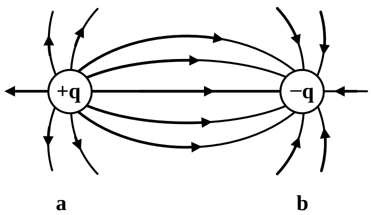
الفصل الخامس
المتسعات (المكثفات) والعوازل

1-5 السعة

a و b جسمان موصلان مشحونان بشحنتين متساويتين ومختلفتين بالإشارة ومعزولتين عن المحيط الخارجي.

من الشكل: إن اتجاه خطوط القوة الكهربائية من a إلى b. يمثل هذا الشكل متسعة (مكثف) بشكل عام.



إن ما يميز هذه المتسعة:

1. شحنتها هي قيمة الشحنة على كل موصل (q).
2. جهدها (V) هو فرق الجهد بين الموصلين.

* أي أن الشحنة هي ليست الشحنة الصافية لإن صافي الشحنة = صفر.

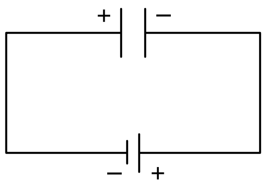
* إن الجهد ليس جهد كل موصل الذي يقترب إلى صفر عند الابتعاد إلى ما لانهاية؟

$$q \propto V$$

$$\therefore q = CV \quad .... (1)$$

$$\text{Or} \qquad C = \frac{q}{V}$$

تقاس C بوحدة تسمى الفاراد إذا كانت قيمة الشحنة كولوم واحد وفرق الجهد فولت واحد أي أن:



$$1\,F = \frac{1\,\text{Coul.}}{1\,\text{volt}}$$

$$1\ \mu F = 10^{-6}\ F$$

$$1\ pF = 10^{-12}\ F$$

تربط المتسعة بطرفي نضيدة بالأقطاب المعكوسة.

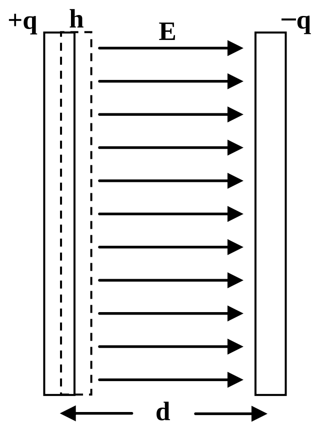
2-5 أنواع المتسعات

1. متسعات ذات لوحين متوازيين
2. متسعة كروية
3. متسعة اسطوانية

5-3 فوائد المتسعات

1. تستعمل لخزن الشحنات.
2. تلعب دوراً كبيراً في الدوائر الإلكترونية حيث تستخدم في الراديو للتصفية والحصول على محطة واضحة.
3. تستخدم في تقويم التيار المتناوب وتحويله إلى تيار ثابت.
4. تستخدم في تشغيل السيارات.

5-4 حساب السعة: لمتسعة ذات لوحين متوازيين



في الشكل موصلان متوازيان على شكل لوحين مساحة كل منهما A وتفصلهما مسافة مقدارها d. إذا كانت المسافة الفاصلة بين اللوحين صغيرة فإن E يكون بينهما منتظم وهذا معناه أن خطوط القوى تكون متوازية وبمسافات متوازية.

يمكن حساب السعة بتطبيق قانون كاوس وذلك برسم سطح كاوس المغلق بسمك مقداره h ومساحته A بقدر حجم الصفيحة.

مقدار الفيض $0 = \phi_E$ بالنسبة لجزء سطح كاوس الواقع داخل نهايتي المتسعة لأن الشحنة داخل الموصل = صفر ، لذا فإن شدة المجال على الجدار = صفر .

وإن ϕ_E على الصفيحة العمودية = صفر

∴ الوجه الكاوسي الموجود بين الصفيحتين له فيض ويتأثر بالمجال الكهربائي. حيث أن E ثابت وإن

$$\phi_E = EA$$

وباستخدام قانون كاوس

$$\varepsilon_o \phi_E = q = \varepsilon_o EA$$

$$\boxed{\therefore \phi_E = EA} \text{ .... (1)}$$

أما الشغل اللازم بذله لنقل شحنة اختبارية q_o من اللوح الأول إلى اللوح الثاني فيعبر عنها بالصيغة التالية:

$$W = q_o V$$

$$W = F.d = q_o Ed$$ حيث أن $F = q_o E$

$$\therefore q_o V = q_o Ed$$

$$\boxed{\therefore V = Ed} \text{ .... (2)}$$

وهذه المعادلة تمثل الحالة الخاصة المباشرة وهي حالة خاصة للمعادلة العامة

$$V = -\int E.dl$$

حيث V فرق الجهد بين اللوحين

$$\because C = \frac{q}{V}$$

وبتعويض قيمة $q = \varepsilon_o EA$ **و** $V = Ed$

نحصل على

$$\boxed{\therefore C = \frac{\varepsilon_o EA}{Ed} = \frac{\varepsilon_o A}{d}} \text{ .... (3)}$$

تطبق هذه المعادلة على المتسعات المصنوعة من لوحين متوازيين فقط. أما المتسعات الأخرى فلها صيغ أخرى لحساب سعتها.

من معادلة (3) نلاحظ أن السعة تتناسب طردياً مع مساحة مقطع اللوح وعكسياً مع المسافة بين اللوحين.

مثال:

صفيحتان متوازيتان تعملان متسعة يملأها الهواء. المسافة بينهما 1 mm. ما مساحة الصفيحة الواحدة للحصول على متسعة سعتها 1 farad؟

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$

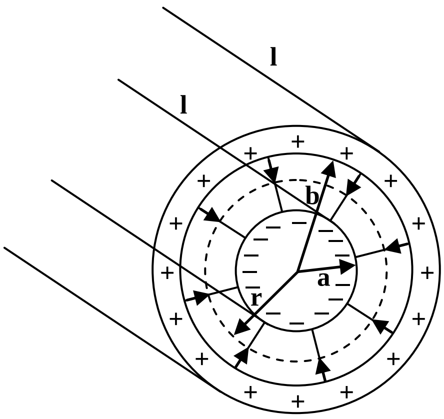
$$\therefore A = \frac{Cd}{\varepsilon_o} = \frac{1\times10^{-3}\times1}{8.85\times10^{-12}} = 1.1\times10^{8}\ m^2$$

وهذا معناه بأنه يجب أن تكون مساحة الصفيحة كبيرة جداً كون سعتها كبيرة.

5-5 حساب السعة: لمتسعة اسطوانية

وتتكون من اسطوانتين متحدتي المركز أنصاف أقطارهما a، b وطولهما l.

المطلوب: حساب سعة هذه المتسعة



إذا اعتبرنا أن هذه الاسطوانة طويلة جداً جداً، أي أن $l >> b$

نرسم سطح كاوس الذي هو عبارة عن اسطوانة متحدة المحور نصف قطرها r وطولها l مغلقة من النهايتين.

ومن قانون كاوس

$$\varepsilon_o \oint E.ds = q$$

$$\varepsilon_o E(2\pi rl) = q \qquad s = 2\pi rl \text{ للاسطوانة}$$

$$\therefore E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o rl} \quad .... (1)$$

أما بالنسبة لفرق الجهد بين الاسطوانتين (حيث أن اتجاه E بعكس اتجاه dr)، أي أن $dr = -dl$ فيمكن التعبير عن بالمعادلة:

$$V = \int_a^b E.dl = \int_a^b E.dr = \int_a^b \frac{q}{2\pi\varepsilon_o rl} dr$$

$$\therefore V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o l} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

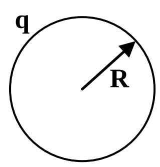
$$\boxed{\therefore V = \frac{q}{2\pi\varepsilon_o l} \ln\frac{b}{a}} \quad .... (2)$$

$$\boxed{\therefore C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln(b/a)}} \quad .... (3)$$

من معادلة (3) يتضح بأن السعة تعتمد على العوامل العددية لكل من l، a، b.

5-6 حساب السعة: لمتسعة الكرة المعزولة

يعبر عن جهد كرة مشحونة ومعزولة بالمعادلة التالية



$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{R} \quad .... (1)$$

حيث أن q الشحنة على الكرة التي نصف قطرها R.

إذا اعتبرنا أن الشحنة التي تحملها الكرة موجبة فإن جهدها يصبح موجب

$$\therefore V_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o} \frac{q}{R} \quad .... (2)$$

أما إذا افترضنا كرة ثانية نصف قطرها R وتحمل شحنة سالبة مقدارها q− ووضعت على مسافة بعيدة عن الكرة الأولى مقدارها r حيث أن:

$r >> R$

فإن جهد الكرة الثانية يكون سالباً

$$\therefore V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{-q}{R} \quad .... (3)$$

أما فرق الجهد بينهما فيحسب من المعادلة

$$\boxed{V = V_+ + V_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{2q}{R}} \quad .... (4)$$

$$\therefore q = (2\pi\varepsilon_o R)V$$

حيث أن q كمية الشحنة على أي من الكرتين وتتناسب مع فرق الجهد وثابت التناسب يدعى بالسعة C والمتمثل بالمقدار :

السعة لشحنتين $C = 2\pi\varepsilon_o R$

$$\boxed{\therefore C = \frac{q}{V}} \quad .... (5)$$

فإذا وضعت إحدى الكرتين المشحونة على مسافة بعيدة فإن جهدها يساوي صفر. وإن سعة الكرة المشحونة التي نصف قطرها R يكون:

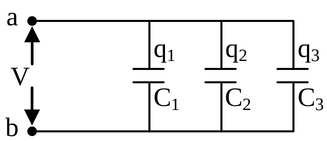
وهذه السعة لشحنة واحدة $C = \dfrac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_o R \quad .... (6)$

مما سبق نلاحظ بأن السعة تعتمد على شكل الموصل.

5−7 ربط المتسعات

1. الربط على التوازي

في الشكل المبين ثلاث متسعات مربوطة على التوازي سعتها على التوالي C_1، C_2، C_3.



والمطلوب: حساب السعة المكافئة C للمجموعة.

كما نعلم أنه **في حالة ربط التوازي يكون فرق الجهد عبر طرفي كل متسعة متساوي ويساوي فولتية المصدر إلا أن قيمة الشحنة لكل متسعة تختلف عن قيمتها للمتسعة الأخرى.**

أي أن $V_1 = V_2 = V_3 = V$

ولكن

$q_1 = C_1V \qquad q_2 = C_2V \qquad q_3 = C_3V............ (1)$

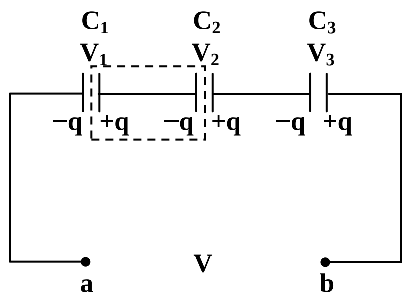
أما الشحنة الكلية (q) لمجموعة المتسعات فتساوي مجموع شحنات المتسعات الثلاثة أي أن:

$q = q_1 + q_2 + q_3............ (2)$

$\therefore\ q = (C_1 + C_2 + C_3)\ V$

السعة المكافئة $\boxed{\therefore C = \frac{q}{V} = C_1 + C_2 + C_3}$ .... (3)

2. ربط المتسعات على التوالي



في الشكل الموضح لدينا ثلاثة متسعات مربوطة على التوالي.

المطلوب: حساب السعة المكافئة للمجموعة (C)

الشحنة على طرفي اللوحين تكون متساوية ومختلفة في الإشارة.

وهذا صحيح حيث أن صافي الشحنة داخل المربع المنقط = صفر

في ربط المتسعات على التوالي تكون الشحنة q متساوية للمتسعات الثلاثة لكن فرق الجهد عبر طرفي كل متسعة يختلف عما للمتسعة الأخرى.

$\because\ q = CV$ لكل متسعة

$\therefore V_1 = \frac{q}{C_1} \qquad V_2 = \frac{q}{C_2} \qquad V_3 = \frac{q}{C_3}$

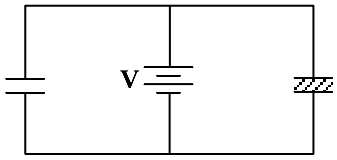
أما الجهد الكلي لربط التوالي فهو

$$V = V_1 + V_2 + V_3$$
$$= \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \frac{q}{C_3} = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$
$$\therefore C = \frac{q}{V} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}}$$

$$\therefore \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

∴ السعة المكافئة لربط التوالي تكون أقل من أصغر قيمة سعة في الدائرة.

5-8 متسعة بلوحين متوازيين بينهما مادة عازلة:



إن معادلة السعة لمتسعة متكونة من لوحين متوازيين في الفراغ يعبر عنه بالمعادلة:

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_o A}{d}$$

درس فارادي وضع مادة عازلة بين لوحي المتسعة وتأثيرها على سعة المتسعة. حيث أخذ متسعتين الأولى مملوءة بالهواء والثانية بمادة عازلة. المتسعتان مشحونتان وموصلتان إلى نفس فرق الجهد.

لاحظ فاراد أن الشحنة على المتسعة المحتوية على العازل تكون أكبر من شحنة المتسعة الثانية (التي بين لوحيها الهواء). وهذا معناه بأنه بما أن الشحنة أكبر وفرق الجهد واحد فإن سعة المتسعة مع العازل تكون أكبر استناداً للعلاقة:

$$C = \frac{q}{V}$$

وهذا معناه أن سعة المتسعة تزداد إذا وضع عازل بين لوحيها. وإن النسبة بين سعة المتسعة مع العازل إلى سعة المتسعة بدون عازل يسمى (ثابت العزل K).

وبالعكس فإذا وضعنا نفس الشحنة على المتسعتين فنلاحظ بأن الجهد V على المتسعة مع العازل يكون أقل من المتسعة مع الهواء بمقدار 1/K.

$\therefore V_d = \dfrac{V_o}{K}$ الجهد مع العازل $= V_d$

$\because C = C_o K, \qquad C = \dfrac{q}{V}, \qquad V = Ed$

∴ **بالنسبة لمتسعة بلوحين متوازيين نحصل على سعة مقدارها:**

$\therefore C = \dfrac{K\varepsilon_o A}{d} \quad \leftarrow \quad \because q = K\varepsilon_o EA$ من قانون كاوس

$\boxed{\therefore C_o = \dfrac{\varepsilon_o A}{d}} \qquad \boxed{\therefore \dfrac{C}{C_o} = K} \qquad$ or $\qquad \boxed{C = C_o K}$

الحالات الخاصة:

if $K = 1$

أي أن اللوحين في الفراغ

K معامل العزل $K = 1$ $\therefore C = C_o = \frac{\varepsilon_o A}{d}$

وهذا معناه أن سعة جميع أنواع المتسعات تزداد بمقدار عامل مقداره K عند وضع مادة عازلة بين اللوحين أي أن

$C = KC_o$

وإن القانون العام لسعة المتسعة

$\boxed{C = K\varepsilon_o L}$

حيث أن L يعتمد على الترتيب الهندسي وعلى أبعاد المتسعة

1. فبالنسبة لمتسعة بلوحين متوازيين

$$C = \frac{\varepsilon_o A}{d} \qquad \boxed{L = \frac{A}{d}}$$

2. بالنسبة لمتسعة اسطوانية

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_o l}{\ln(b/a)} \qquad \boxed{L = \frac{2\pi l}{\ln(b/a)}}$$

3. لمتسعة كروية

$$C = 4\pi\varepsilon_o R \qquad \boxed{L = 4\pi R}$$

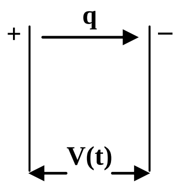
5–9 الطاقة الكهربائية المخزونة في المتسعات

علمنا سابقاً بأن طاقة الجهد الكهربائي (الكامنة) لمجموعة من الشحنات تساوي الشغل اللازم لجمع الشحنات من المالانهاية. ومن أمثلة هذه الطاقة الكامنة للنابض الحلزوني، والطاقة الكامنة التثاقلية المخزونة في الأرض والشمس كمجموعة.

وإن الشغل المبذول لفصل شحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة يساوي عادة الطاقة المخزونة في المجموعة والناتجة عن جميع الشحنات سوية.

وبنفس الطريقة المتسعة تخزن طاقة كامنة كهربائية (U) والتي تساوي الشغل المبذول لشحنها (W) ويمكن الحصول على هذه الطاقة عند تفريغ المتسعة.

أما عملية الشحن فتتم عند ربط بطارية عبر طرفي لوحين متوازيين فتنتقل الشحنات من اللوح الموجب إلى اللوح السالب للبطارية أي أن الشغل المنجز بواسطة البطارية والمخزون فيها على شكل طاقة كيمياوية.



فإذا كانت $q(t)$ = الشحنة المنتقلة من صفيحة إلى أخرى خلال فترة زمنية (t).

بذلك يكون فرق الجهد بين اللوحين في الفترة (t) يساوي:

$V(t) = q(t)/C$............ (1)

وعند زيادة الشحنة بمقدار صغير dq والمنتقل من لوح لآخر فإن الشغل المضاف = dW وإن

$$dW = Vdq = \frac{q}{C}dq \text{ .... (2)}$$

ولحساب الطاقة الكلية (الشغل) لانتقال شحنة مقدارها Q فإن

$$W = \int dW = \int_0^Q \frac{qdq}{C}$$

$$\boxed{\therefore W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}} \text{ .... (3)}$$

$$\because Q = CV$$

$$\boxed{\therefore W = U = \frac{1}{2}CV^2} \text{ .... (4)}$$

وتكون الطاقة المخزونة في المتسعة على شكل طاقة كهربائية.

وهذا معناه أن الطاقة المخزونة في المتسعة تبقى على شكل مجال كهربائي.

من معادلة (3) إذا زادت قيمة q أو V فإن شدة المجال تزداد وبالعكس.

* بالنسبة للمتسعة بلوحين متوازيين يكون المجال الكهربائي منتظم ومتساوي القيم في جميع النقاط بين اللوحين لذا فإن الطاقة المخزونة بين اللوحين (أو كثافة الطاقة u لوحدة الحجم تكون منتظمة ومتساوية.

وتعرّف كثافة الطاقة (u) على أنها الطاقة لوحدة الحجم أي أن

$$u=\frac{U}{V}=\frac{U}{Ad}=\frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad}$$

حيث أن V = Ad (الحجم بين لوحي المتسعة)

$$\because C=\frac{\varepsilon_o A}{d}$$

$$\therefore u=\frac{\varepsilon_o}{2}\left(\frac{V}{d}\right)^2 \quad .... (5)$$

$$\because \frac{V}{d}=E$$

$$\boxed{\therefore u=\frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2} \quad .... (6)$$

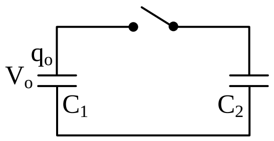
بالرغم من أن هذه المعادلة لمتسعة بلوحين متوازيين إلا أنها تعتبر حالة عامة للمتسعات. وإذا اعتبرنا المجال الكهربائي الموجود في أية نقطة في الفراغ للمتسعة. فإن كمية الطاقة في تلك النقطة لوحدة الحجم تكون

$$\boxed{u_o=\frac{1}{2}\varepsilon_o E_o^2}$$

وعند استخدام مادة عازلة فإن

$$\boxed{u_o=\frac{1}{2}\varepsilon_o K E^2}$$

مثال:



شحنت متسعة C_1 بفرق جهد V_o. وفصلت البطارية وثم ربطت متسعة ثانية C_2 غير مشحونة مع المتسعة الأولى C_1 كما في الشكل.

أ) احسب فرق الجهد النهائي V على طرفي المجموعة. ب) ما الطاقة المخزونة قبل وبعد ربط المفتاح؟ علماً بأن $V_o = 50$ V و $C_1 = C_2 = 1$ μf.

أ) q_o الشحنة الابتدائية على C_1 تتوزع على المتسعتين بعد ربط المتسعة C_2 أي أن

$q_o = q_1 + q_2 \qquad \because q = CV$

$\therefore CV_o = C_1V_1 + C_2V_2 \qquad V_1 = V_2 = V$

$\therefore CV_o = V(C_1 + C_2)$

$$\therefore V = \frac{C_1V_o}{(C_1 + C_2)} = \frac{1\times10^{-6}\times 50}{2\times10^{-6}} = 25 \text{ volt}$$

ب) U_o الطاقة المخزونة الابتدائية

$$U_o = \frac{1}{2}C_1V_o^2 = \frac{1}{2}\times1\times10^{-6}\times2500 = 12.50\times10^{-4} \text{ J}$$

U الطاقة المخزونة النهائية

$$U = \frac{1}{2}C_1V^2 + \frac{1}{2}C_2V^2$$

بتعويض قيمة V من فرع (أ) $V = \dfrac{C_1V_o}{(C_1 + C_2)}$

$$\therefore U = \frac{1}{2}(C_1 + C_2)\left(\frac{C_1V_o}{C_1 + C_2}\right)^2$$

$$\therefore U = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)U_o = \frac{1\times10^{-6}}{2\times10^{-6}}\times12.50\times10^{-4} = 6.25\times10^{-4} \ J$$

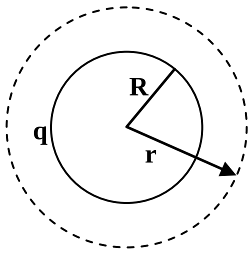
وهذا معناه أن U أقل من U_o

إذا كانت $C_1 = C_2$. والجزء المفقود من الطاقة هو في الأسلاك على شكل حرارة عند انتقال الشحنة خلالها.

$$U = \left(\frac{C_1}{C_1 + C_2}\right)U_o = \left(\frac{C_1}{2C_1}\right)U_o = \frac{1}{2}U_o$$

$$\therefore U = \frac{1}{2}U_o \qquad \text{When } C_1 = C_2$$

مثال:



كرة موصلة معزولة نصف قطرها R مشحونة بشحنة q موضوعة في الفراغ. احسب الطاقة المخزونة الكهروستاتية في الفراغ المحيط بالكرة على أية مسافة r من المركز (اعتبر $r > R$) حيث أن معادلة E

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}$$

كثافة الطاقة على مسافة r

$$u = \frac{1}{2}\varepsilon_o E^2 = \frac{q^2}{32\pi^2\varepsilon_o r^4}$$

$$dU = udV$$

dU = كمية الطاقة الموجودة في القشرة الكروية بين أنصاف الأقطار r و r + dr

$$\therefore U = \int dU = (4\pi r^2)dru. \qquad u = \frac{dU}{dV} \qquad (dV = 4\pi r^2 dr)$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2}$$

$$= \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_o R}$$

5-10 المجال الكهربائي في مادة عازلة

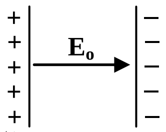
ماذا يحدث عند وضع مادة عازلة في مجال كهربائي؟

هناك احتمالان:

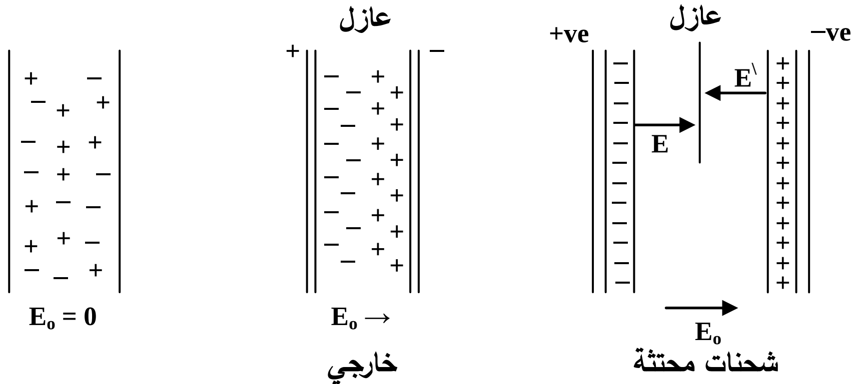
1. بالنسبة للجزيئات التي عزم ثنائي قطب P دائم فإن هذه المواد تسمى مواد قطبية. فعزم ثنائي القطب يحاول أن يوجه الجزيئات باتجاه المجال الكهربائي الخارجي.

2. بالنسبة للجزيئات التي لا تمتلك عزم ثنائي قطب دائم فإن ترتيب الجزيئات بالحث سيتم عند تطبيق مجال كهربائي خارجي. أي أن الشحنات السالبة والموجبة ستفصل في الذرة أو الجزيئة وتستقر على سطح المادة العازلة.

* يتكون عزم ثنائي القطب المحتث عند استخدام مجال خارجي ويتناسب مع E.



* لو استخدمنا لوحين متوازيين كل لوح يحمل شحنة q وغير متصلة ببطارية. E_o مجال خارجي منتظم. فإن الشحنات الموجبة والسالبة في المادة العازلة ستفصل وتتجه نحو الأقطاب المختلفة في الإشارة وبذلك تبقى الصفيحة متعادلة كهربائياً.



$E^\backslash$ المجال الناتج عن الشحنات المحتثة والذي يعاكس E_o.

∴ محصلة المجال الكهربائي (مجموع اتجاهي) $\vec{E} = \vec{E_o} - \vec{E_1}$

محصلة المجال في المادة العازلة $E < E_o$

تولد الشحنات المحتثة $q^\backslash$ مجال كهربائي مقداره $E^\backslash$ يعاكس المجال الكهربائي الخارجي.

وإن محصلة المجال في المادة العازلة = المجموع الاتجاهي لكل من E_o و $E^\backslash$

$$\vec{E} = \vec{E_o} - \vec{E_1}$$

واتجاهه بنفس اتجاه المجال الخارجي E_o لكنه أقل أي أن:

$$E < E_o$$

وعند وضع مادة عازلة في مجال كهربائي فيظهر على سطح المادة العازلة سطح من الشحنات المحتثة تحاول تقليل المجال الأصلي في المادة العازلة.

V = فرق الجهد بين الصفيحتين المتوازيتين ويساوي

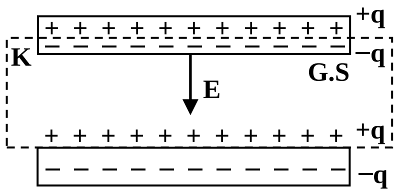
$$V = Ed$$
$$Vd = V_o/K$$
$$q^\backslash < q$$
$$\therefore K = \frac{V_o}{Vd} = \frac{E_o}{E}$$

5–11 العوازل وقانون كاوس

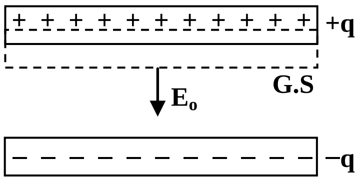
حساب السعة بطريقة كاوس

سبق واستخدمنا قانون كاوس لمتسعة بلوحين متوازيين بدون مادة عازلة.

والآن نطبق قانون كاوس لمتسعة بلوحين متوازيين بينهما مادة عازلة ثابت عزلها = K.



ب) لوحين متوازيين بينهما مادة عازلة



أ) لوحين متوازيين بدون مادة عازلة

نفرض بأن الشحنة على اللوحين = q ومتساوية لكل حالة (أ و ب). إن شكل سطح كاوس وحجمه مشابه للوحي المتسعة.

الحالة الأولى (أ)

عندما لا توجد مادة عازلة بين اللوحين، باستخدام قانون كاوس للسطح المغلق

$\varepsilon_o \oint E.ds = \varepsilon_o E_o A = q$ الشحنة الصافية

$$\boxed{\therefore E_o = \frac{q}{\varepsilon_o A}} \;............\; (1)$$

الحالة الثانية (ب)

في حالة وجود مادة عازلة بين اللوحين المتوازيين فإن قانون كاوس يعطى بالعلاقة التالية:

$\varepsilon_o \oint E.ds = \varepsilon_o EA = q - q^{\backslash}$

حيث أن $-q^{\backslash}$ تمثل الشحنة السطحية المحتثة و q الشحنة الحرة على سطحي المتسعة.

وبذلك فإن

$q - q^{\backslash} =$ صافي الشحنة ضمن سطح كاوس

$$\therefore E_o = \frac{q}{\varepsilon_o A} - \frac{q^{\backslash}}{\varepsilon_o A} \;............\; (3)$$

وهذا معناه أن

$$E = E_o - E^{\backslash}$$

$$\because E_o = \frac{q}{\varepsilon_o A}$$

ومن معادلة معامل العزل

$$K = \frac{E_o}{E} \qquad \therefore E = \frac{E_o}{K}$$

$$\boxed{\therefore E = \frac{q}{K\varepsilon_o A}} \;............\; (4)$$

وبالتعويض في معادلة رقم (3) نحصل على

$$E = \frac{q}{K\varepsilon_o A} = \frac{q}{\varepsilon_o A} - \frac{q^{\backslash}}{\varepsilon_o A}$$

$$\boxed{\therefore q^{\backslash} = q\,(1 - \frac{1}{K})} \;............\; (5)$$

$$\therefore\; q^{\backslash} < q$$

وهذا ما يؤكد بأن الشحنة السطحية المحتثة أقل من الشحنة الحرة (q) وتساوي صفر عندما لا توجد مادة عازلة لأن $K = 1$.

ويمكن كتابة معادلة قانون كاوس للحالة الثانية (الشكل ب) بالصيغة الآتية:

$$\varepsilon_o \oint E.ds = q - q^{\backslash}$$

وبالتعويض عن قيمة $q^{\backslash}$ من معادلة رقم (5) نحصل على:

$$\boxed{\varepsilon_o \oint KE.ds = q} \;............\; (6)$$

يتضح من ذلك:

1. **عند وجود مادة عازلة فإن الفيض الكهربائي يتضمن معامل العزل.**
2. **إن الشحنة ضمن سطح كاوس هي شحنة حرة فقط.**

أسئلة الفصل الخامس

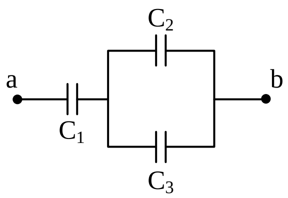
1. مكثف متوازي اللوحين سعته $100\ pF$ ومساحة كل لوح منهما $100\ cm^2$ مملوء بمادة عازلة ثابت عزلها $K = 5.4$، فإذا شحن حتى بلغ فرق الجهد بين لوحيه $50\ V$. احسب:

أ. شدة المجال الكهربائي داخل العازل.

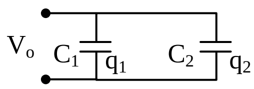
ب. الشحنة الحرة بين اللوحين.

جـ. الشحنة المحتثة المتولدة داخل المادة العازلة.

2. في الشكل المجاور، احسب (أ) السعة المكافئة بين a، b. (ب) شحنة وفرق جهد كل مكثف. (جـ) الطاقة المخزونة في كل مكثف. علماً بأن $C_1 = 1\ \mu F,\ C_2 = 2\ \mu F,\ C_3 = 3\ \mu F$



3. شحن مكثف سعته $100\ pF$ حتى بلغ فرق الجهد بين لوحيه $50\ V$، ثم وصل بمكثف آخر غير مشحون على التوازي وقد نقص فرق الجهد على لوحيه وأصبح $35\ V$ بعد التوصيل. احسب سعة المكثف الثاني.



4. احسب السعة المكافئة بين النقطتين a، b في الشكلين، علماً بأن جميع السعات متساوية (C).

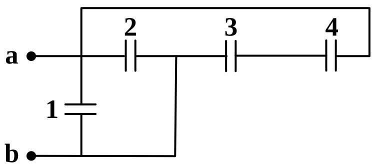


Fig. (1)

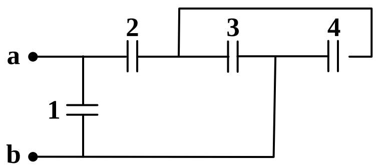


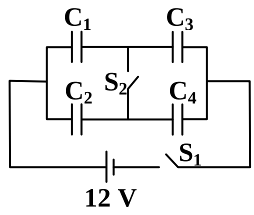
Fig. (2)

5. شحنت متسعة سعتها $20\ \mu F$ إلى فرق جهد $1000\ V$ ثم فصلت عن مصدر الشحن ووصلت على التوازي مع متسعة غير مشحونة أصلاً سعتها $C_2 = 5\ \mu F$. احسب:

أ) الشحنة لكل متسعة بعد ربطهما.

ب) فرق الجهد النهائي عبر طرفي كل متسعة.

جـ) الطاقة الكهربائية الضائعة على شكل شرارة حدثت لحظة توصيل المتسعتين مع بعضهما.



6. في الشكل المجاور، احسب الشحنة على كل متسعة على انفراد:

أ) عند غلق المفتاح S_1.

ب) عند غلق المفتاحين S_1 و S_2.

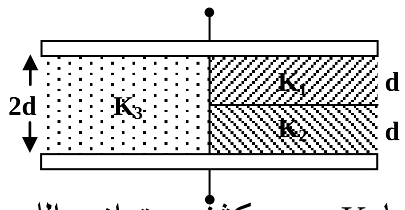
علماً بأن $C_1 = 1\ \mu F, C_2 = 2\ \mu F, C_3 = 3\ \mu F, C_4 = 4\ \mu F$.

7. مكثف متوازي اللوحين مساحة اللوح $100\ cm^2$ تفصلهما مسافة $1\ cm$. شحن المكثف إلى أن بلغ فرق الجهد بين اللوحين $100\ V$، ثم أبعد اللوحان حتى أصبحت المسافة بينهما $2\ cm$. احسب:

أ) فرق الجهد النهائي بين اللوحين.

ب) الطاقة المخزونة في المجال الكهربائي بين اللوحين الابتدائية والنهائية.

ج) الشغل اللازم لإبعاد اللوحين.



8. ما السعة المكافئة في الشكل إذا علمت أن مساحة كل لوح A والمسافة الفاصلة بينهما $2d$.

9. وضعت مادة عازلة على شكل صفيحة سمكها b ومعامل عزلها K بين مكثف متوازي اللوحين مساحة كل لوح A والمسافة الفاصلة بينهما d. وسلط فرق جهد مقداره V_o في حالة عدم وجود مادة عازلة. وعند فصل البطارية عن اللوحين أدخلت الصفيحة العازلة بينهما.

علماً بأن $b = 0.5\ cm$، $d = 1\ cm$، $A = 100\ cm^2$، $K = 7$، $V_o = 100\ v$، احسب:

أ) احسب السعة C_o قبل إدخال الصفيحة العازلة.

ب) احسب الشحنة الحرة q.

ج) احسب المجال الكهربائي بين اللوحين المتوازيين E_o.

د) احسب المجال الكهربائي في المادة العازلة E.

هـ) احسب فرق الجهد بين اللوحين المتوازيين V.

و) احسب السعة عند ادخال الصفيحة C.

10. مكثف متوازي اللوحين مساحة كل منهما A والمسافة بين اللوحين = d. وضعت مادتين عازلتين ثابت عزلهما K_1، K_2 بين اللوحين كما مبين في الشكلين أدناه، ما سعة المكثف في الحالتين.

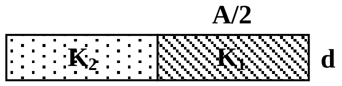


Fig. (1)

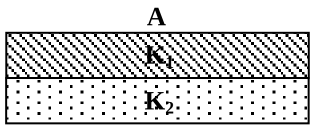


Fig. (2)

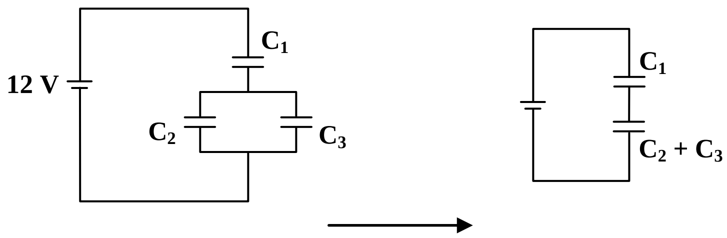
11. إذا كان نصف قطر القشرة الخارجية لمتسعة كروية خمسة أضعاف نصف القطر الداخلي. ما نصف قطر هذه المتسعة إذا كانت سعتها = 5 pF.

12.

أ) احسب السعة الصافية لدائرتي المتسعات المبينة في الشكلين أدناه، حيث $C_1 = 12\ \mu F$، $C_2 = 2\ \mu F$، $C_3 = 4\ \mu F$.

ب) إذا كان فرق الجهد في كلتا الحالتين 12 V، ما شحنة كل متسعة وفرق الجهد عبر طرفيها.

جـ) احسب الطاقة المخزونة لكل متسعة بعد شحنها.



13. متسعة فارغة سعتها 20 pF، شحنت عن طريق فرق جهد مقداره 40 V. تم فصل بطارية الشحن وتم وضع مادة عازلة ثابت عزلها (K = 2.1) ملأت الحيز بين اللوحين، احسب:

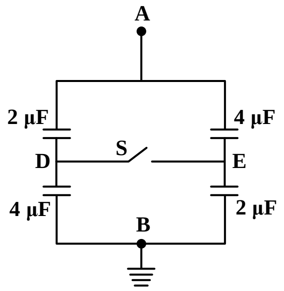
أ) السعة.

ب) شحنة اللوح.

جـ) فرق الجهد عبر طرفي المتسعة.

د) الطاقة المخزونة مع وبدون المادة العازلة.

14. في الشكل المبين، جميع المتسعات المربوطة غير مشحونة عندما سلط عليها جهد مقداره 300 V بين A و B والمفتاح S مفتوح.

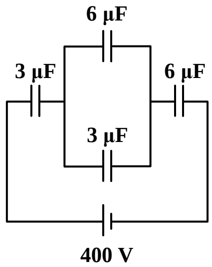


أ) ما فرق الجهد $V_E = V_D$؟

ب) ما جهد E بعد غلق المفتاح؟

جـ) ما مقدار الشحنة المارة خلال المفتاح بعد غلقه؟

15. في الشكل المبين:



أ) ما مقدار الطاقة المخزونة في المجال الكهربائي للمتسعات؟

ب) هل الطاقة المخزونة مساوية للشغل المنجز من قبل المصدر لشحن المتسعات؟

16. متسعة ذات لوحين متوازيين مملوءة بعازل. فيها $A = 50\ cm^2$، $d = 0.5\ mm$. إذا ربطت هذه المتسعة ببطارية فولتيتها 200 V، جد:

أ) الشحنة الحرة على لوحي المتسعة.

ب) المجال الكهربائي في العازل.

جـ) الشحنة المحتثة على سطحي العازل، علماً أن $K = 2.1$.