الفصل الخامس

الخواص الميكانيكية للمواد

يختص هذا الفصل بدراسة سلوك المواد الواقعة تحت تأثير قوى خارجية. ان استجابة المواد للقوى المؤثرة عليها يعتمد على عوامل عديدة منها ترتيب الذرات والجزيئات المكونة للمادة ونوع الترابط بين هذه الذرات والجزيئات كما تعتمد على انواع واعداد عيوب التركيب في المواد الصلبة, وعليه فان الخواص الميكانيكية تكون ذات أهميه في تحديد صفات المادة ومدى ملائمتها للاستخدام في التطبيقات الصناعية.

يهتم المهندسون كثيراً بالخواص الميكانيكية للمواد المتوفرة لديهم عند اقدامهم لتنفيذ أي عمل هندسي من بناء الجسور والمركبات والحاسبات الالكترونية الى بناء المركبات الفضائية. سيقدم هذا الفصل اساسيات الخواص الميكانيكية كالاجهاد والانفعال وانواعهما وعلاقتهما للمواد المتجانسة والتي تمتلك الخواص نفسها في جميع الاتجاهات(Isotropic), وسوف تستثنى المواد التي تعتمد خواصها على الاتجاه داخل المادة (Anisotropic).

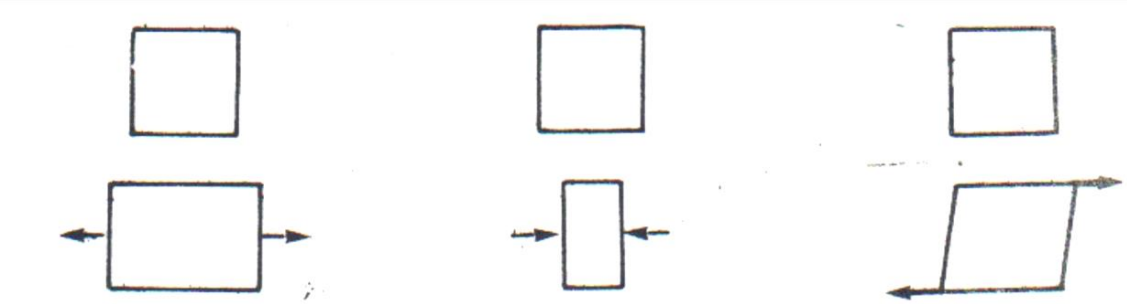
قبل الخوض في مفردات هذا الفصل يجب التذكر دائماً ان جميع المواد الصلبة الحقيقية تستجيب الى حدٍ ما عند تسليط قوى خارجية عليها, حيث لا يوجد جسم تام الصلادة. يعرف الجسم التام الصلادة (rigid) على انه ذلك الجسم الذي تبقى فيه المسافة بين اية نقطتين منه ثابتة لا تتغير مهما كان مقدار القوى المسلطة عليه.

الاجهاد Stress (S)

يُعرف بأنه القوة المسلطة على وحدة المساحات من السطح الذي تطبق عليه القوة. ووحدة الاجهاد (N/m^2) او ($dyne/cm^2$) او (Ib/in^2) او (Ib/ft^2). فإذا رمزنا للقوة بـ (F) والمساحة (A) فان:

$$S = \frac{F}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ويمكن أن نقسم الإجهاد إلى ثلاثة أنواع هي الشد والكبس والقص كما في الشكل (1)

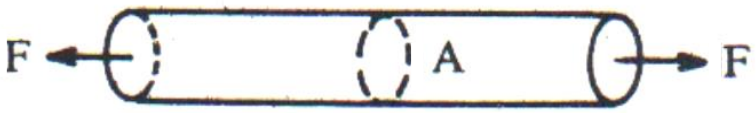


إجهاد القص إجهاد الكبس إجهاد الشد

الشكل (1) أنواع الإجهاد

الإجهاد التوتري (إجهاد الشد) Tensile Stress (S_r)

وفيه تؤثر قوتان متساويتان في المقدار متعاكستان في الاتجاه على نهايتي الجسم وعلى نفس خط التأثير, وعليه فان تأثير القوتين يؤدي الى استطالة الجسم. كما في الشكل (2).



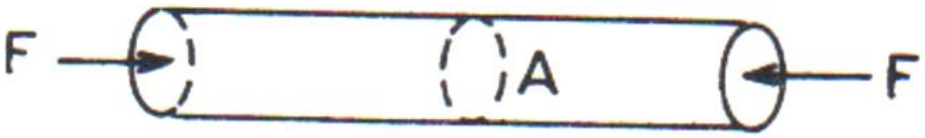
الشكل (2) إجهاد الشد

تتوزع القوة بالتساوي على جميع المساحة A (ما عدا نهايتي الجسم)

$$S_T = \frac{F}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

إجهاد الكبس Compressive Stress (S_c)

وفيه تؤثر قوتان متساويتان في المقدار متعاكستان في الاتجاه (متقابلتان) على نهايتي الجسم وعلى نفس خط التأثير, وعليه فان تأثير القوتين يؤدي الى ضغط الجسم وتقصير طوله كما في الشكل (3).

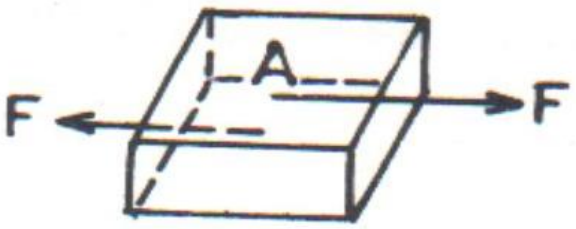


الشكل (3) إجهاد الكبس

$$S_C = \frac{F}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

إجهاد القص Shear Stress (S_c)

وفيه تؤثر قوتان متساويتان في المقدار متعاكستان في الاتجاه (مبتعدتان) على نهايتي الجسم وعلى خطوط تأثير مختلفة كما في الشكل (4), وعليه فان تأثير القوتين يؤدي الى تغير شكل الجسم دون تغير حجمه.



الشكل (4) إجهاد القص

$$S_S = \frac{F}{A} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

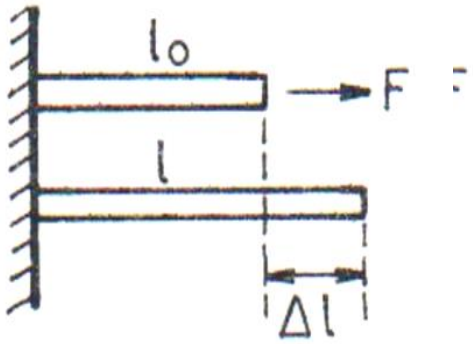
الانفعال (المطاوعة) Strain (N)

يُعرف انفعال أو مطاوعة مادة بأنة تشوه تلك المادة. كما ويعرف ايضاً على انه التغير النسبي الذي يسببه الاجهاد لابعاد الجسم أو شكله أو حجمه. وبما أن هناك عدة انواع للاجهاد فسيكون هناك عدة انواع للمطاوعة (الانفعال) تبعاً لذلك وهي مطاوعة الشد (التوتر) ومطاوعة الكبس ومطاوعة القص. ان المطاوعة بجميع انواعها نسبة مجرد من الوحدات.

مطاوعة التوتر Tensile Strain (N_t)

ويعبر عن مطاوعة التوتر بأنه نسبة الاستطالة الى الطول الأصلي, وتساوي (الاستطالة/الطول الاصلي), أي ان:

$$N_t = \frac{\Delta L}{L_O} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

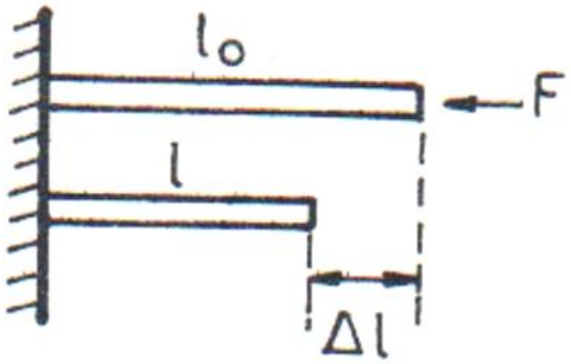


الشكل (5) مطاوعة التوتر

مطاوعة الكبس Compressive Strain (N_C)

ويعبر عن مطاوعة الكبس بأنه نسبة الانكماش (التقلص) الى الطول الاصلي, وتساوي (الانكماش/الطول الاصلي) أي ان:

$$N_C = \frac{\Delta L}{L_O} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

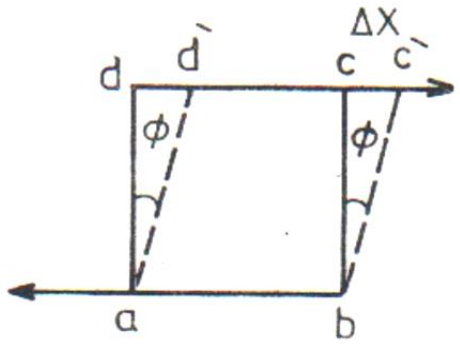


الشكل (6) مطاوعة الكبس

مطاوعة قصية (Shear Strain (N_S)

ويعبر عن المطاوعة القصية بمقدار الإزاحة الجانبية للطول مثلاً الى الطول الأصلي, وتساوي

$$N_S = \frac{\Delta X}{L_O} = \tan\phi \cong \phi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$



الشكل (7) يوضح مطاوعة القص

كما ويعبر عن النسب المذكورة في أعلاه بدلالة النسبة المئوية نسبة الى الطول الأصلي.

اذا زال الانفعال بصورة تامة ومباشرة بعد ازالة الاجهاد الذي سببه, سمي الجسم الصلب بأنه تام المرونة Perfectly elastic . اما اذا اكتسب الجسم شكلاً وحجماً جديدين بعد ازالة الاجهاد المسبب لهما, سمي الجسم تام اللدونة Perfectly Plastic. وفي الحقيقة لا يوجد جسم تام المرونة, كذلك لا يوجد جسم تام اللدونة.

انواع الانفعال Kinds of Strain

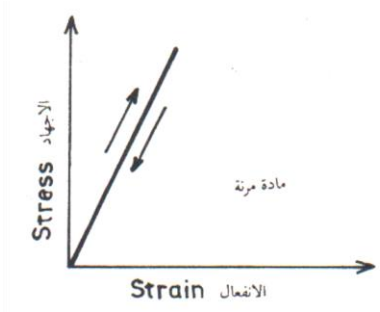
وكذلك تكون المطاوعة (الانفعال) على نوعين هما:

1- الانفعال المرن.

2- الانفعال اللدن.

الانفعال المرن Elastic Strain

وهو انفعال عكسي, اذ يتلاشى الانفعال بعد ازالة الاجهاد المسلط, ان قيمة الانفعال المرن تتناسب طردياً مع مقدار الاجهاد المسلط, كما هو موضح في الشكل (8).



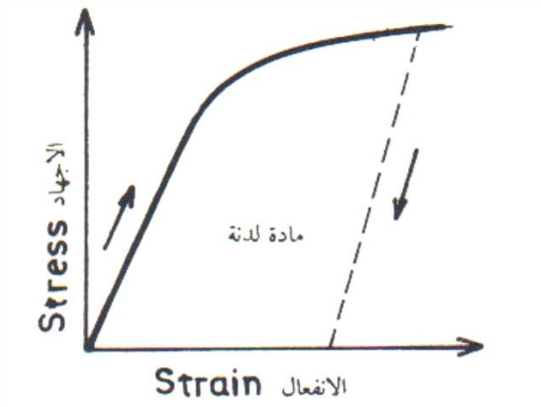
الشكل (8) علاقة الانفعال – الاجهاد للجسم المرن

ومن أمثلة هذه المواد المرنة, الياف الكواتز Quartz Fiber , التي تقترب مرونتها من المرونة التامة.

الانفعال اللدن Plastic Strain

وهو انفعال غير عكسي, اذ لا يتلاشى الانفعال بعد ازالة الاجهاد المسلط, ويكون ذلك بفعل الاجهاد الذي يتجاوز حدود المرونة, ويحدث الانفعال اللدن نتيجة الازاحة الدائمية للذرات داخل المادة, على عكس الانفعال المرن الذي لا يحدث ازاحات دائمية للذرات ويبقى لكل ذرة نفس الذرات المجاورة لها قبل وبعد تسليط الاجهاد. الشكل (9) يوضح الانفعال اللدن.

ومن أمثلة هذه المواد اللدنة, المعاجين Putty التي تقترب لدونتها من اللدونة التامة.



الشكل (9) علاقة الانفعال – الإجهاد للجسم اللدن

منحنى الإجهاد – الانفعال **Stress – Strain Curve**

ان العلاقة بين الاجهاد المسلط على جسم ما والانفعال الناتج عنه, علاقة معقدة تعتمد على عوامل عدة, منها قوى الترابط بين ذرات وجزيئات المادة, وكيفية ترتيب هذه الذرات والجزيئات والعيوب البلورية التي تحتويها المادة, فضلاً عن طريقة تحضير هذه المادة وتاريخها الحراري. وسنقتصر على شرح منحني الاجهاد – الانفعال لسلك من الفولاذ.

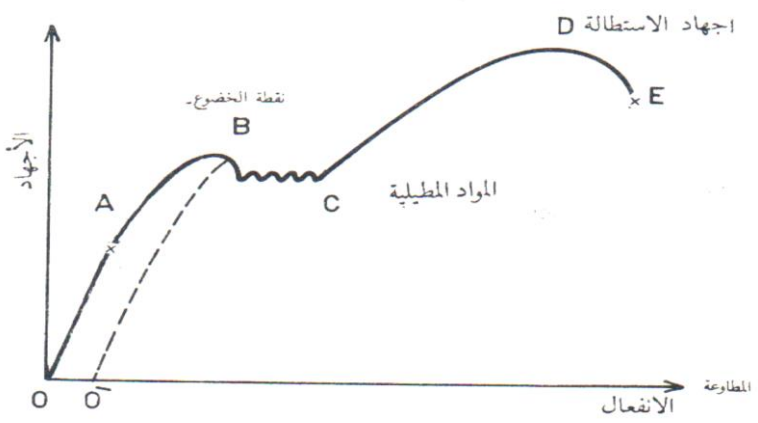
لو أخذنا سلكاً من الفولاذ وعرضناه الى جهد متزايد (ثقل) ورسمنا العلاقة بين الاجهاد والانفعال. ان منحي الاجهاد – الانفعال يوضحه الشكل (10), والذي يبين ان الجزء OA يمثل خطاً مستقيماً وهي المنطقة التي يطبق فيها قانون هوك (أي ان الانفعال يتناسب طردياً مع الاجهاد المسلط عليه) وفيها النقطة A التي تمثل نهاية المنطقة المستقيمة. وبعد النقطة A نجد ان الخط البياني ينحني, ويزداد الانفعال بصورة اكبر مما هو متوقع من قانون هوك. وتستمر هذه المنطقة الى النقطة B . ان الاستطالة في هذه المنطقة تكون خليطاً من الاستطالة المرنة والاستطالة اللدنة. اما المنطقة المحصورة بين B و C والتي تكون موازية تقريباً لأحداثي الانفعال فيكون تغير المنحي فيها غير منتظم وان الانفعال يزداد بشكل كبير دون زيادة محسوسة في الاجهاد المسلط. ان نقطة بداية المنطقة BC , تسمى بنقطة الخضوع (yield point). وفي المنطقة الواقعة بعد النقطة C والتي يحدث فيها انزلاقات في مادة السلك باتجاه المستويات ذات الاجهاد الكبير, سوف تتغير الخواص المرنة للمعدن, وان الاستطالة في هذه المنطقة تكون نتيجة للاجهاد القصي وليس

نتيجة اجهاد الاستطالة. ومن الملاحظ ان النقطة C تقع تحت النقطة B . ويزداد الانفعال تبعاً لزيادة الاجهاد بصورة مطردة الى ان نصل الى نقطة تبدأ فيها حالة عدم الاستقرار, ويصبح السلك اكثر نحافة عند احدى نهايتية, ويظهر ظاهرة التخصر (necking) وهذه المرحلة تمثلها النقطة D. والتي بعدها يبدأ الاجهاد بالانخفاض تلقائياً ونحصل على المنطقة DE . ويحدث الانقطاع عند النقطة E . يطلق احياناً على قيمة الاجهاد عند النقطة D بـ اجهاد الكسر (القطع) أو المتانة القصوى أو متانة السحب.

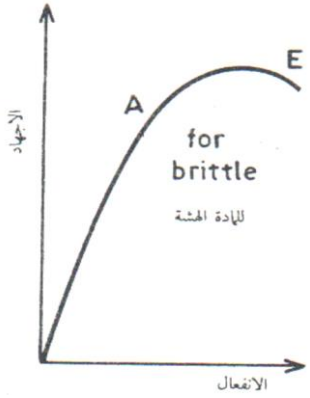
بعض الملاحظات المهمة:

1- ان نقصان مساحة المقطع العرضي للسلك يتناسب طردياً مع الانفعال بعد النقطة المرنة, بحيث يبقى حجم السلك ثابتاً.
2- اذا أزداد الاجهاد الى حد لم يتجاوز فيه حد المرونة فان المنحني سيكرر نفسه عند تناقص الاجهاد وان الانفعال سيصل الى قيمة الصفر عند ازالة الاجهاد.
3- اما اذا ازداد الاجهاد الى حد يتجاوز فيه حد المرونة, فان منحنياً جديداً سوف يظهر (المنحني المنقط BO' في الشكل (10)). وان الانفعال لا يرجع الى قيمة الصفر عند ازالة الاجهاد.
4- ان فشل تطابق منحني تناقص الاجهاد مع منحني زيادته يعرف بـ الهسترة المرنة, المشابهة للهسترة المغناطيسية.
5- ان المادة التي تكون فيها المنطقة CE طويلة نسبياً, تكون قادرة على تحمل زيادة في الطول قبل القطع تسمى بالمادة المطيلية (Ductile). اما المادة التي تكون فيها المنطقة CE قصيرة نسبياً وسوف تنقطع عند تعرضها الى زيادة ولو بسيطة في طولها تعرف بالمادة الهشة (Brittle), انظر شكل (11).

يأخذ المهندسون بنظر الاعتبار عدم تجاوز الاجهاد الاعظم لجزء محدد من اجهاد الكسر ويعرف هذا الجزء أو الكسر باجهاد العمل (Working Stress) وان نسبة اجهاد الكسر الى اجهاد العمل تعرف بعامل السلامة (Factor of Safety).



الشكل (10) منحنى الانفعال – الاجهاد لسلك الفولاذ



الشكل (11) منحنى الانفعال – الإجهاد للمادة الهشة

المطيلية Ductility

وتعرف على انها مقدار التشوه اللدن الذي تعانيه المادة عند نقطة الكسر أو القطع. ويمكن التعبير عن المطيلية باستطالة المادة. ويقدر مقدار المطيلية باستخدام معايير قياسية متعددة, اذ يجب ذكر طول المعيار عند قياس قيمة المطيلية, اذا ان هذه القيمة ستختلف باختلاف المعيار.

اما الطريقة الثانية فهي استخدام نسبة النقصان في مساحة مقطع المادة عند نقطة التمزق, وحسب المعادلة الآتية:

$$100 \times \frac{\text{مساحة المقطع الاصلية} - \text{مساحة المقطع عند نقطة التمزق}}{\text{مساحة المقطع الاصلية}} = \text{نسبة النقصان في مساحة المقطع}$$

الصلادة Hardness

وتعرف على انها مقاومة المادة لاختراق سطحها. وتستخدم طرق مختلفة لتقدير الصلادة. يعتمد قسم من هذه الطرق على ايجاد مساحة الثلم الذي يحدثه اختراق مثلم تحت ثقل قياسي, ومنها ما يعتمد على قياس عمق الاختراق لسطح المادة والذي يحدثه مثلم قياسي.

المتانة Toughness

ويعرف على انه الطاقة اللازمة لكسر (لتمزيق)المادة. ويمكن ايجاد الطاقة من حاصل ضرب القوة x المسافة, ولها علاقة قوية مع المساحة الموجودة تحت منحني الاجهاد والانفعال.

معامل المرونة Modulus of Elasticity

تعرف المرونة على انها قابلية المادة على استعادة شكلها الأصلي بعد ازالة القوة المؤثرة والمسببة للتشوه. هناك أنواع مختلفة من المعاملات, يعتمد نوع المعامل على نوع التشوه الذي تتعرض له المادة. كالاستطالة والانحناء وغيرها. وتمثل جميع المعاملات بإيجاد نسبة الاجهاد الى الانفعال.

ان وحدات المعامل هي وحدات الاجهاد نفسه لان الانفعال لا وحدات له. وعندما يكون الاجهاد ضمن حدود المرونة. فان نسبة الاجهاد الى المطاوعة ستكون مقداراً ثابتاً, ويسمى هذا الثابت بمعامل المرونة Modulus of elasticity, أي أن:

$$\text{Modulus of Elasticity} = \frac{\text{Stress}}{\text{Strain}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (8)$$

يعرف الحد المرن على انه أقل قيمة للاجهاد المسبب لانفعال (مطاوعة) ثابت في المادة. وضمن حدود المرونة تكون العلاقة خطية بين الاجهاد والانفعال ولا يعتمد على الزمن, وهذا ما يعرف بقانون هوك (Hooks Law). الذي ينطبق على معظم المواد المرنة في حالة حصول الانفعالات الصغيرة.

ان العلاقة بين معامل المرونة ودرجة الحرارة علاقة عكسية, اذ يقل معامل المرونة بارتفاع درجة الحرارة, والسبب في ذلك يعود الى ان ارتفاع درجة الحرارة يزيد الطاقة الحركية للذرات او الجزيئات والتي تؤدي الى التغلب على قوى الترابط بينها وبالتالي زيادة حجمها.

معامل يونك Young's Modulus (Y)

يعرف معامل يونك بانه نسبة الاجهاد الى المطاوعة في حالتي الاستطالة والانكماش الطوليين أي ان

معامل يونك = $\frac{\text{الاجهادالطولي}}{\text{الانفعال الطولي}}$

$$Y = \frac{F / A}{\Delta L / L}$$

$$Y = \frac{F\ L}{A\ \Delta L} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (9)$$

إن وحدة معامل يونك هي وحدة الاجهاد نفسه أي N/m^2 او $dyne/cm^2$ او Ib/in^2. يعتمد معامل يونك على نوع المادة وليس على ابعادها.

معامل القص (معامل الجساءة) Shear Modulus(S)

يعرف معامل القص على انه نسبة اجهاد القص الى انفعال القص, أي ان:

$$S = \frac{F / A}{\phi} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

$$S = \frac{F / A}{\Delta x / d} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

ووحدة (S) هي N/m^2 او $dyne/cm^2$ او Ib/in^2 .

يكون معامل القص أقل قيمة وأقل اهمية من معامل يونك وذلك لانه من السهل جعل ذرات المادة الصلبة تنزلق على بعضها, بينما تلاقي عمليتا تقريب او تفريق الذرات من بعضها صعوبات كبيرة. اكبر بكثير مما هي عليه في حالة انزلاق الذرات. ان قيم معامل القص تكون واقعة بين $\frac{1}{2}$ إلى $\frac{1}{3}$ من قيم معامل يونك.

معامل تغير الحجم Bulk Modulus (B)

ويسمى أيضا بالمعامل الحجمي ويعرف على انه النسبة بين الاجهاد في الموائع (أي التغير في الضغط المسلط عليها) الى الانفعال المناظر له (أي التغير النسبي في حجم المائع), أي ان:

$$B = \frac{-\Delta P}{\Delta V / V} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

ليس باستطاعتنا ايجاد قيم معاملات يونك ومعامل القص للموائع, لان الموائع تستطيع فقط مقاومة الانكباس. الاشارة السالبة تعني ان زيادة (او نقصان) الضغط المسلط على المائع يولد نقصاناً (او زيادة) في حجم المائع. اما وحدة المعامل الحجمي فهي وحدة الضغط.

معامل الانضغاطية Compressibility (K)

- ويعرف على انه مقلوب معامل تغير الحجم, أي ان:

$$K = \frac{1}{B} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

الجدول (1) يحتوي على قيم معاملات يونك ومعامل القص ومعامل تغير الحجم لبعض المواد المعروفة.

الجدول (1) قيم معاملات يونك ومعامل القص ومعامل تغير الحجم لبعض المواد

المادة	معامل يونك $(x10^{10}\ N/m^2)$	معامل القص $\times 10^{10}\ N/m^2$	معامل تغير الحجم $\times 10^{10}\ N/m^2$
الالمنيوم	7.1	2.4	7.7
النحاس	12	4.5	14
الزجاج	~5.5	2.3	5
الرصاص	1.8	0.8	4.3
النيكل	21	7.6	18
بوليستيرين	~0.14		
حديد الصلب	20		
حديد مطاوع	19		
تكستن	35		

أما الجدول (2) فيبين قيم معامل تغير الحجم لبعض السوائل عند درجة حرارة (20^oC).

الجدول (2) قيم معامل تغير الحجم لبعض السوائل

السائل	معامل تغير الحجم
الكحول الاثيلي	0.9
النيترين	1.05
الكيروسين	1.3
الماء	2.3
الزئبق	26

نسبة بواسون (σ) Poisson's Ratio

عندما يتعرض جسم الى تأثير قوتين متساويتين في المقدار ومتعاكستين في الاتجاه (قوى سحب) فانه يستطيل (أي يزداد طوله) باتجاه قوى السحب وينكمش او يتقلص بالاتجاه العمودي أي يقل عرضه او سمكه, والعكس صحيح.

ان النسبة بين التغير الجانبي الى التغير الطولي يعبر عنه بـ نسبة بواسون. وهي ثابت مرونة مهم, وتكون خالية من الوحدات.

ان الانفعال الناتج باتجاه قوى السحب او الكبس يسمى بالانفعال الطولي Longitudinal Strain اما الانفعال الناتج باتجاه عمودي على اتجاه القوى المسلطة فيسمى بالانفعال الجانبي او العرضي Lateral Strain. والانفعالان كلاهما يعتمدان على الاجهاد المسلط ونوع مادة الجسم. تكون النسبة بين المطاوعة الجانبية والمطاوعة الطولية لمادة ما ثابتة ويطلق عليها اسم نسبة بواسون, أي ان:

$$\sigma = \frac{-\Delta\omega/\omega_o}{\Delta L/L_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (14)$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_o$$

$$\Delta L = L - L_o$$

تشير الاشارة السالبة الى حقيقة ان الزيادة الحاصلة في طول الجسم نتيجة قوى السحب يصاحبها دائماً نقصان في عرض او سمك الجسم والعكس صحيح. ان وجود الاشارة السالبة يضمن الحصول على القيم الموجبة لنسبة بواسون وتكون القيمة العددية لنسبة بواسون لمعظم المواد حوالي (0.3). الجدول (3) يوضح قيم نسبة بواسون لعدد من المواد المعروفة.

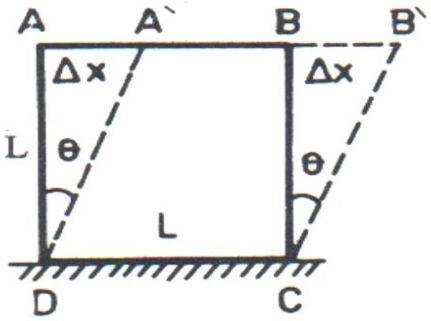
الجدول (3) قيم نسبة بواسون لعدد من المواد المعروفة

المادة	نسبة بواسون
الالمنيوم	0.33
النحاس	0.36
الرصاص	0.40
الزجاج العادي	0.23
الفولاذ (اللتين)	0.26
المطاط الصلب	0.43

معامل الصلابة Modulus of Rigidity (n)

يعرف معامل الصلابة على انه نسبة القوة المماسية المسلطة على جسم لوحدة المساحة الى التشوة الزاوي الذي سببته تلك القوة.

لو اخذنا المكعب المبين في الشكل (12) ABCD .



الشكل (12) حساب معامل الصلابة

فإذا ثبت الوجه الأسفل للمكعب DC بقوة الى قاعدة ثابتة, وسلطت قوة مماسية مقدارها F على الوجه الأعلى للمكعب AB . فان المكعب ABCD سيعاني تشوهاً وسيأخذ شكل متوازي الأضلاع A′B′CD .

فإذا كان الطول الأصلي لطول ضلع المكعب يساوي L وان Δx تمثل الإزاحة A′A والتي تساوي الازاحة B′B , فانه يمكن التعبير عن الانفعال القصي بالمعادلة الآتية:

$$\theta = \frac{\Delta x}{L}$$

أما الإجهاد المماسي فانه يمكن كتابته بالصيغة الآتية:

$$= \frac{F}{L^2}$$

وعليه فان معامل الصلابة سيكون مساوياً إلى:

$$n = \frac{F/L^2}{\theta} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (15)$$

$$n = \frac{F/L^2}{\Delta x/L}$$

وبالتعويض في المعادلة عن قيمة n نحصل على قيمة القوة المماسية لوحدة المساحة, أي أن:

$$F/L^2 = \frac{n\Delta x}{L} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (16)$$

أما قيمة عزم المزدوج G المسلط على جهتي قطعة اسطوانية طولها L ونصف قطرها r فانه يعطى بالعلاقة الآتية:

$$G = \frac{\pi n r^4}{2L}\,\theta$$

ثابت الليّ τ Torsional Constant

ويعرف على انه عزم الدوران اللازم لانجاز برم (لي) لاحدى نهايتي المادة بمقدار زاوية نصف قطرية واحدة نسبة الى النهاية الأخرى الثابتة. الشكل (13) يوضح قضيباً او اسطوانة طولها (L) وقطرها (d) تثبت احدى نهايتيها بصورة صلدة, يؤثر على نهايتها الأخرى عزم ليّ مقدارة G , فتدور النهاية السفلى للقضيب خلال زاوية فتل مقدارها (θ). أي ان الخط الشعاعي (AB) سوف يتحرك الى الوضع الجديد الممثل بالخط (AC). تعتمد زاوية الفتل (θ) على طول القضيب وقطره وعلى معامل الجسوة لمادته. يمكن حساب ثابت الليّ في حالة الدوران (التشويه) الصغير من المثلث (ABC). وحسب المعادلة الآتية:

$$G = \tau\theta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (17)$$

حيث أن τ تمثل ثابت الليّ للاسطوانة.

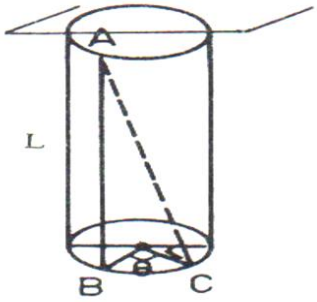
إن لثابت الليّ علاقة بطول الاسطوانة ونصف قطرها وثابت الصلابة لمادة الاسطوانة تعطى بالعلاقة الآتية:

$$\tau = \frac{\pi n r^4}{2L} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (18)$$

إن الانفعال القصي في حالة الليّ يساوي ($\frac{BC}{AB}$), اذ تمثل AB طول القضيب و BC الطول الذي فتل بوساطته القضيب, وهذا الطول يساوي($r x \theta$) و r تمثل نصف القطر, وعليه فان الانفعال هنا:

$$N_S = \frac{\theta}{L} r \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

إن الزاوية المستخدمة هنا هي زاوية نصف قطرية.



الشكل (13) حساب ثابت الليّ

مسائل الفصل الاول

س 1: بين أي من المواد الاتية يتعرض الى اجهاد اكبر.
1- قطعة من الالمنيوم ابعادها 15 cm x 5 cm تحت تأثير ثقل كتله 10Kg.
2- قطعة من الفولاذ ابعادها 7 cm x 3 cm تحت تأثير ثقل كتله 15Kg.
3- قطعة من النحاس ابعادها 5 cm x 2 cm تحت تأثير ثقل كتله 5Kg.

الحل

يعرف الاجهاد على انه القوة المؤثرة على وحدة المساحة, أي ان

$$S = \frac{F}{A}$$

للألمنيوم $$S = \frac{10\,Kg \times 9.8\,m/s^2}{5 \times 10^{-2}\,m \times 15 \times 10^{-2}\,m} = \frac{98\,N}{75 \times 10^{-4}\,m^2} = 1.306 \times 10^4\,N/m^2$$

للفولاذ $$S = \frac{15\,Kg \times 9.8\,m/s^2}{3 \times 10^{-2}\,m \times 7 \times 10^{-2}\,m} = \frac{147\,N}{21 \times 10^{-4}\,m^2} = 7 \times 10^4\,N/m^2$$

للنحاس $$S = \frac{5\,Kg \times 9.8\,m/s^2}{5 \times 10^{-2}\,m \times 2 \times 10^{-2}\,m} = \frac{49\,N}{10 \times 10^{-4}\,m^2} = 4.9 \times 10^4\,N/m^2$$

من هذا يتبين ان الفولاذ يتعرض الى الاجهاد الاكبر

س2 : قضيب من النحاس الاصفر معامل مرونته يساوي $1.1 \times 10^{12}\ N/m^2$. جد قطر القضيب الذي طوله 1m ويتعرض الى قوة شد (سحب) مقدارها 22 N وتسبب زيادة في طوله مقدارها 1mm .

الحل

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

$$Y = \frac{F\ L}{A\ \Delta L}$$

$$A = \frac{F\ L}{Y\ \Delta L}$$

$$F = 22\,N\ ,\ L = 1m\ ,\ \Delta L = 1mm = 10^{-3} m\ ,\ Y = 1.1 x 10^{12}\ N/m^2$$

$$A = \frac{22\,N\ x\ 1m}{1.1\ x\ 10^{12}\ N/m\ x\ 10^{-3}\ m}$$

$$A = 2\ x\ 10^{-8}\ m^2$$

$$A = \pi\ r^2 \quad \Longrightarrow \quad r^2 = \frac{A}{\pi}$$

$$r^2 = \frac{2\ x\ 10^{-8}\ m^2}{3.14}$$

$$r^2 = 0.6369\ x\ 10^{-8}\ m^2$$

$$r = 7.9\ x\ 10^{-5}\ m$$

س 3: سلك معدني طوله 2 m , مقطعه العرضي مربع طول ضلعه 8 mm . علق بـه ثقل كتلتـه 1.2 Kg فاستطال مسافة 3 mm جد قيمة معامل يونك .

الحل

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

$$Y = \frac{F \quad L}{A \quad \Delta L}$$

$$Y = \frac{1.2\,Kg \;x\; 9.8\;m/s^2 \;x\; 2\,m}{8\,x\,10^{-3}\,m \;x\; 8\,x\,10^{-3}\,m \;x\; 3\,x\,10^{-3}\,m} = \frac{23.52\;N}{192\;x\,10^{-9}\;m^2}$$

$$Y = 1.225\,x\,10^{8}\;N/m^2$$

س 4 : قضيب معدني قطره 1 in وطوله 120 in علق به ثقل مقداره 100 Ib , جد الانفعال على امتداد القطر. مع العلم بان معامل يونك يساوي $3x10^6$ Ib/in^2 ونسبة بواسون تساوي 0.3 .

الحل:- بما ان معامل يونك يعطى بالعلاقة الآتية:

$$Y = \frac{F/A}{\Delta L/L}$$

$$Y = \frac{F \;\; L}{A \;\; \Delta L}$$

إذن الانفعال الطولي يساوي:

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{F}{A \;\; Y}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{100 \text{ Ib}}{3.14 \text{ x } (0.5 \text{in})^2 \text{ x } 3 \text{ x } 10^6 \text{ Ib/in}^2} = \frac{100}{2.355 \text{ x } 10^6}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = 0.4246 \text{ x } 10^{-4}$$

الانفعال العرضي = نسبة بواسون x الانفعال الطولي

$$= 0.3 \text{ x } 0.4246 \text{ x } 10^{-4}$$

$$= 0.1273 \text{ x } 10^{-4}$$

س 5 : جد اكبر قيمة لطول سلك من الحديد يمكن ان يعلق بصورة عمودية من دون انقطاعه, علماً بان اجهاد القطع (الكسر) يساوي ($7.9x10^4$ dyne/cm^2) وان كثافة مادة السلك تساوي (7.9 g/cm^3).

الحل:- ان اكبر قيمة لطول السلك تحددها كتلة السلك المعلق.

وان كتلة السلك = حجم السلك المعلق x كثافته الكتلية

نفرض ان مساحة المقطع العرضي للسلك = A cm^2

اذن الحجم = A L cm^3

$$m = \rho V$$

$$m = 7.9 \text{ x } A L \qquad (g)$$

$$S = \frac{F}{A}$$

إن وزن السلك = القوة المؤثرة

$$S = \frac{7.9 \text{ x } A \text{ x } L \text{ x } 980}{A}$$

$$S = 7742\, L \qquad (dyne/cm^2)$$

إن اكبر طول يحصل عندما يسلط الكسر, أي ان:

$$7742\, L = 7.9 \text{ x } 10^4$$

$$L = \frac{7.9 \text{ X } 10^4}{7742}$$

$$L = 10.204 \text{ Cm}$$