.475 \mu\text{m}$

Solution:

$$\lambda_m = \frac{0.0029}{T} \quad T = \frac{0.0029}{\lambda_m} = \frac{0.0029}{0.475 \times 10^{-6}} = 6105 \text{ K}$$

القانون ستيفان - بولتزمان The Stefan-Boltzmann Law

تم اكتشاف هذا القانون تجريبياً على يد ستيفان عام 1879 م، ثم برهنه رياضياً بولتزمان عام 1884 م. و ينص قانون ستيفان - بولتزمان على

"أن شدة الطاقة الكاملة المنبعثة من الجسم الأسود (واط في الثانية لكل وحدة مساحة) تتناسب مع القوة الرابعة لدرجة حرارة الجسم (كلفن).

والصيغة الرياضية كالآتي:

$$I = P/A = \sigma T^4$$

where σ is a constant equal to $5.67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$, P power and A area, I intensity



مثال / يبلغ نصف قطر فتيل السخان 2 مم وطوله 200 مم. إذا كانت درجة حرارة سطحه 2000 كلفن فما صافي القدرة المشعة؟

Solution:

$$I = P/A = \sigma T^4$$

• Surface area of cylinder is given by

$$A = 2 \pi r l = 2 \times 3.14 \times (2 \times 10^{-3} \text{ m}) \times 0.2 \text{ m} = 2.51 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$P = (5.67 \times 10^{-8}) (2.51 \times 10^{-3}) (2000)^4 = 2270 \text{ W} = 2.27 \text{ kW}$$

✚ حساب كثافة طاقة اشعاع الجسم الاسود ρ عند التوازن

ان كثافة طاقة اشعاع الجسم الاسود ρ عند التوازن تمثل مقدار الطاقة الموجودة في وحدة الحجم من التجويف ويعبر عنها بدلالة المجال الكهربائي $E(t)$ والمجال المغناطيسي $H(t)$ وتعطى بالعلاقة الآتية :

$$\rho = \frac{1}{2} \epsilon E^2(t) + \frac{1}{2} \mu H^2(t)$$

حيث ان ϵ : السماحية الكهربائية μ : النفوذية المغناطيسية للوسط الذي يملأ التجويف .

ان طاقة اشعاع الجسم الاسود هي دالة للتردد ، اي ان طاقة الإشعاع الكهرومغناطيسي تتوزع على قيم مختلفة للتردد ويعرف هذا بتوزيع الطاقة الطيفي ρ_v ويمثل المقدار $\rho_v dv$ كثافة طاقة الاشعاع في مدى تردد محصور بين v و $v + dv$ وعليه تكون العلاقة بين ρ و ρ_v كالآتي :

$$\rho = \int_0^x \rho_v dv$$

س/برهن ان دالة التوزيع الطيفي دالة عامة تعتمد فقط على تردد ودرجة حرارة التجويف ولا تعتمد على شكله او طبيعة جدرانها؟
البرهان:

باستعمال مبادئ الترموداينميك نفرض :

1. وجود تجويفين وبشكلين مختلفين
2. درجة حرارة جدران كل منهما T وتبقى هذه الدرجة منتظمة لكل منهما حيث يرتبط الاثنان بمنظم لدرجة الحرارة وليكن بدرجة T

3. ان كثافة الطاقة لتردد معين v للتجويف الاول هي ρ_v وللتجويف الثاني ρ_v''

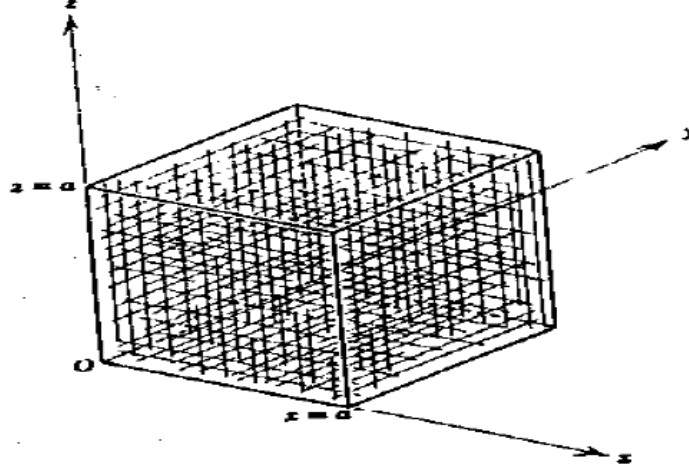
فاذا كانت ρ_v اكبر او اصغر من ρ_v'' فذلك يعني وجود جريان للطاقة الكهرومغناطيسية من احدهما للآخر وذلك يخالف القانون الثاني للترموداينميك وما دام التجويفين بدرجة حرارة واحدة فيجب ان تكون $\rho_v'' = \rho_v$ وكذلك تكون لجميع الترددات



س/ ما هو شكل دالة التوزيع الطيفي للدالة $\rho(v, T)$ ؟

ج/ استنادا لفرضية الضوء الكمي للعالم بلانك تم اشتقاق هذه الدالة ولما كانت الدالة ρ_v لا تعتمد على شكل التجويف ولا على طبيعة المادة العازلة بداخله ، سنفرض :

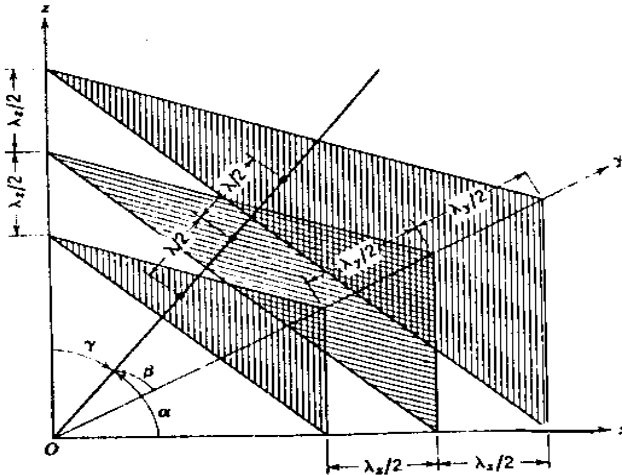
1- وجود تجويف بشكل مكعب طول ضلعه a كما في شكل 5-1 ذو جدران موصلة ومملوءة بانتظام بمادة عازلة



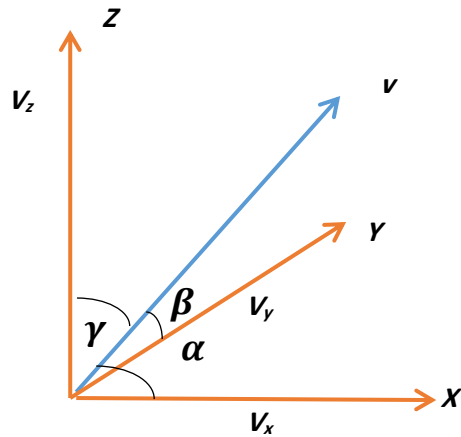
الشكل 5-1

2- لحساب ρ_v نبدأ بحساب توزيع المجال الكهرومغناطيسي للموجات الواقعة المتواجدة داخل التجويف والتي تحدث نتيجة للانعكاسات المتتالية عن الجدران ويمكن تحليل هذا التذبذب الى ثلاثة مركبات باتجاه الاحداثيات المتعامدة والتي تقع على امتدادها الأضلاع الثلاثة للتجويف ولتأخذ مثلا المركبة باتجاه المحور x فالموجة الواقعة بهذا الاتجاه تشكل عقدة عند كل جدار مقابل ، اي عند الموضع $x=0$ والموضع $x=a$ وكذلك الحال للمركبتين باتجاه y, z وهذا يكون التذبذب بصيغ تحدد طول الموجة او التردد .

3- وجود شعاع طول موجته λ بتردد ν يسير باتجاه تحددته ثلاث زوايا هي α, β, γ يصنع مساره مع الاحداثيات الثلاثة على التوالي كما في الشكل 6-1 . وهذا الاشعاع يمثل موجة واقفة ما دامت مركباته الثلاثة موجات واقفة .



الشكل 6-1





$$v = c/\lambda$$

$$\cos \alpha = \frac{v_x}{v} \rightarrow v_x = v \cos \alpha \rightarrow \frac{c}{\lambda_x} = \frac{c}{\lambda} \cos \alpha \quad \therefore \lambda_x = \frac{\lambda}{\cos \alpha}$$

$$\cos \beta = \frac{v_y}{v} \rightarrow v_y = v \cos \beta \rightarrow \frac{c}{\lambda_y} = \frac{c}{\lambda} \cos \beta \quad \therefore \lambda_y = \frac{\lambda}{\cos \beta}$$

$$\cos \gamma = \frac{v_z}{v} \rightarrow v_z = v \cos \gamma \rightarrow \frac{c}{\lambda_z} = \frac{c}{\lambda} \cos \gamma \quad \therefore \lambda_z = \frac{\lambda}{\cos \gamma}$$

ولما كانت المسافة بين عقدتين متتاليتين للشعاع تساوي $\lambda/2$ وبالتالي نكون موقع العقد للمركبات الثلاث كالآتي :

$$\frac{\lambda_x}{2} = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} \quad , \quad \frac{\lambda_y}{2} = \frac{\lambda}{2 \cos \beta} \quad , \quad \frac{\lambda_z}{2} = \frac{\lambda}{2 \cos \gamma} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ولحساب توزيع المجال الكهرومغناطيسي للموجات الواقعة المتواجدة داخل التجويف نركز على مركبة

المجال الكهربائي في الاشعاع الكهرومغناطيسي حيث تكون:

$$E(x, t) = A \sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda_x} \right) \sin (2\pi vt)$$

$$E(y, t) = B \sin \left(\frac{2\pi y}{\lambda_y} \right) \sin (2\pi vt)$$

$$E(z, t) = C \sin \left(\frac{2\pi z}{\lambda_z} \right) \sin (2\pi vt)$$

حيث ان A, B, C تمثل سعة الموجة باتجاه المحاور الثلاث

ان المقدار $\sin \left(\frac{2\pi x}{\lambda_x} \right)$ يتلاشى للقيم $0, 1, 2, 3, \dots$ لذا تكون المسافة بين عقدة واخرى $\Delta x = \frac{\lambda_x}{2}$

وبالمثل تكون الحالة للمركبتين الاخرتين باتجاه y, z . ان المركبات الثلاث تحقق شرط حدوث العقدة عند الموضع $x=0, y=0, z=0$

ولجعل تلك المعادلات تحقق ايضا شرط حدوث العقدة عند الموضع $x=a, y=a, z=a$ نجعل :

$$\frac{2x}{\lambda_x} = n_x \quad \text{where} \quad n_x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2y}{\lambda_y} = n_y \quad \text{where} \quad n_y = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$\frac{2z}{\lambda_z} = n_z \quad \text{where} \quad n_z = 0, 1, 2, 3, \dots$$

وبتعويض معادلة 1 بالمعادلة الاخير نحصل

$$\frac{2a}{\lambda} \cos \gamma = n_z \quad \frac{2a}{\lambda} \cos \beta = n_y \quad \frac{2a}{\lambda} \cos \alpha = n_x$$

وبالتربيع للطرفين وجمع المركبات نحصل :



$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{4a^2}{\lambda^2} (\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma)$$

$$(\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma) = 1 \text{ ولكن}$$

$$\therefore \frac{2a}{\lambda} = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)^{1/2}$$

حيث تأخذ كل من n_x, n_y, n_z جميع القيم العددية الممكنة وتصف هذه المعادلة الحدود الممكنة للتذبذب داخل التجويف اي تحديد الطول الموجي للموجات الكهرومغناطيسية التي يحتويها التجويف ويمكن كتابتها بدلالة التردد

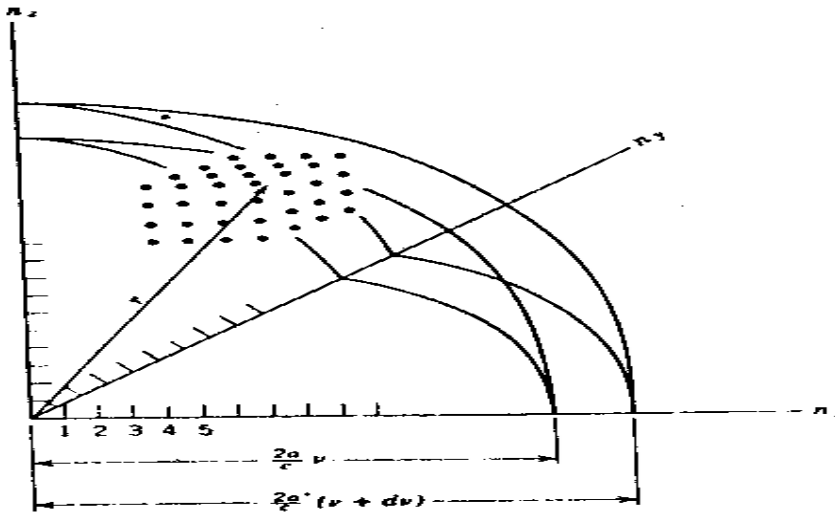
$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2a} (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

نفرض شبكة مكعبة الشكل يمكن وصف كل نقطة من نقاطها بمجموعة الاعداد n_x, n_y, n_z كما في الشكل 7-1 . حيث ان كل نقطة من نقاط الشبكة تناظر ترددا مسموحا مقداره $N_r dv$ ومساويا للمقدار $N_r dr$ وهو عدد النقاط الواقعة في قشرة كروية نصف قطرها r وسمكها dr حيث ان البعد r يعطى بالعلاقة الاتية :

$$r = (n_x^2 + n_y^2 + n_z^2)^{1/2} \dots\dots\dots (3)$$

وبتعويض معادلة (2) في معادلة (3) نحصل

$$r = \frac{2av}{c}$$



الشكل 7-1

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow dV = 4\pi r^2 dr \text{ حجم القشرة الكروية}$$

حيث ان المقدار $N_r dr$ يساوي حجم القشرة الكروية مضروباً في الكثافة العددية لنقاط الشبكة



$$N_r dr = \frac{1}{8} dV = \frac{1}{2} \pi r^2 dr = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{2av}{c} \right)^2 \left(\frac{2a}{c} dv \right) = \frac{4 \pi a^3 v^2 dv}{c^3}$$

ونظرا لوجود موجتين مستقلتين تناظران حالي الاستقطاب الدائري للاشعاع الكهرومغناطيسي لذا يضاعف الناتج اعلاه عند حساب الترددات المسموحة الواقعة في مدى التردد المعطى وبهذا تكون :

$$N_v dv = \frac{8 \pi a^3 v^2 dv}{c^3} \dots\dots\dots (4)$$

ان هذا العدد من صيغ التذبذب لا يعتمد على شكل التجويف لذا يمكن الاستعاضة عن a^3 بحجم التجويف V

$$N_v dN_v = \frac{8 \pi V v^2 dv}{c^3} \dots\dots\dots (5)$$

✚ حساب معدل الطاقة المرافقة لموجة واقفة تتذبذب بصيغة ترددها ν

اولا : حسابات رالي - جينز (المعالجة الكلاسيكية)

حسب الفيزياء التقليدية ، يمكن ان تتخذ طاقة الموجة اي قيمة تتراوح بين الصفر واللانهاية ، والقيمة الحقيقية تتناسب مع مربع متوسط سعة الموجة ولكن عندما يحوي الجهاز على عدد كبير من الموجات الواقفة وهو اشعاع في حالة توازن حراري مع بعضه البعض بدرجة حرارة T فان جهازا كهذا وحسب النظرية التقليدية للميكانيك الاحصائي يكون خاضعا لاحتمالية توزيع معين للطاقة تعطى شكل دالة التوزيع لها بدلالة درجة الحرارة كما يعين معدل الطاقة باستخدام احتمالية التوزيع لبولتزمان وتكون الاحتمالية dp لتردد معين لتجويف تقع طاقة الاشعاع فيها بين المقدار E و $dE+E$ على النحو الاتي :

$$dp = C e^{-E/kT} dE$$

حيث C مقدار ثابت ، K ثابت بولتزمان .. عند استخدام هذه المعادلة يكون معدل الطاقة $\bar{E}$ لتردد صيغة تذبذب معينة :

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-E/kT} dE}{\int_0^{\infty} e^{-E/kT} dE}$$

وبحل التكامل ينتج

$$\bar{E} = kT \dots\dots\dots (6)$$

وبهذا تكون كثافة الطاقة في مدى تردد محصورين ν و $\nu+d\nu$ لطيف اشعاع الجسم الاسود ولتجويف بدرجة حرارة T هي حاصل ضرب معدل الطاقة لصيغة تذبذب واحدة معادلة (6) وعدد صيغ التذبذب المتواجد معادلة (5) في هذا المدى مقسوما على حجم التجويف اي ان

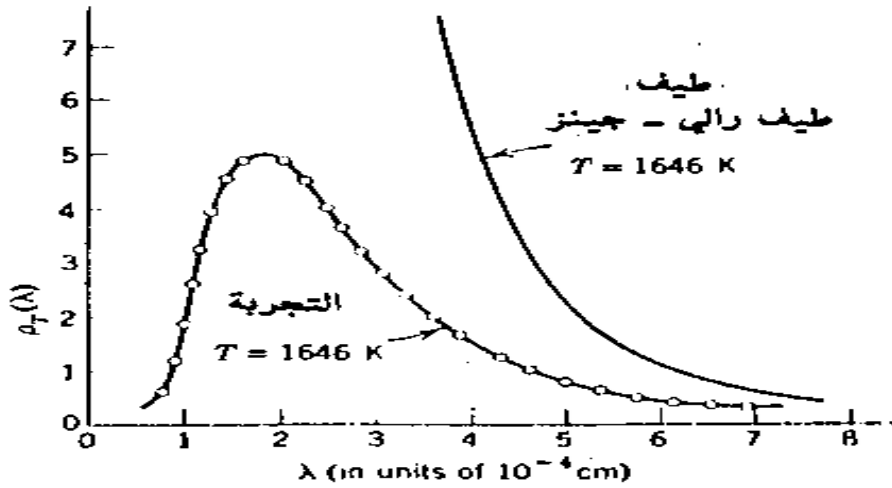


$$\rho_v(T, v)dv = \frac{8 \pi v^2}{c^3} KT dv$$

ويمكن كتابتها بعد التقريب بدلالة طول الموجة حيث تمثل التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود حسب حسابات رالي - جينز وكما باتي

$$\rho_\lambda(T, \lambda)d\lambda = \frac{8 \pi}{\lambda^4} KT d\lambda$$

ويوضح الشكل 8-1 مقارنة بين طيف رالي- جينز والنتائج التجريبية وكما يتضح عدم انطباق الحسابات النظرية مع الحسابات التجريبية عند الاطوال الموجية القصيرة اي عند الطاقات العالية للاشعاع .



الشكل 8-1 مقارنة بين طيف رالي- جينز والنتائج التجريبية

ثانياً: حسابات بلانك (للمعالجة الكمية)

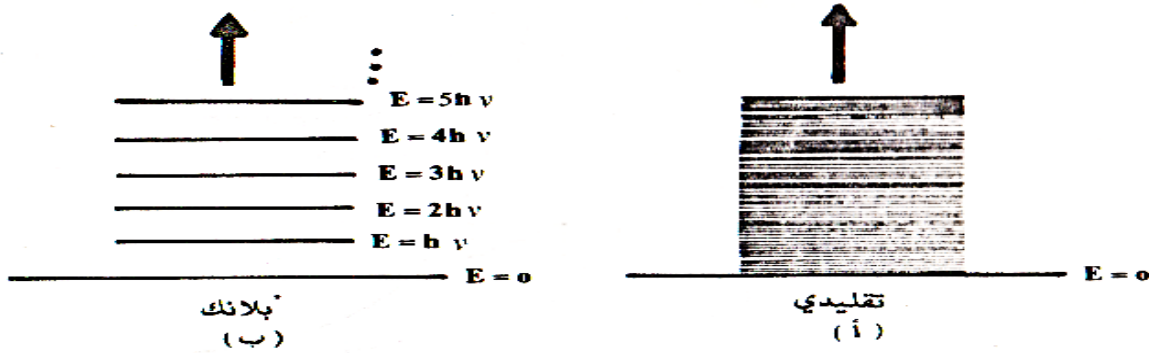
بقيت مسألة التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود غير محلولة حتى بداية القرن العشرين حين ادخل بلانك فرضية الضوء الكمي التي تنص على ان طاقة التردد لتجويف اشعاع كهرومغناطيسي لا يمكن ان تأخذ اي قيمة كيفما اتفق كما في معادلة $\bar{E} = kT$ بل ان الطاقة يجب ان تأخذ قيما معينة محددة ويجب ان تكون هذه القيم مضاعفات عددية لكمية اساسية تتناسب مع تردد صيغة التذبذب للاشعاع . بمعنى اخر، فرض بلانك ان طاقة التذبذب E لصيغة معينة بتردد ν تعطى بالعلاقة:

$$E = nh\nu \quad \dots (7)$$

حيث $n = 0, 1, 2, \dots$: h ثابت بلانك ويساوي $6.625 \times 10^{-34} \text{ j.s}$



ان في مضمون هذه الفرضية تحديد لكيفية التعامل مع داخل التجويف وجدرانه ، اي ان التعامل مع اشعاع الجسم الاسود يتم على اساس التعامل مع دفعات او كمات من الطاقة مقدار كل كم يساوي $h\nu$ ويطلق على الكم (فوتون) كما في شكل (1-9)



مقارنة بين الطاقة التي يمكن ان يتخذها مدبذب يتذبذب بحركة توافقية بسيطة.
(أ) حسب الميكانيك التقليدي (ب) حسب فرضية « بلانك » .

شكل (1-9)

وفقا لهذه الفرضية يكون معدل الطاقة لصيغة معينة من التذبذب على النحو الاتي :

$$\bar{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n h \nu e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}}$$

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \quad \dots\dots (8)$$

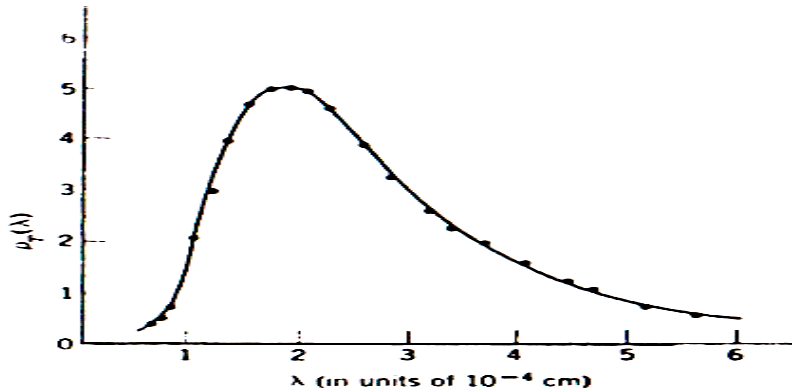
$$\rho_\nu(T, \nu) d\nu = \frac{8 \pi h \nu^3 / c^3}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$

وبدلالة طول الموجة وبعد التقريب نحصل

$$\rho_\lambda(T, \lambda) d\lambda = \frac{8 \pi hc}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/k\lambda T} - 1} d\lambda$$

هذا يمثل التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود كما وجده بلانك والذي هو في توافق تام مع القيم التجريبية كما هو واضح

في شكل (10-1)



شكل (10-1)



ان معدل عدد الفوتونات $\bar{q}$ يعطى بالعلاقة الاتية

$$\bar{q} = \frac{\bar{E}}{h\nu} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

ان العلاقة بين كثافة الطاقة ρ والشدة I

$$\rho = \frac{4}{c} I$$

معادلات الانبعاث الذاتي spontaneous emission equations

نفرض ان هناك نظام ذري ذو مستويين للطاقة بحيث $E_2 > E_1$ كما في الشكل (11-1) وللسهولة نفرض ان E_1 هو المستوى الأرضي لذرة المادة ، وان الذرة في البداية تقع في المستوي (2) وبسبب كون طاقة المستوي (2) اكبر من المستوي (1) فالذرة طبيعيا (تلقائيا) تحاول الاضمحلال الى المستوي (1) وبهذا تحرر طاقة بمقدار $E_2 - E_1$ على شكل (فوتونات) موجة كهرومغناطيسية . هذه الظاهرة تدعى بالانبعاث الذاتي ، وتردد الموجة يعبر عنها بدلالة قانون بلانك اي

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_2 في المستوي (2) في الزمن t سيكون معدل الاضمحلال $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{sp}$ متناسبا مع العدد N_2 اي ان :

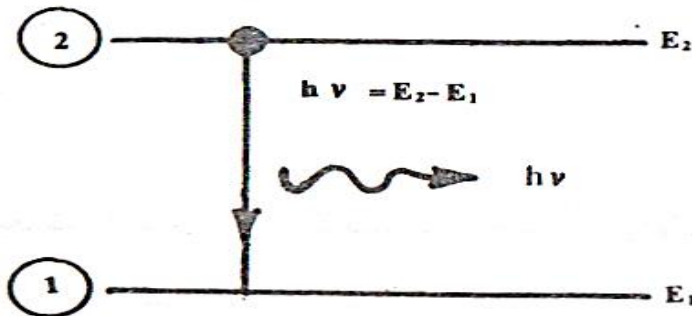
$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{sp} = -AN_2$$

حيث A : احتمالية الانبعاث الذاتي (معامل أينشتاين) ويساوي مقلوب الزمن بقاء الذرة في المستوي المتهيج (متوسط زمن عمر الانبعاث الذاتي τ_{sp}) اي ان :

$$A = \frac{1}{\tau_{sp}} \quad \text{وحداته } sec^{-1}$$

ان الانبعاث الذاتي على نوعين هما :

- 1- الاضمحلال المشع يصاحبه انبعاث موجة كهرومغناطيسية
- 2- الاضمحلال غير المشع لا يصاحبه انبعاث موجة كهرومغناطيسية . حيث تخسر الذرة فرق الطاقة بين المستويين عن طريق اصطدامها بما حولها من ذرات او جزيئات مماثلة او مخالفة او عن طريق اصطدامها بجدران الأناء الذي يحويها . ويعتمد الفقدان على طبيعة المادة وحالتها وكذلك طبيعة المادة التي تتبادل معها الطاقة لذلك تكون عملية الاضمحلال غير المشع معقدة ومتشعبة.



الشكل (11-1) الانبعاث الذاتي

معادلات الانبعاث المحفز *stimulated emission equations*

نفرض ان الذرة موجودة ايضا في المستوى (2) ولكن هذه المرة بحضور اشعاع كهرومغناطيسي متواجد في الوسط وبتردد ν بحيث ان $h\nu$ يساوي تماما $E_2 - E_1$ الفرق بين طاقتي المستويين (1) و (2). عند توفر هذا الشرط اي عندما يكون تردد الموجات الساقطة مساوي لتردد الانتقال الذري فهناك احتمالية محدودة لهذا الاشعاع ان يحفز الذرة التي هي في المستوى (2) ويجبرها على الانتقال الى المستوى الأوطأ (1) وفي هذه الحالة يتحرر فرق الطاقة $E_2 - E_1$ للذرة المنتقلة على شكل موجات كهرومغناطيسية تضاف الى الموجة الساقطة وتتحد صفاتها معا بشكل خاص لاحظ الشكل (12-1). ففي هذه الحالة وبسبب كون عملية الانبعاث المحفز عملية اضطرارية من قبل الموجة الساقطة فالموجة المنبعثة من اي ذرة محفزة في المستوى (2) تكون متحدة في الطور مع الموجة الساقطة وبنفس اتجاهها. ويمثل ذلك الفرق بين الانبعاث المحفز والانبعاث الذاتي يحصل بصورة تلقائية بمجرد وجود الذرة في حالة متهيجة فالذرة المضمحلة تبعث اشعاعا كهرومغناطيسيا لا يكون له علاقة طور محددة بتلك التي تبعثه ذرة اخرى متواجدة في المستوى ذاته كما ان هذا الاشعاع قد ينتقل باي اتجاه في الفضاء.

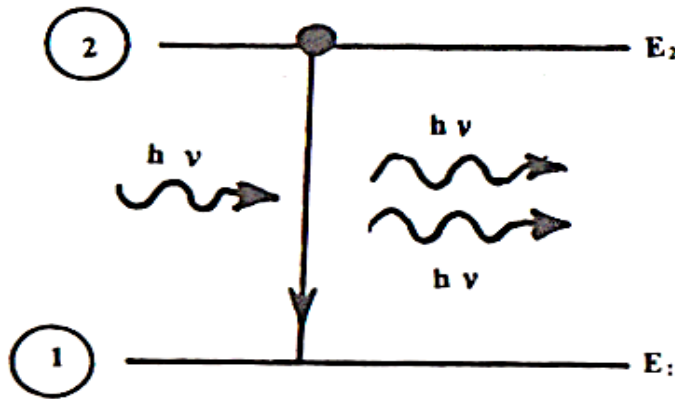
واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_2 في المستوى (2) في الزمن t سيكون معدل الانتقال $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st}$ نتيجة الانبعاث المحفز :

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} = -W_{21}N_2$$

حيث W_{21} : احتمالية الانتقال المحفز وكما هو الحال للمعامل A يكون للمعامل W وحدات sec^{-1} ولكن المقدار W لا يماثل المقدار A من ناحية كون W لا يعتمد فقط على الانتقال المحدد بين المستويين (1) و (2) وانما يعتمد ايضا على شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط . ولموجة كهرومغناطيسية مستوية يكون :

$$W_{21} = \sigma_{21} F$$

حيث يمثل المقدار F التدفق الفوتوني للموجة الساقطة اما ثابت التناسب σ_{21} فهو كمية لها ابعاد المساحة وتدعى بمقطع الانبعاث المحفز وتعتمد فقط على صفات الانتقال المعطى .



الشكل (12-1) الانبعاث المحفز



معادلات الامتصاص Absorption equations

لنفرض الان ان الذرة متواجدة في المستوى الأوطأ الأرضي للطاقة (المستوى 1) فاتها ستبقى هناك ما لم تتعرض الى محرض خارجي . فعند تعرض الوسط الى اشعاع كهرومغناطيسي ذي تردد ν بحيث ان $h\nu$ يساوي تماما $E_2 - E_1$ الفرق بين طاقتي المستويين (1) و (2) . عند توفر هذا الشرط اي عندما يكون تردد الموجات الساقطة مساوي لتردد الانتقال الذري فهناك احتمالية محدودة للذرة للارتقاء الى المستوى الاعلى (2) اذ تغذي الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة الذرة بمقدار فرق الطاقة $E_2 - E_1$ الذي تحتاجه لأتمام عملية الانتقال وتدعى بعملية الامتصاص لاحظ الشكل (13-1)

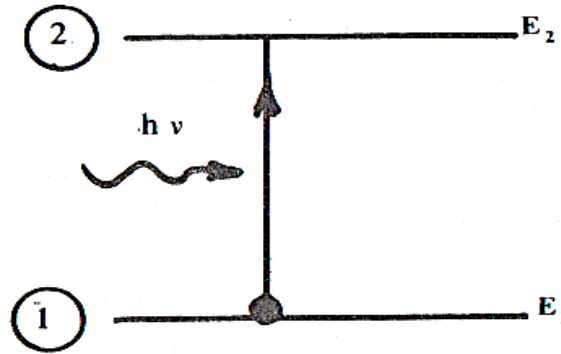
واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_1 في المستوى (1) في الزمن t سيكون معدل الامتصاص

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{ab} = -W_{12}N_1 \quad \left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{ab}$$

حيث W_{12} : احتمالية الامتصاص وحداته sec^{-1} وتعتمد ايضا على شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط وكذلك على الانتقال الذري بين المستويين المعنيين . ولموجة كهرومغناطيسية مستوية يكون :

$$W_{12} = \sigma_{12} F$$

حيث يمثل المقدار F التدفق الفوتوني للموجة الساقطة اما ثابت التناسب σ_{12} فهو كمية لها ابعاد المساحة وتدعى بمقطع الامتصاص وتعتمد فقط على صفات الانتقال المعطى .



الشكل (13-1) عملية الامتصاص

ان مقطعي الامتصاص والانبعث المحفز متساويان $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ وهذا يعني تساوي احتمالية عمليتي الامتصاص والانبعث المحفز $W_{12} = W_{21}$ عند تواجد الذرة في اشعاع كهرومغناطيسي مناسب وهي نتيجة توصل اليها اينشتاين لذلك يمكن الاكتفاء بكتابة الرمز σ وكذلك الرمز W ليشير الى مقطع الانتقال او احتماليته على التوالي كما يمكن القول ان عملية الانبعث المحفز هي عملية امتصاص سالبة (او باتجاه معاكس).



معدل الأمتصاص ومعدل الانبعاث المحفز

يعتبر النظام الذري نظاما مكهما يمكن وصفه حسب الميكانيك الكمي في حين يعامل المجال الكهرومغناطيسي للموجة الساقطة بطريقة تقليدية اي باستخدام معادلات ماكسويل . فاذا كان لدينا نظاما ذريا ذو مستويين للطاقة ونفرض بأن الذرة متواجدة في الزمن $t=0$ في الحالة الأرضية المستوى (1) وبحضور مجال مغناطيسي يسقط بكثافة طاقة ρ وبتردد احادي ν (اي تردد زاوي $\omega = 2\pi\nu$). ان وجود المجال يمثل اضطرابا للذرة وهو اضطراب معتمد على الزمن ويؤدي الى حدوث احتمالية لتواجد الذرة في حالة نهائية تختلف عن وضعها الابتدائي عندما تكون الطاقة التي يحملها الاضطراب مساويا الى فرق الطاقة لحالي الذرة .

ان الذرة وهي في المستوى الابتدائي (1) تكتسب طاقة اضافية $\hat{H}$ نتيجة الفعل المتبادل بينها وبين الموجة الكهرومغناطيسية فمثلا قد تكتسب الذرة هذه الطاقة نتيجة للفعل المتبادل بين عزم ثنائي القطب الكهربائي للذرة μ_e والمجال الكهربائي E للموجة الساقطة اي ان $\hat{H} = \vec{\mu}_e + \vec{E}$ كذلك قد يحدث الانتقال نتيجة اكتساب الذرة لطاقة نتيجة الفعل المتبادل لعزم ثنائي القطب المغناطيسي للذرة μ_m مع المجال المغناطيسي B للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة .

ولوصف الفعل المتبادل يتطلب الميكانيك الكمي ادخال هاملتون $\hat{H}$ (معادلة تصف حركة نظام مكون من جسيمات وتعطي طاقته كدالة لموضع الجسيمات ووزخم حركتها) حينئذ يكون هاملتون الذرة الكلي :

$$H = H_0 + \hat{H}$$

حيث ان H_0 هو هاملتون الذرة في حالة غياب المجال الكهرومغناطيسي الخارجي (ذرة غير مضطربة) .

يمكن دراسة التغير الزمني لدالة الموجة ψ للذرة من معادلة شرودنكر المعتمدة على الزمن اي :

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$\text{where } \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad \text{and } i = \sqrt{-1}$$

لحل هذه المعادلة بدلالة ψ يتم ادخال الدالة الذاتية غير المضطربة لكل من المستويين (1) و(2) وهما على التوالي :

$$\psi_1 = \mu_1 e^{-iE_1 t/\hbar} \quad \text{and} \quad \psi_2 = \mu_2 e^{-iE_2 t/\hbar}$$

بشرط ان تحقق كل من μ_1 , μ_2 معادلة شرودنكر غير المعتمدة على الزمن اي ان :

$$H_0 \mu_j = E_j \mu_j \quad \text{where } j=1,2,\dots$$

اما عندما تكون الذرة تحت تأثير الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة فتكون دالة الموجة للذرة كالآتي :

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2$$



حيث تكون a_1 , a_2 اعداد معقدة معتمدة على الزمن

كذلك فان المعاملات $|a_1|^2$, $|a_2|^2$ تعطي الاحتمالية في الزمن t لتواجد الذرة في المستوى (1) و(2) على التوالي ومرتبطين بالعلاقة :

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$$

لذا عند احتساب احتمالية الانتقال W_{12} يجب حساب الكمية $|a_1(t)|^2$ او المقدار $|a_2(t)|^2$ حيث ان :

$$W_{12} = \frac{|a_2(t)|^2}{t}$$

يمكن حساب المقدار W_{12} في حالة كون الفعل المتبادل والمسبب للانتقال الذري يأتي نتيجة الفعل المتبادل بين المجال الكهربائي للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة وعزم ثنائي القطب الكهربائي للذرة والمتمثل بالمعادلة :

$$\dot{H} = e\vec{E}(\vec{r}.t).\vec{r}$$

حيث e شحنة الألكترون المنتقل ، $\vec{r}$ المتجه الذي يحدد الموقع ، $\vec{E}(\vec{r}.t)$ المجال الكهربائي في الموضع $\vec{r}$

ان طول الموجة الساقطة اكبر بكثير مقارنة بالابعد الذرية ضمن المدى المرئي للطيف الكهرومغناطيسي فمثلا طول الموجة للضوء الاصفر 500 نانومتر بينما الابعاد الذرية تكون بحدود 0.1 نانومتر وعندها يمكن التوصل للتعبير الاتي :

$$W_{12} = \frac{\pi}{3 n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu_{21}|^2 \rho g(\Delta\omega)$$

حيث n : معامل الانكسار للنظام الذري و ϵ_0 سماحية الفراغ و μ_{21} : عنصر مصفوفة عزم ثنائي القطب الكهربائي حيث تكون :

$$\mu_{21} = e \int \mu_2 \vec{r} \mu_1 dV$$

حيث V الحجم ، $|\mu_{21}|$ مقدار المتجه $\overline{\mu_{21}}$ وهو متجه يحدد موضع الذرة بالنسبة لأتجاه المجال الكهربائي للموجة الكهربائية الساقطة .

بينما المقدار $g(\Delta\omega)$ دالة شكل الخط الطيفي بينما $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ يمثل مدى التردد الذي تتعرض اليه الذرة مع الزمن حيث ان الذرة لا تتعرض لأشعة احادية الموجة بتردد واحد يساوي ω_0 بل بتوزيع طيفي معين يعطى بالدالة $g(\Delta\omega)$ وان هذه الدالة معيارية للمقدار 1 وشكلها يعتمد على الظاهرة التي تسبب تعريض الخط الطيفي. وغالبا ما يعبر عن هذا الشكل بدالة لورنتز انظر شكل (14-1).



ويمكن كتابة معادلة W_{12} (احتمالية الامتصاص) بدلالة شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط I وسرعة الضوء في

$$I = \frac{\rho c_0}{n} \quad \text{الفراغ } c_0$$

$$W_{12} = \frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu_{21}|^2 I g(\Delta\omega)$$

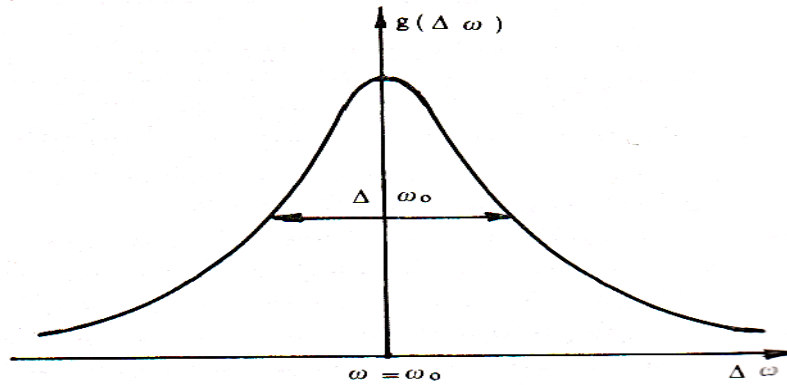
وبنفس طريقة اشتقاق احتمالية الانبعاث المحفز W_{12} وهذا يتضمن كون $|\mu_{21}| = |\mu_{12}|$ اي ان :

$$W_{12} = W_{21} = W$$

اي ان احتمالية الانبعاث المحفز تساوي احتمالية الامتصاص وبالتالي فان الاحتمالية تصبح :

$$W = \frac{\pi}{3 n^2 \epsilon_0 \hbar^2} |\mu|^2 \rho g(\Delta\omega)$$

$$W = \frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu|^2 I g(\Delta\omega)$$



شكل (14-1): منحنى لورنتز حيث $\Delta\omega_0$ عرض المنحنى عند منتصف الشدة

الانتقالات المسموحة والممنوعة



يتبين من معادلة الاحتمالية ان المقدار W يساوي صفر عندما تكون $|\mu|$ تساوي صفر وهذا يحدث عندما تكون الدالتين μ_1 و

μ_2 كلاهما متناظرتين او كلاهما ذي تناظر عكسي اي يقال للدالة $\mu(\vec{r})$ بانها متناظرة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = \mu(-\vec{r})$ او ان

لها تناظر عكسي عندما يكون $\mu(\vec{r}) = -\mu(-\vec{r})$



ولكن متى تكون الدوال الموجية $\mu(\vec{r})$ متناظرة او ذات تناظر عكسي . ان هذا يحدث عندما يكون الهاملتون $H_0(\vec{r})$ للنظام الذري غير متغير عند الانقلاب اي ان الهاملتون $H_0(\vec{r})$ للذرة لا تتغير اشارة عند التعويض عن المتجه $(\vec{r})$ بالمتجه $(-\vec{r})$

$$H_0(\vec{r}) = H_0(-\vec{r})$$

وهذا يؤدي الى

$$\mu_n(\vec{r}) = \pm \mu_n(-\vec{r})$$

هذا يعني عندما يكون الهاملتون $H_0(\vec{r})$ متناظرا كانت الدوال الذاتية متناظرة او ذات تناظر عكسي وعندها يقال ان الدوال الذاتية لها تماثل ، وهذا التماثل يكون اما :

1. تماثل فردي : في حالة لها تناظر عكسي بسبب انقلاب الاشارة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = -\mu(-\vec{r})$

2. تماثل زوجي : في حالة لها تناظر بسبب عدم انقلاب الاشارة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = \mu(-\vec{r})$

وبهذا يمكن القول بأن انتقالات ثنائي القطب الكهربائي تحصل فقط بين حالات الذرة او مستويات الطاقة لها ذي التماثل المضاد (اي انتقالات التماثل الفردي - الزوجي وبالعكس ايضا) ويدعى ذلك بشرط قاعدة الانتقاء والتي تحدد حدوث مثل هذه الانتقالات . فاذا كان المقدار W يساوي صفر قيل ان الانتقال ممنوع لثنائي القطب الكهربائي . لكن هذا لا يعني ان الذرة لا تستطيع الانتقال من حالة الى اخرى بسبب تأثير الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط فقد يحدث انتقالا نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب المغناطيسي او نتيجة الفعل المتبادل لرباعي القطب الكهربائي فقاعدة الانتقاء لثنائي القطب المغناطيسي تسمح بالانتقال بين الحالات التي لها تماثل متشابه (زوجي وزوجي او بين فردي وفردي) في حين ان مثل هذه الانتقالات ممنوعة حسب قاعدة الانتقاء لثنائي القطب الكهربائي والعكس صحيح .

س / اثبت ان احتمالية حدوث الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب الكهربائي W_e اكبر بكثير من الاحتمالية لنظيره المغناطيسي W_m ؟

ج / اذا فرضنا بأن شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط والواقع في مدى الضوء المرئي متساويا في كلتا الحالتين فيمكن تمثيل النسبة بين احتماليتي الانتقال بصورة تقريبية كالآتي :

$$\frac{w_e}{w_m} = \left(\frac{e a E_0}{\beta B_0} \right)^2 = \left(\frac{e a c}{\beta} \right)^2 = \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.05 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8}{9.27 \times 10^{-24}} \right)^2 \approx 67000$$

حيث e شحنة الالكترون ، a نصف قطر الذرة ، c سرعة الضوء ، β بورماكنيتيون ويساوي 9.27×10^{-24} امبير\م2

$$E_0 = B_0 c \quad \text{حيث } B_0 \text{ سعتا المجال الكهربائي والمغناطيسي على التوالي}$$

ويتبين من خلال ما تقدم ان احتمالية حدوث الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب الكهربائي اكبر بكثير من الاحتمالية لنظيره المغناطيسي وهذا يعود الى ان طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب الكهربائي اكبر بكثير من طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب المغناطيسي.



مقاطع الانتقال ومعاملات الامتصاص والكسب

لموجة كهرومغناطيسية مستوية منتظمة الشدة I فان احتمالية الانتقال تناسب طرديا مع التدفق الفوتوني له F اي ان :

$$\sigma = \frac{W}{F} = \frac{\frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu|^2 I g(\Delta\omega)}{\frac{I}{\hbar\omega}}$$

$$F = \frac{I}{\hbar\omega} \quad (\omega \text{ يمثل التردد الزاوي})$$

$$W = \frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar^2} |\mu|^2 I g(\Delta\omega)$$

$$\sigma = \frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar} |\mu|^2 \omega g(\Delta\omega)$$

ويبدو واضحاً من المعادلة ان مقطع الامتصاص σ يعتمد على المادة وكذلك على تردد الموجة الساقطة . كذلك يكون مقطع الانتقال للانبعاث المحفز يساوي مقطع الانتقال للامتصاص .

ويرتبط مقطع الامتصاص σ مع معامل الامتصاص α بالعلاقة التالية :

$$\alpha = \sigma (N_1 - N_2)$$

فاذا كان تأهيل المستوى الأوطأ N_1 اكبر من تأهيل المستوى الأعلى N_2 فان المقدار α مقدار موجب . وبالتعويض عن σ

$$\alpha = \frac{\pi}{3 n \epsilon_0 c_0 \hbar} |\mu|^2 \omega (N_1 - N_2) g(\Delta\omega)$$

وبهذا الشكل ، يعتمد المعامل الجديد α على تأهيل المستويين لذرات المادة وهذه الكمية تبدو اكثر ملائمة لوصف الفعل المتبادل بين الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط وذرات المتعاملة معه وخاصة في الحالة التي يتغير فيها تأهيل المستويين مع الزمن كما هو الحال مع الليزر.

في حالة الليزر يكون $(N_1 < N_2)$ وبالتالي سيكون معامل الامتصاص سالب وفي هذه الحالة تتضخم الموجة الساقطة بدلا

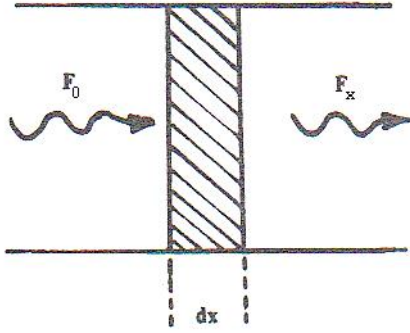
من ان تضعف نتيجة الامتصاص من قبل الوسط ، وذلك يدعى بمعامل الكسب G وهو كمية موجبة اي $G = -\alpha$



عند سقوط سيل فوتوني F على وسط متجانس باتجاه X فإن التغير في هذا التدفق dF نتيجة عبوره مسافة dx في الوسط

$$dF = -\alpha F dx$$

يمكن التعبير عنه بالمعادلة



$$\int_{F_0}^{F_x} \frac{dF}{F} = -\alpha \int_0^x dx$$

$$\ln \frac{F_x}{F_0} = -\alpha x$$

حيث أن F_0 التدفق الساقط و F_x التدفق بعد قطعه مسافة x

شكل 15-1

$$F_x = F_0 e^{-\alpha x}$$

وبدلالة الشدة I للإشعاع وحسب العلاقة $F = \frac{I}{h\omega}$ فإن المعادلة تصبح

$$I_x = I_0 e^{-\alpha x} \quad \text{Beer-Lambert law} \quad \text{قانون بير لامبرت}$$

حسابات اينشتاين للمعاملات الاحتمالية



لما كان انبعاث الخط الطيفي لانتقال معين لا يعتمد فقط على تأهيل المستوي الاعلى بل ايضا على احتمالية حدوث هذا الانتقال . افترض اينشتاين وجود مادة في تجويف للأشعاع الكهرومغناطيسي حيث تكون جدران التجويف بدرجة حرارة منتظمة (T) وعند حصول التوازن الحراري ينتشر الأشعاع الكهرومغناطيسي خلال التجويف فيصيب المادة المغمورة فيه ويكون لهذا الإشعاع توزيع طيفي كثافته ρ_v . وعلى افتراض وجود مستويين لطاقة ذرات المادة (شكل 16-1) وتأهيل هذين المستويين N_1 و N_2 ذرة لكل متر مكعب على التوالي فاحتمالية حدوث العمليات الثلاث (الامتصاص ، الانبعاث الذاتي ، الانبعاث المحفز) بين هذين المستويين تكون بالشكل الاتي :

1- الانبعاث الذاتي

ويحدث من المستوى 2 الى المستوى 1 باحتمالية مقدارها A_{21} ذرة لكل ثانية وانبعاث طاقة تساوي $h\nu_{12}$ وان عدد مثل هذه الانتقالات في الثانية الواحدة وفي المتر المكعب من المادة يساوي ($A_{21} N_2$)

2- الامتصاص

ويحدث نتيجة وجود مادة في وسط اشعاع كهرومغناطيسي وبكثافة ρ_{v12} حيث ان ذرة المادة في المستوى 1 قد تمتص هذا الأشعاع وتقفز الى المستوى 2 بأحتمالية تساوي w_{12} ذرة لكل ثانية حيث ان :

$$W_{12} = B_{12} \rho_{v12}$$

حيث المقدار B_{12} ثابت ويدعى بمعامل B - لأينشتاين . اما عدد الانتقالات من المستوى 1 الى المستوى 2 في الثانية الواحدة وللمتر المكعب من المادة ف يساوي ($W_{12} N_1$)

3- الانبعاث المحفز

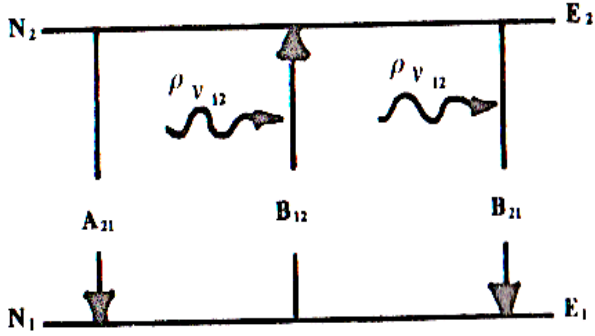


ويحدث ايضا نتيجة وجود مادة في وسط اشعاع كهرومغناطيسي وبكثافة ρ_{v12} حيث ان ذرة المادة في المستوى 2 قد تتحفز بسبب الأشعاع وتقفز الى المستوى 1 بأحتمالية تساوي W_{21} ذرة لكل ثانية حيث ان :

$$W_{21} = B_{21} \rho_{v12}$$

حيث المقدار B_{21} ثابت ويدعى بمعامل B - لأينشتاين . اما عدد الانتقالات من المستوى 2 الى المستوى 1 في الثانية الواحدة

وللمتر المكعب من المادة ف يساوي $(W_{21} N_2)$



(شكل 1-16)

ولما كانت المادة في حالة توازن ثرموديناميكي فان عدد الانتقالات نحو الأسفل يجب ان يعادل عدد الانتقالات نحو الأعلى اي ان

$$B_{12} N_1 \rho_{v12} = A_{21} N_2 + B_{21} N_2 \rho_{v12}$$

بترتيب الحدود والقسمة على N_2

$$\rho_{v12} = \frac{A_{21} N_2}{B_{12} N_1 - B_{21} N_2} = \frac{A_{21}}{B_{12} \frac{N_1}{N_2} - B_{21}}$$

وباستخدام احصائية بولتزمان لحالة التوازن الثرموديناميكي يكون توزيع ذرات المادة على مستويات الطاقة :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-hv/kT}$$

$$\rho_{v12} = \frac{A_{21}}{B_{12} e^{hv/kT} - B_{21}}$$

ولكن احتمالية حدوث عملية امتصاص المادة لأشعاع الجسم الأسود مكافئة تماما لأحتمالية حدوث عملية الانبعاث المحفز لذلك

$$B_{12} = B_{21} = B \quad \text{and} \quad A_{21} = A$$

$$\rho_v = \frac{8 \pi h v^3 / c^3}{e^{hv/kT} - 1} \quad \text{معادلة بلانك}$$

$$\frac{8 \pi h v^3 / c^3}{e^{hv/kT} - 1} = \frac{A}{B e^{hv/kT} - B} = \frac{A}{B(e^{hv/kT} - 1)}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8 \pi h v^3}{c^3}$$

استنتاجات

- 1- عندما $h\nu \gg kT$ يمكن اهمال 1- في مقام في معادلة بلانك والذي يناظر المقدار B_{21} (اي يمثل الانتقال المحفز) ان هذا الشرط يتحقق لانتقالات طيفية تردداتها واقعة في النطاق المرئي وكذلك تحت البنفسجي باستثناء درجات الحرارة العالية اي ان عملية الانبعاث المحفز تصبح مهملة بالنسبة للانبعاث الذاتي الا اننا يمكن ان نلغي هذا الشرط ونجعل عملية الانبعاث المحفز هي المهيمنة عن طريق الاخلال بحالة التوازن الترموداينميكي واحداث ظروف غير طبيعية لا تخضع فيها نسبة تاهيل مستويات الطاقة لأحصائية بولتزمان اي خلق تاهيل عكسي لتنشيط عملية الانبعاث المحفز وهو شرط اساسي للحصول على الليزر.
- 2- عندما $h\nu \leq kT$

ان هذا الشرط يتحقق لانتقالات طيفية تردداتها واقعة في نطاق الاشعة تحت الحمراء او الاشعة المايكروية في درجات الحرارة الاعتيادية ولا يمكننا اهمال عملية الانبعاث المحفز. حيث ان تاهيل المستوي N_2 حسب احصائية بولتزمان يكون مقاربا N_1 اي الانتقالات نحو الاعلى تساوي الانتقالات نحو الاسفل فضلا عن ان A يتناسب عكسيا مكعب الطول الموجي وبالتالي يكون الانبعاث المحفز اكبر بكثير من الانبعاث الذاتي للموجات الطويلة لوسط يتواجد فيه اشعاع كهرومغناطيسي ذو شدة عالية ويمثل ذلك سراكتشاف اشعة الميزر قبل الليزر.

مثال: ما هي درجة الحرارة اللازمة لحدوث الفعل الليزري وتوليد الليزر؟

الحل:

نفرض أن الطول الموجي لشعاع الليزر الناتج هو $\lambda = 0.55 \mu m$ فيكون التردد ν كالآتي:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \frac{m}{s}}{0.55 \times 10^{-6}} = 5.45 \times 10^{14} Hz$$

والآن نطبق قانون بولتزمان لتوزيع الذرات والجزيئات

$$\frac{N_2}{N_1} = \exp\left(-\frac{h\nu}{KT}\right) = 1.1 = \exp\left(-\frac{6.63 \times 10^{-34} J.s \times 5.45 \times 10^{14} Hz}{KT}\right)$$

$$\ln(1.1) = -\frac{6.63 \times 10^{-34} J.s \times 5.45 \times 10^{14} Hz}{KT} \Rightarrow$$

$$T = -\frac{6.63 \times 10^{-34} J.s \times 5.45 \times 10^{14} Hz}{\ln(1.1) \times 1.38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}}$$

$$T = -2.7475 \times 10^5 K$$



ميكانيكية تعريض الخط الطيفي



عند سقوط اشعاع على ذرة معينة فانها سوف تتعامل معه ليس بطول موجي واحد او تردد واحد بل بتوزيع طيفي يعطى بالدالة $g(\Delta\omega)$. وكذلك عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة الى مستوى طاقة اخر لا تبعث او تمتص طول موجة او تردد واحد بل نطاق ضيق من الترددات توصف عادة بدالة تعطي شكل الخط الطيفي للانبعاث او الامتصاص. ان شكل الخط الطيفي واسباب تعريضه لا يختلف سواء كان ناتجا من انبعاث او امتصاص.

ويمكن ان نصنف تعريض الخط الطيفي الى شكلين رئيسين هما:

1- التعريض المتجانس

ويكون فيه تعريض خط الانتقال لكل ذرة من ذرات المادة بنفس الكيفية وبشكل متماثل. اي ان لجميعها نفس التردد الذي تتمركز حوله وهو تردد الخط الطيفي نفسه.

2- التعريض غير المتجانس

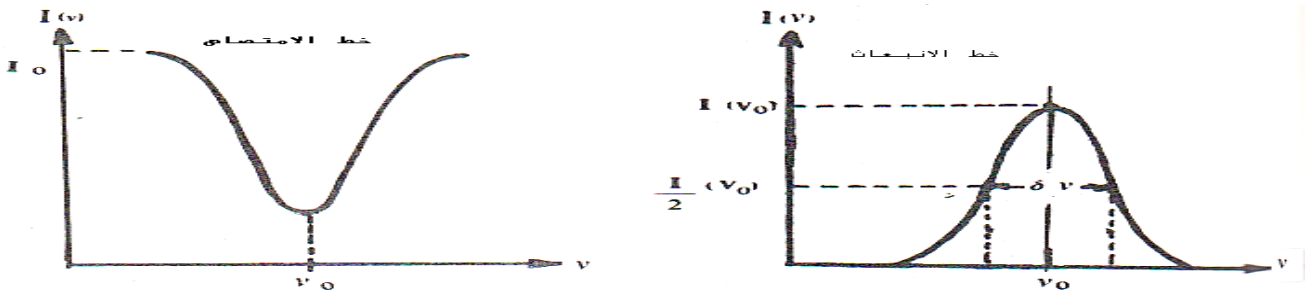
وفيه يتوزع التردد للانتقال على مدى ضيق من الترددات وبهذا تعطي ذرات الجهاز باجمعها خطا طيفيا بعرض معين من دون ان يعاني خط الانتقال لكل ذرة على انفراد اي تعريض.

وسندرج ادناه ثلاث عمليات مختلفة تسبب تعريض الخط الطيفي وتشكل نماذج لهذين الشكلين من التعريض، حيث تعطي تلك العمليات مجتمعة خطا طيفيا بشكل معين وبعرض محدد يتمركز حول تردد الانتقال ν_0 والذي يدعى بالتردد الرنيني للخط الطيفي. حيث يعين عرض الخط الطيفي عادة بعرض الشكل في الموضع الذي تهبط فيه شدة الانتقال الى النصف اي

$$I = \frac{1}{2} I_0$$

ويدعى هذا المدى $(\Delta\nu_0)$ بعرض الخط الكلي عند منتصف الشدة (FWHM) (full width at half maximum)

كما هو واضح في الشكل (17-1) والذي يوضح شدة الخط الطيفي كدالة للتردد نتيجة عمليتي الانبعاث والامتصاص



الشكل (17-1)



التعريض الطبيعي natural broadening

ان الخط الطيفي للأنبعاث التقائي يعاني بطبيعته تعريضا متجانسا نتيجة زمن العمر المحدود لمستويي الطاقة τ_1 , τ_2 ذات العلاقة بعملية الانتقال واللذين يحدث بينهما الانتقال فمستوى الطاقة لا يمكن ان يتخذ قيمة محددة من الطاقة (E_2 مثلا) ولكن في الواقع له توزيع ضيق للطاقة يتمركز حول هذه القيمة ويوصف عادة بالمقدار ΔE , وحسب مبدأ اللادقة تكون :

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar$$

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$$

حيث المقدار Δt يمثل الاحتمالية في الوقت لأيجاد الذرة في مستوى الطاقة E وتقاس هذه الاحتمالية بمتوسط زمن عمر ذلك المستوي τ . اما التردد $\Delta \nu$ المرافق لتوزيع الطاقة ΔE لمستوى الطاقة E

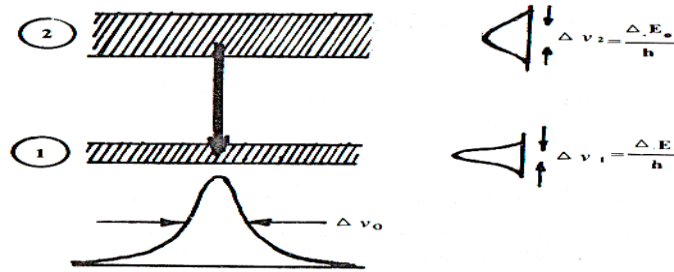
$$\Delta E = h \Delta \nu$$

$$\therefore \frac{h}{2\pi \Delta t} = h \Delta \nu \therefore \frac{\hbar}{\Delta t} = h \Delta \nu \quad \text{but} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\Delta \nu_0 = \frac{1}{2\pi \tau}$$

تمثل $\Delta \nu_0$ عرض الخط الكلي عند منتصف الشدة (FWHM) كما هو واضح في الشكل (18-1) حيث يكون التعريض الطبيعي للخط الطيفي ذو التردد ν_0 والحاصل بين مستويي الطاقة E_1 و E_2 كالآتي :

$$\Delta \nu_0 = \Delta \nu_1 + \Delta \nu_2 = \frac{1}{2\pi \tau_1} + \frac{1}{2\pi \tau_2}$$



الشكل (18-1)

اما شكل الدالة التي تعبر عن شكل الخط الطيفي الناتج بسبب هذا النوع من التعريض فهي دالة لورنتز والتوزيع اللورنتزي يعطى بالدالة



$$g(v - \Delta v_0)_L = \frac{\Delta v_0}{2\pi} \left[(v - v_0)^2 + \left(\frac{\Delta v_0}{2} \right)^2 \right]^{-1}$$

وبذلك تكون قيمة الدالة عند القمة أي عند الموضع $v = v_0$ كالآتي

$$g(0) = \frac{2}{\pi \Delta v_0}$$

ان هذا التعريض وارد لكل خط طيفي وقد يكون اقل اهمية من بعض اشكال التعريض الاخرى

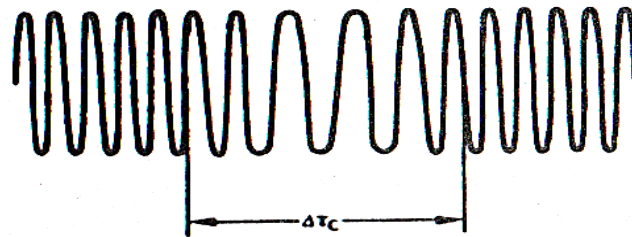
مثال : لو اخذنا خط النيون الاحمر ذو الطول الموجي 632.8 nm (والوارد في ليزر هيليوم - نيون) والحاصل بين مستويي الطاقة $3s_2$ و $3p_4$ ($\tau_1 = 18.7 \text{ n sec}$) فان التعريض الطبيعي لهذا الخط يكون :

$$\Delta v_0 = \frac{1}{2\pi \tau_1} + \frac{1}{2\pi \tau_2} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 18.7 \times 10^{-9}} + \frac{1}{2 \times 3.14 \times 19.6 \times 10^{-9}} = 16.6 \text{ MHz}$$

تعريض التصادم collision broadening

هو تعريض متجانس للخط الطيفي سببه تعرض الذرة المشعة او الممتصة للتصادم مع ما جاورها من الجزيئات والذرات . فمثلا في حالة الغاز تتصادم الذرة مع ذرات او جزيئات اخرى مماثلة او مغايرة لها كذلك مع جسيمات متعادلة او مشحونة وحتى مع جدران الاناء الذي يحويها. ان عملية التصادم والتي يكون زمنها قصير جدا تؤثر على الأشعاع وتحدث فيه تغيرا فجائيا في الطور لاحظ شكل (19-1) مما يسبب تعريضا للخط الطيفي ويعتمد مقداره على الزمن ما بين تصادمين τ_c اما شكل الخط الطيفي الناتج عن ذرات المادة والتي تعاني من عملية التصادم فيعطى بدالة لورنتز حيث يكون عرض الخط عند منتصف الشدة.

$$\Delta v_0 = \frac{1}{\pi \tau_c}$$



شكل (19-1) تصرف موجة الاشعاع

الكهرومغناطيسي خلال زمن التصادم τ_c

ويمكن حساب المقدار τ_c من النظرية الحركية للغازات حيث يقدر هذا الزمن بالنسبة بين معدل المسار الحرومعدل الانطلاق اي

ان



$$\tau_c \cong \frac{(mkT)^{1/2}}{(8\pi)^{1/2} P d^2}$$

حيث P ضغط الغاز و d قطر الجزيئة او الذرة و T درجة الحرارة المطلقة و m كتلة الجزيئة

مثال : في ليزر هيليوم- نيون حيث يكون ضغط الغاز عادة 0.67 ملي بار و اذا اخذنا قيمة d لذرة النيون حوالي 2.7×10^{-10} متر ففي درجة حرارة الغرفة تكون $\tau_c = 0.5 \times 10^{-6}$ ثانية بهذا يكون عرض الخط عند منتصف الشدة :

$$\Delta v_0 = \frac{1}{\pi \tau_c} = 0.64 \text{ MHz}$$

ومن الواضح ان المقدار τ_c يتناسب عكسيا مع الضغط ولذلك يزداد تعريض الخط بازدياد ضغط الغازاي مع زيادة تردد التصادم كذلك تسبب عملية التصادم في كثير من الاحيان ازاحة لتردد الخط الطيفي نحو جهة الاحمر (الاطول موجة) او نحو جهة الأزرق (الأقصر موجة)

تعريض دوبلر Doppler broadening

هو تعريض غير متجانس للخط الطيفي حيث تتوزع الترددات للانبعاث على نطاق ضيق يتمركز حول قيمة v_0 المحددة بفرق الطاقة بين المستويين ذات العلاقة. ان تعريض دوبلر للخط الطيفي سببه الحركة العشوائية للذرة التي تكون حركتها باتجاه موافق او مغاير لاتجاه الأشعاع الكهرومغناطيسي وبهذا يكون التردد الذي تتعرض له الذرة اكثر او اقل من v_0 وحسب ظاهرة دوبلر تكون :

$$v_0 = v(1 \mp \frac{V}{c})$$

حيث تمثل V انطلاق الذرة و c سرعة الضوء

اما شكل الخط الطيفي $g(v - v_0)_G$ فيوصف بدالة كاوس (لاحظ شكل 20-1) ويعبر عنها بالدالة

$$g(v - v_0)_G = \frac{2}{\Delta v_0} \left(\frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left[- \ln 2 \left(\frac{v - v_0}{\Delta v_0 / 2} \right)^2 \right]$$

$$\Delta v_0 = \frac{2v_0}{c} \left(\frac{2kT}{m} \ln 2 \right)^{1/2}$$

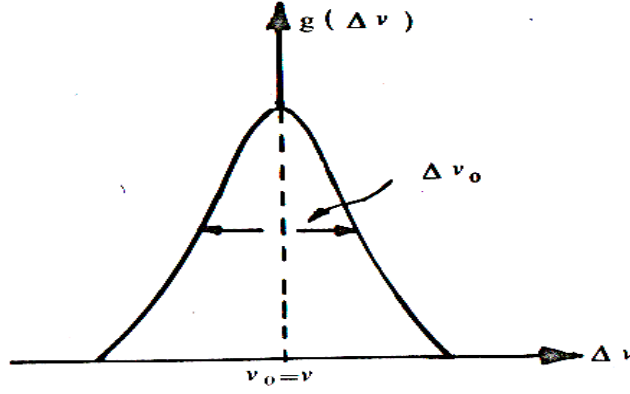
حيث تمثل T درجة الحرارة المطلقة للوسط k ثابت بولتزمان m كتلة الذرة او الجزيئة .

ولما كان المقدار $\left(\frac{2kT}{m} \right)^{1/2}$ يساوي المقدار $\left(\frac{2RT}{M} \right)^{1/2}$ حيث R الثابت العام للغاز M الوزن الجزيئي لدقيقة الوسط وكلاهما

يعبر عن السرعة الأكثر احتمالية لدقائق الوسط V_p لذا

$$\Delta v_0 = \frac{2v_0 V_p}{c} (\ln 2)^{1/2}$$

$$\Delta v_0 = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}}$$



شكل (20-1) منحنى كاوس حيث $\Delta\nu_0$ يمثل عرض المنحنى عند منتصف الشدة

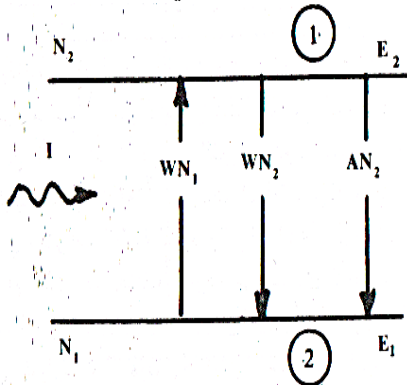
مثال : اذا حسبنا تأثير هذه العملية في تعريض خط طيفي لغاز النيون الذي هو بدرجة حرارة الغرفة ولانتقال الليزر المعروف بطول الموجة 632.8 نانومتر لوجدنا ان تعريض دوبلر لهذا الخط

$$\Delta\nu_0 = 1.3 \text{ GHz}$$

فلو قارنا هذه القيمة بتلك الناتجة عن التعريض الطبيعي للخط الطيفي ذاته وكذلك الناتجة عن تعريض التصادم له لوجدنا بان تعريض دوبلر هو المهيمن . ويغدو هذا مهما في درجات الحرارة الواطئة (تبريد الغاز) بينما يهيمن تعريض التصادم في ضرف الضغط العالي للغاز (مثالا في ليزر CO2 حيث يكون الضغط في حدود 1 جو)

الأشباع

هو حالة تخص وجود ذرات الوسط في مجال كهرومغناطيسي ذو شدة عالية وتتردد مناسب . نفرض وجود مستويين للطاقة لذرات مادة في مجال كهرومغناطيسي ذو شدة I وتتردد $\omega = \omega_0$ وعموما يكون تأثير هذا المجال على ذرات الوسط ان يجعل تأهيل مستويي الطاقة لها بمقدار متساوي اذ يكون تأهيل المستوى الأوطأ N_1 عادة اكثر من تأهيل المستوى الأعلى N_2 وبهذا تكون عملية الأمتصاص $W N_1$ للانتقال باتجاه الاعلى هو اشد من عملية الانبعاث المحفز $W N_2$ للانتقال باتجاه الاسفل . ان محاولة جعل تأهيل مستويي الطاقة للذرة بشكل متساوي تحت تأثير مجال كهرومغناطيسي عالي الشدة هو ما نطلق عليه بالاشباع . فلو فرضنا بان للذرة مستويين للطاقة فقط لاحظ شكل (21-1) . اي ان العدد الكلي لذرات المادة الموجودة في وحدة الحجم N_t



$$N_t = N_1 + N_2$$

اما الفرق بين تأهيل مستويين الطاقة

$$\Delta N = N_1 - N_2$$

$$N_1 > N_2 \text{ حيث}$$

ويمكن التعبير عن ΔN بدلالة N_t

شكل (21-1)



$$\Delta N = \frac{N_t}{1 + 2W\tau}$$

حيث يعتمد فرق التأهيل بين مستويي الطاقة على خواص ذرات المادة (متوسط زمن العمر τ للمستوى الاعلى وعلى احتمالية الانتقال W) ، اي على شدة الأشعاع الساقط I . فعند زيادة I تزداد W وتقل ΔN وعندما تغدو $1 \gg W\tau$ فان ΔN تقترب من الصفر وبهذا تكون $N_1 \approx N_2$ وتساوي تقريبا $\frac{N_t}{2}$ وعندها نحصل على حالة الأشعاع بعدها لا يمكن جعل $N_1 < N_2$ بأية حال من الأحوال ومهما زادت شدة الشعاع الساقط .

اما شدة الأشعاع اللازم لحدوث الأشعاع I_s فيمكن ان نتوصل بالتعبير عنها بالعلاقة الآتية :

$$I_s = \frac{h\omega}{2\sigma\tau}$$

يمثل المقدار σ مقطع الامتصاص للانتقال .

ان شدة الأشعاع الساقط I_s تعتمد على المادة وكذلك على تردد الشعاع الساقط

➤ أنقسام مستوى الطاقة

في ما تقدم تعاملنا مع مستوى الطاقة للذرة للسهولة وكأنه مستوى واحد غير منقسم على ذاته ، ولكن وحسب الفيزياء الذرية والأطياف الذرية فان هناك انقسام لمستوى الطاقة ولمعرفة تأثير هذا الانقسام نفرض لدينا ذرة بمستويين للطاقة E_1 و E_2 وان منقسمين الى عدد g_1 و g_2 على التوالي من التواردات (المستويات الثانوية) وان N_1 تمثل تأهيل مستوى الطاقة 1 بكافة توارده وبافتراض انها جميعا ذات تأهيل متساوي لذا يكون تأهيل احدها i مثلاً كالآتي :

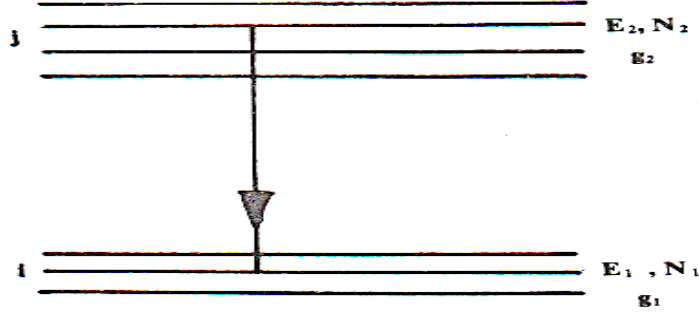
$$N_{1i} = N_1/g_1$$

كذلك نستطيع ان نتعامل مع اي انتقال يحدث بين احد توارادات المستوى 2 (j مثلاً) الى احد توارادات المستوى 1 (i مثلاً) ويرمز له بالانتقال $j \rightarrow i$ كما هو مبين في الشكل (22-1) . اما فيما يخص بعض الصفات التي تحدد الانتقال بين المستويين 1 و 2 عموماً فيمكن التعبير عنها كما يلي

$$W = \sum_{i=1}^{g_1} \sum_{j=1}^{g_2} W_{ij} = \sum_{i=1}^{g_1} \sum_{j=1}^{g_2} W_{ji} \quad \text{احتمالية الانتقال}$$

$$\sigma_{12} = \frac{W}{g_1 F} \quad \text{امتصاص}$$

$$\sigma_{21} = \frac{W}{g_2 F} \quad \text{انبعاث}$$



شكل (1-22)

ومن ذلك نستنتج $\sigma_{12} g_1 = \sigma_{21} g_2$

$$\alpha = \sigma_{12} \left(N_1 - N_2 \frac{g_1}{g_2} \right) \quad \text{معامل الأمتصاص}$$

$$G = \sigma_{21} \left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right) \quad \text{معامل الكسب}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-(E_2-E_1)/kT} \quad \text{النسبة بين تأهيل المستويين في حالة التوازن}$$

كذلك العلاقة بين معاملات الانتقال B لاينشتاين $B_{12} = g_1 B_{21}$

يدعى المقدار g بالوزن الاحصائي للمستوى وتعبّر عن حالة الانقسام له ويعتمد على الاعداد الكمية L و S و J وليس على العدد الكمي M . فمستوى الطاقة ذو العدد الكمي J له انقسام بمقدار $(2J+1)$ في حالة عدم وجود مجال خارجي اي ان g يكون $(2J+1)$

مستويات الطاقة للجزيئة

الجزيئة عبارة عن تركيب متين مترابط مكون من ذرتين او اكثر متشابهة او مختلفة. وتتألف الطاقة الكلية للجزيء من :

1- طاقة الألكترونات E_e : تحتل المدارات الاخيرة غير المشبعة. وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى يتراوح بين

الموجات تحت الحمراء القريبة ممتدة الى المدى المرئي وكذلك الموجات فوق البنفسجية

2- طاقة اهتزازية E_v : وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى الموجات تحت الحمراء

3- طاقة دورانية E_r : وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى الموجات المايكروية

4- طاقة الحركة العشوائية E_t

وعند دراسة الطيف الجزيئي يؤخذ عادة بأنواع الطاقات الثلاثة الأولى لانها جميعا خاضعة لقوانين الكم في حين لا تكون الطاقة الحركية الانتقالية على العموم كمّاءة.

في درجة حرارة الغرفة 300 كلفن تكون E_e و E_v اكبر بكثير من kT وهذا يعني ان الجزيئة في حالة التوازن تأخذ اوطاً مستوى للتذبذب للحالة الالكترونية الارضية



مسائل الفصل الأول

س1/ احسب معدل عدد الفوتونات لكل صيغة تذبذب عند التردد 4×10^{14} هرتز لجسم اسود بدرجة حرارة الغرفة 300 كلفن حسب فرضية بلانك؟

$$\bar{q} = \frac{\bar{E}}{h\nu} = \frac{1}{\frac{h\nu}{e kT} - 1} = \frac{1}{(e^{6.625 \times 10^{-34} \times 4 \times 10^{14} / 1.38 \times 10^{-23} \times 300}) - 1} = 160 \times 10^{-30} \text{ photon}$$

اذن الجسم الاسود بدرجة حرارة الغرفة يكون اشعاعه ضئيل جدا في مدى الضوء المرئي

س2/ برهن ان $R = \frac{A}{\rho B} = \frac{h\nu}{e kT} - 1$ (حيث R تمثل النسبة بين معدل الانبعاث التلقائي ومعدل الانبعاث المحفز) ثم جد :

1. قيمة المقدار R لمصباح تنكستن يعمل بدرجة حرارة 2000 كلفن وذات تردد انبعاث مقداره 5×10^{14} هرتز
2. قيمة المقدار R للضوء الاصفر (5900 انكستروم) بدرجة حرارة الغرفة 300 كلفن
3. بأي درجة حرارة يكون معدل الانبعاث المحفز مساويا لمعدل الانبعاث التلقائي للضوء الاصفر (5900 انكستروم)
4. ما هو طول الموجة التي يكون فيها $R = 1$ بدرجة حرارة الغرفة

$$\text{معادلة بلانك} \quad \rho_v = \frac{8 \pi h \nu^3 / c^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3}$$

$$R = \frac{A}{\rho B} = \frac{A}{B} \times \frac{1}{\rho} = \frac{8 \pi h \nu^3}{c^3} \times \frac{1}{\frac{8 \pi h \nu^3 / c^3}{e^{h\nu/kT} - 1}} = e^{h\nu/kT} - 1$$

$$R = e^{h\nu/kT} - 1 = (e^{6.625 \times 10^{-34} \times 5 \times 10^{14} / 1.38 \times 10^{-23} \times 2000}) - 1 = 1.63 \times 10^5 \quad 1.$$

وهذه النتيجة تبين هيمنة الانبعاث التلقائي

$$R = e^{hc/kT\lambda} - 1 = (e^{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 / 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 5900 \times 10^{-10}}) - 1 = 2.25 \times 10^5 \quad 2.$$

$$R = 1 = e^{hc/kT\lambda} - 1 \rightarrow 2 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}} \rightarrow \ln 2 = \frac{hc}{kT\lambda} \rightarrow T = \frac{hc}{k\lambda \ln 2} = \quad 3.$$

$$6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 / 1.38 \times 10^{-23} \times 5900 \times 10^{-10} \times 0.693 = 3.5 \times 10^4 K$$

$$R = 1 = e^{hc/kT\lambda} - 1 \rightarrow 2 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}} \rightarrow \ln 2 = \frac{hc}{kT\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{kT \ln 2} = \quad 4.$$

$$6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 / 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 0.693 = 6.9 \times 10^{-5} m$$



س3 / اذا كانت $\rho_v = \rho g(\Delta v)$ اوجد مقطع الامتصاص σ ومعامل الامتصاص α ومعامل الكسب G بدلالة $g(\Delta \omega)$

$$\rho_v = \rho g(\Delta v)$$

$$W = B \rho_v = B \rho g(\Delta v) \quad \dots\dots (1)$$

$$I = \frac{\rho c}{n}$$

$$F = \frac{I}{\hbar \omega} = \frac{\frac{\rho c}{n}}{\frac{h}{2\pi} 2\pi v} = \frac{\rho c}{n h v}$$

$$\sigma = \frac{W}{F} = \frac{B \rho g(\Delta v)}{\frac{\rho c}{n h v}} = \frac{B n h v g(\Delta v)}{c}$$

$$\alpha = \sigma (N_1 - N_2) = \frac{B n h v g(\Delta v)}{c} (N_1 - N_2)$$

$$G = \sigma (N_2 - N_1) = \frac{B n h v g(\Delta v)}{c} (N_2 - N_1)$$

س4 / احسب النسبة بين تأهيل مستويين للطاقة بدرجة حرارة الغرفة 300 كلفن حسب احصائية بولتزمان اذا كان الطول الموجي للموجة الساقطة على هذا النظام هو 590 نانومتر؟ ثم جد الطاقة اللازمة لجعل هذه النسبة مساوية للنصف ؟

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} = e^{-\frac{hc}{kT\lambda}} = \left(e^{-6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 / 1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 590 \times 10^{-9}} \right) = 4.56 \times 10^{-36}$$

$$\text{When } \frac{N_2}{N_1} = 1/2$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{h\nu}{1.38 \times 10^{-23} \times 300}} = e^{-\frac{h\nu}{4.14 \times 10^{-21}}}$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\frac{h\nu}{4.14 \times 10^{-21}}$$

$$E = h\nu = 2.86 \times 10^{-21} \text{ J}$$



س5/ قارن بين تعريض التصادم وتعريض دوبلر للخط الطيفي لغاز النيون في درجة حرارة الغرفة 300 كلفن ولانتقال الليزر ذي الطول الموجي 632 نانومتر علما ان الوزن الجزيئي للنيون 18.6 وزمن التصادم 0.5×10^{-6} ثانية

$$\Delta v_0)_c = \frac{1}{\pi \tau_c} = \frac{1}{3.14 \times 0.5 \times 10^{-6}} = 0.64 \text{ MHz}$$

$$\Delta v_0)_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{3 \times 10^8}{632 \times 10^{-9}} \sqrt{\frac{300}{18.6}}$$

$$= 1.365 \text{ GHz}$$

$$\frac{\Delta v_0)_D}{\Delta v_0)_c} = \frac{1.365 \times 10^9}{0.64 \times 10^6} = 2.133 \times 10^3$$

$$\therefore \Delta v_0)_D \gg \Delta v_0)_c$$

اي تعريض دوبلر هو المهيمن

س6/ متى تختصر معادلة بلانك المكتملة للطاقة $\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{-h\nu/kT} - 1}$ الى المعادلة التقليدية للطاقة $\bar{E} = kT$ ج/ عندما يكون الطول الموجي λ كبير وهذا معناه ان التردد ν صغير حسب العلاقة $\nu = c/\lambda$ وبالتالي المقدار $h\nu$ يكون اصغر بكثير من kT

$$\bar{E} = \frac{h\nu}{e^{-h\nu/kT} - 1} = \frac{h\nu}{1 + \frac{1}{1!} \frac{h\nu}{kT} + \frac{1}{2!} \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 + \dots - 1} = \frac{h\nu}{\frac{h\nu}{kT}} = kT$$

حيث ان المقدار $h\nu$ صغير فيحمل المقدار $\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2$ (مفكوك تايلور للدالة الأسية...)

س7/ فجوة حجمها 1 سم³ ، احسب عدد صيغ التذبذب فيها والواقعة في مدى موجي عرضه 10 نانومتر متمركز حول موجة طولها 600 نانومتر

$$N_v dN_v = \frac{8 \pi V v^2 dv}{c^3} \rightarrow Nd\lambda = \frac{8 \pi V \frac{c^2}{\lambda^2} d\left(\frac{c}{\lambda}\right)}{c^3} = \frac{8 \pi V c^3 \frac{1}{\lambda^2} d\lambda}{c^3 \lambda^2} = \frac{8 \pi V d\lambda}{\lambda^4}$$

$$= \frac{8 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-9}}{(600 \times 10^{-9})^4} = 1.9 \times 10^{12} \text{ نمطا}$$

س8/ نابض حلزوني يحمل كتلة مقدارها 1 كغم وثابت النابض 20 ن/م يتذبذب بحركة توافقية بسيطة سعتها 1 سم أ- اذا كانت طاقة النابض مكتملة (تخضع لمعادلة بلانك) فما هو العدد الكمي n للنابض ب- اذا تغير n بمقدار 1 فما هو التغير في

$$E = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times 20(0.01)^2 = 0.001 \text{ J}$$

طاقة النابض؟ ماذا تستنتج؟



$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3.14} \sqrt{\frac{20}{1}} = 0.712 \text{ Hz}$$

$$E = nhv \quad \therefore n = \frac{E}{hv} = \frac{0.001}{6.625 \times 10^{-34} \times 0.712} = 2.11 \times 10^{30}$$

$$E = nhv = 1 \times 6.625 \times 10^{-34} \times 0.712 = 4.7 \times 10^{-34} \text{ J}$$

وهذا يعني ان مقدار التغير في طاقة النابض صغير جدا (يمكن اهماله) اذا ما تغير العدد الكمي بمقدار 1 وبالتالي فان طاقة النابض اذا ما كملت فان تغيرها ضئيل جدا وان مبدأ تكميم الطاقة يصح فقط في الذرات والجزيئات حيث يكون تأثيره واضح ويمكن قياسه س9/ في التوزيع الطيفي للجسم الأسود (شكل 10-1) λ_m هي قيمة طول الموجة التي تعطي النهاية العظمى للدالة كما انها تحقق المعادلة $\lambda_m T = 2.9 \times 10^{-3} \text{ m.K}$ (قانون فين للازاحة) احسب مقدار λ_m في درجة حرارة 6000 كلفن ، وما هو اللون المناظر لطول الموجة هذه ؟

$$\lambda_m(6000) = 2.9 \times 10^{-3} \quad \therefore \lambda_m = 4833 \times 10^{-10} \text{ m} = 483.3 \text{ nm}$$

اللون المناظر لطول الموجة هو ازرق مخضر

بنفسجي	نيلي	ازرق	اخضر	اصفر	برتقالي	احمر
400	440	470	530	580	620	700

س10/ على افتراض ان خيط التنكستن لمصباح كهربائي يمثل الجسم الاسود احسب مقدار λ_m (قانون فين للازاحة) في درجة حرارة 2900 كلفن ، وما هو اللون المناظر لطول الموجة هذه ؟

$$\lambda_m(2900) = 2.9 \times 10^{-3} \quad \therefore \lambda_m = 1 \times 10^{-6} \text{ m} = 1000 \text{ nm}$$

على الرغم من ان المصباح يعطي الضوء الابيض ولكن عند النهاية العظمى λ_m تقع ضمن منطقة الاشعة تحت الحمراء وذلك يفسر سبب الحرارة المنبعثة من المصباح

س11/ اذا تضاعفت شدة الضوء المارة مرة واحدة خلال وسط ليزري طوله 0.5 متر. 1- احسب معامل الكسب على اعتبار ان الجهاز لا يتضمن خسارة . 2- اذا كانت الزيادة في شدة الاشعاع بمقدار 5% لنفس المسار فكم يكون معامل الكسب ؟

$$\frac{I_x}{I_0} = e^{-\alpha x} \rightarrow \frac{2I_0}{I_0} = e^{-\alpha(0.5)} \rightarrow \ln 2 = -0.5\alpha \rightarrow \alpha = -1.39 \text{ m}^{-1} \quad 1$$

$$G = -\alpha = 1.39 \text{ m}^{-1}$$

$$I_x = I_0 + 0.05I_0 \quad 2$$

$$\frac{I_x}{I_0} = e^{-\alpha x} \rightarrow \frac{1.05I_0}{I_0} = e^{-\alpha(0.5)} \rightarrow \ln 1.05 = -0.5\alpha \rightarrow \alpha = -0.098 \text{ m}^{-1}$$

$$G = -\alpha = 0.098 \text{ m}^{-1}$$



س12/ ما مقدار التعريض الطبيعي للخط الطيفي للانبعاش الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي ؟ علما ان $\tau = 10^{-8}$

$$\Delta v_0 = \frac{1}{2\pi \tau} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10^{-8}} = 15.9 \times 10^6 \text{ Hz}$$

س13 / احسب التعريض الكلي المتجانس للخط الطيفي $\lambda = 633 \text{ nm}$ لخط النيون اذا علمت Δv للتعريض الطبيعي يساوي 20 ميكاهيرتز و Δv لتعريض التصادم 0.64 ميكاهيرتز ؟

$$\Delta v_t = \Delta v_0 + \Delta v_c = 20.64 \text{ MHz}$$

شكل كاوسي لورنتيزي

س14/ احسب تعريض دوبلر للخط الطيفي $\lambda = 10.6 \mu m$ لجزيئة CO_2 في درجة حرارة 400 كلفن . علما ان تعريض التصادم لهذا الانتقال في ليزر CO_2 حوالي 0.5 ميكاهرتز/ تور، احسب ضغط CO_2 الذي يعطي تعريض مماثل لتعريض دوبلر علما ان الوزن الجزيئي له 44.01؟

$$\Delta v_0)_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{3 \times 10^8}{10.6 \times 10^{-6}} \sqrt{\frac{400}{44.01}}$$

$$= 1.365 \text{ GHz}$$



ملحق

نماذج أسئلة شاملة ف 1 وحلولها

س1/ اختر الاجابة الصحيحة؟	20 درجة
1	حسب قانون الازاحة لفين فان لون اشعاع شمسي ذو درجة حرارة K 5471.69 يكون
أ	احمر ب اخضر ج ازرق د اصفر
2	إذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_1 في المستوى (1) في الزمن t سيكون معدل الأمتصاص $\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{ab}$
أ	$-AN_2$ ب $-W_{21}N_1$ ج $-W_{21}N_2$ د $-W_{12}N_1$
3	يبلغ نصف قطر فتيل السخان 0.002 m وطوله 0.2 m إذا كانت القدرة المشعة تبلغ 2270 W فان درجة حرارة سطحه :
أ	1000 k ب 2000 k ج 3000 k د 4000 k
4	جزيئة CO_2 في درجة حرارة 400 كلفن والوزن الجزيئي له 44.01 فان تعريض دوبلر للخط الطيفي ذو الطول الموجي $10.6 \mu m$ هو
أ	10 GHz ب 15.1 MHz ج 1.365 GHz د 61.09 MHz
5	عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة عالي إلى مستوى طاقة واطئ بدون مؤثر خارجي يحدث :
أ	انبعاث محفز ب انبعاث تلقائي ج امتصاص د لا يحدث شيء
6	عندما يكون النظام الذري او الجزيئي لوسط معين في حالة توازن ثرموداينميكي ، فان ذرات الوسط تتوزع على مستويات الطاقة وفق دالة
أ	دالة التوزيع لبلانك ب دالة التوزيع لأنشتاين ج دالة التوزيع لبولتزمان د دالة التوزيع لديراك
7	انتقالات ثنائي القطب المغناطيسي تحصل فقط بين حالات الذرة او مستويات الطاقة لها ذي التماثل
أ	زوجي-فردى ب فردى - زوجى ج زوجى - زوجى د غير ذلك
8	إذا تضاعفت شدة الضوء المارة خلال وسط ليزري طوله 0.5 متر . فان معامل الامتصاص يساوي علما ان الجهاز لا يتضمن خسارة
أ	$-1.39 m^{-1}$ ب $1.39 m^{-1}$ ج $1 m^{-1}$ د $1.1 m^{-1}$
9	طاقة الجزيئة التي تقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى الموجات تحت الحمراء هي
أ	طاقة الإلكترونات ب طاقة اهتزازية ج طاقة دورانية د طاقة الحركة العشوائية
10	التعريض الذي سببه مبدأ اللادقة
أ	تعريض طبيعي ب تعريض دوبلر ج تعريض تصادم د تعريض غير متجانس

س1/ الجواب

ب-1

د-2

ب-3

د-4

ب-5

ج-6

ج-7

أ-8

ب-9

أ-10



س2/ جهاز ليزري ، ذو مواصفات كما في الجدول الاتي		20 درجة	
احسب :		الجدول : مواصفات الجهاز الليزري	
1. اللون والطول الموجي لليزر الناتج		النسبة A/B	$1.6029 \times 10^{-13} \text{ J.sec/m}^3$
2. معامل الانبعاث المحفز B		زمن التصادم τ_c	$0.5 \mu\text{sec}$
3. تعريض التصادم			
4. درجة حرارة توليد الليزر			
5. ارسم شكل يوضح شدة الخط الطيفي كدالة للتردد نتيجة عمليتي الانبعاث والامتصاص			

س2/ الجواب

$$\frac{A}{B} = \frac{8 \pi h v^3}{c^3} = \frac{8 \pi h}{\lambda^3} \quad -1$$

$$\lambda^3 = \frac{8 \times 3.14 \times 6.625 \times 10^{-34}}{1.6029 \times 10^{-13}} = 103.824 \times 10^{-21}$$

$$\lambda = 4.70 \times 10^{-7} = 470 \text{ nm blue}$$

$$A = \frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{0.5 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^6 \text{ 1/sec} \quad -2$$

$$\frac{A}{B} = 1.6029 \times 10^{-13} \quad \frac{2 \times 10^6}{B} = 1.6029 \times 10^{-13} \quad B = 1.24 \times 10^{19} \text{ m}^3 / \text{J.sec}^2 \quad -3$$

$$\Delta v_0)_c = \frac{1}{\pi \tau_c} = \frac{1}{3.14 \times 0.5 \times 10^{-6}} = 0.64 \text{ MHz} \quad -4$$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{h\nu}{kT}} = e^{-\frac{hc}{kT\lambda}} \quad \ln \frac{N_2}{N_1} = -\frac{hc}{kT\lambda}$$

$$T = -\frac{hc}{k\lambda (\ln 1.1)} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.38 \times 10^{-23} \times 470 \times 10^{-9} (\ln 1.1)} = 321507 \text{ K}$$