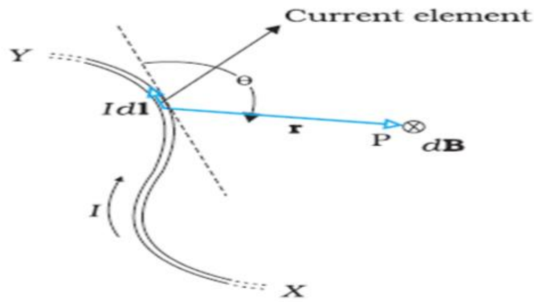
الفصل الرابع – المجال المغناطيسي للتيار الكهربائي

قانون (بايوت – سافارت)

المجال المغناطيسي : هو خط من خطوط الحث المغناطيسي



سلك يسري خلاله تيار كهربائي مقداره i والمطلوب ايجاد المجال المغناطيسي B في نقطة م التي تبعد بمقدار R عن السلك

نأخذ جزء من السلك $d\ell$ ونجد الحث المغناطيسي dB المتولد عن $d\ell$ في نقطة p

dB يتناسب طرديا مع :

1- شدة التيار المار في السلك
2- طول الجزء $d\ell$
3- جيب الزاوية θ المحصورة بين اتجاهي $R, d\ell,$
4- كما يعتمد على نوع الوسط الذي يضم السلك والنقطة p

وكذلك يتناسب عكسيا مع :

1- مربع البعد R

قانون بايوت – سافارت $\left[dB \propto \frac{i\, d\ell \sin\emptyset}{R^2}\right]$ عددية

$dB = k\frac{i\, d\,\ell \sin\emptyset}{R^2}$ .... (1)

اعظم قيمة لـ dB عندما $\emptyset = 90$ اي ان $(dB \perp R, d\ell)$

حيث k كمية ثابتة مقدارها ووحداتها تعتمد على وحدات التيار i و R ، $d\,\ell$

معادلة اتجاهية $dB = ki\frac{d\,\ell \times R}{R^3}$ ...... (2) * $\frac{R}{R}$

يمكن اعتبار R , $d\ell$ كميات اتجاهية

اتجاه $d\ell$ باتجاه التيار i

اما اتجاه R يكون من الجزء $d\ell$ نحو النقطة p

تكامل المعادلة (1) و (2) $\begin{cases} B = k\int \frac{i\,d\ell \sin\emptyset}{R^2} \ldots.(3) \\ \bar{B} = k\ \int i\ \frac{\overline{d\ell} \times \bar{R}}{R^3} \ldots..(4) \end{cases}$

لتحديد اتجاه dB باستخدام قاعدة اليد اليمنى (يمسك السلك باليد اليمنى فيكون اتجاه الابهام هو اتجاه التيار ولف الاصابع باتجاه dB) من معادلة (1)

$BR^2 = k\ id\ell \Leftarrow amp.$ اذا كان i

$k = \frac{BR^2}{id\ell} \Longrightarrow \frac{\frac{w}{m/2} * m^2}{amp * m}$ $\frac{w}{m^2}$ = تسلا

$k \Longrightarrow \frac{w}{amp* m}$ $k = \frac{w}{amp* m}$ فأن

$k = 10^{-7}\ \frac{w}{amp * m}$ فاذا كان الوسط هواء او فراغ

$k = \frac{\mu}{4\pi}$ للأوساط الاخرى

حيث μ النفاذية المغناطيسية

اما اذا كان الوسط فراغ او هواء فيرمز لها (μ_0) وتساوي

$$\mu_0 = 4\pi x 10^{-7}\ \frac{w}{amp* m}$$

$k = \frac{\mu_0}{4\pi}$ للهواء

$$\mu_0 = 4\pi k$$

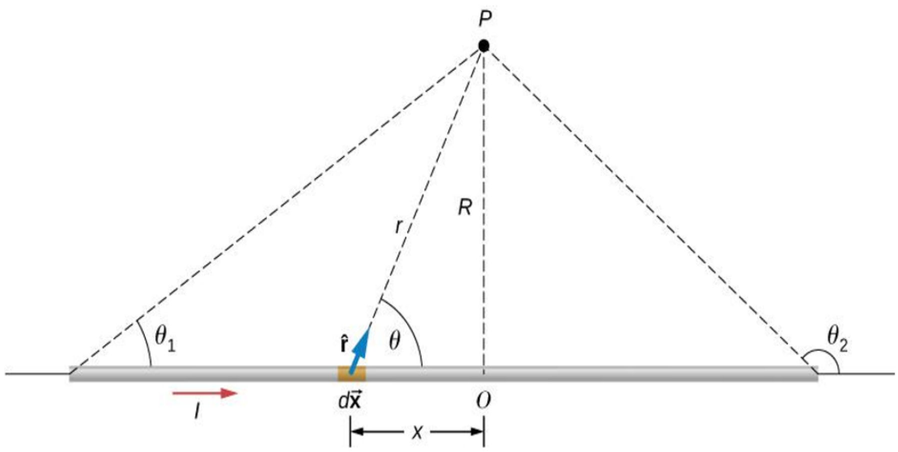
$$\mu_0 = 4\pi x 10^{-7}\ \frac{w}{amp * m}$$

$\therefore$ معادلة (1) سوف تصبح $\therefore dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{id\ell \sin\emptyset}{R^2}$

تطبيقات على قانون بايوت - سافارت

1- الحث المغناطيسي لسلك مستقيم

سلك مستقيم يسري خلاله تيار شدته i والمطلوب ايجاد الحث المغناطيسي في النقطة p التي تبعد بمسافة r عن مركز السلك . طول السلك (ℓ)



نأخذ جزء من السلك طوله dy يبعد مسافة y عن المركز

$$\left[dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\ \frac{i\, d\ell \sin\emptyset}{R^2}\ \ (\text{قانون بايوت – سافارت})\right]$$

$$dB = \frac{\mu_0\, i\, dy}{4\pi R^2}\sin\emptyset\ (R,\emptyset,y)$$ المتغيرات

من الرسم $\tan\emptyset = \frac{r}{y}$

$$\therefore y = \frac{r}{\tan\emptyset} = -r\cot\emptyset$$

$$dy = r\csc^2\emptyset\ d\emptyset$$

$$\sin\emptyset = \frac{r}{R}$$

$$\therefore R = \frac{r}{\sin\emptyset} = r\csc\emptyset$$

نعوض قيمة dy , R في المعادلة اعلاه نحصل

$$dB = \frac{\mu_0\, i}{4\pi r}\sin\emptyset\ d\emptyset$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0\, i}{4\pi\, r}\int_{\propto_1}^{\propto_2}\sin\emptyset\ d\emptyset$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{4\pi r}\ (-\cos\emptyset)\begin{matrix}\propto_2\\ \propto_1\end{matrix}$$

$$\therefore B = \frac{-\mu_0 i}{4\pi r}(\cos\propto_2 - \cos\propto_1)$$

اذا كان السلك طويلا جدا سوف يكون r صغيرا جدا فسوف تكون

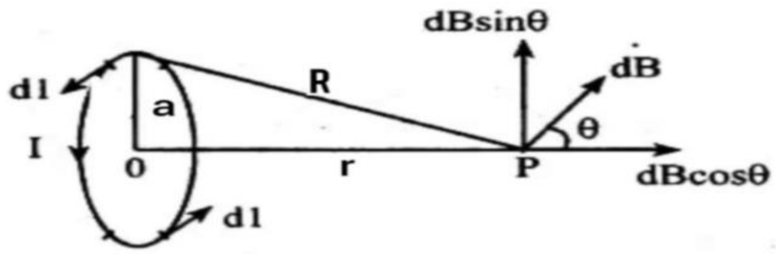
$$\propto_1 = \pi\ ,\propto_2 = 0$$

$$\therefore B = -\frac{\mu_0 i}{4\pi r}(1+1) \rightarrow \frac{-2\mu_0 i}{4\pi r} = \frac{-\mu_0 i}{2\pi r}$$

$$\therefore B = -\frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

2- الحث المغناطيسي الناشئ عن سلك دائري الشكل

سلك دائري يمر فيه تيار كهربائي شدته i والمطلوب ايجاد الحث المغناطيسي في النقطة p الواقعة على محور السلك وعلى بعد r من مركز السلك



$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\ell}{R^2} \sin\emptyset$ (قانون بايوت – سافارت)

نأخذ جزء من السلك طوله $d\ell$ ويبعد عن النقطة p بمسافة R , $\emptyset$ الزاوية المحصورة بين $R, d\ell$. $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{id\ell \sin\emptyset}{R^2}$

$90° = \emptyset$

لجميع اجزاء السلك $\therefore dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\ell}{R^2}$

والبعد لجميع اجزاء السلك ثابت المقدار R

نحلل dB الى مرلبين احداهما افقية والاخرى عمودية لأنها باتجاهات مختلفة

المجموع الحدي للحصلة = صفر

$$dB_{//} = 0$$

$$dB_{\perp} = dB \cos\propto$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{i\, d\ell}{R^2} \cos\propto$$

$$B = \int dB = \frac{\mu_0\, i}{4\pi R^2} \cos\propto \int_0^{2a\pi} d\ell$$

$$B = \frac{\mu_0\, i}{4\pi R^2} \cos\propto (2a\pi)$$

$$B = \frac{\mu_0\, ia}{2R^2} \cos \propto$$

$$B = \frac{\mu_0\, ia}{2R^2} \cdot \frac{a}{R}$$

$$B = \frac{\mu_0\, i\, a^2}{2R^3}$$

$$B = \frac{\mu_0\, i\, a^2}{2(a^2+r^2)^{3/2}}$$

اما اذا كان الملف مكون من N من اللفات

$$\therefore B = \frac{N\ .\mu_0\, i\, a^2}{2(a^2+r^2)^{3/2}}$$

اما اذا كانت النقطة p واقفة في المركز $(r = 0)$

$$\therefore B = \frac{N\mu_0\, i\, a^2}{2a^3} = \frac{N\mu_0 i}{2a}$$

$$\therefore B = \frac{N\mu_0 i}{2a}$$

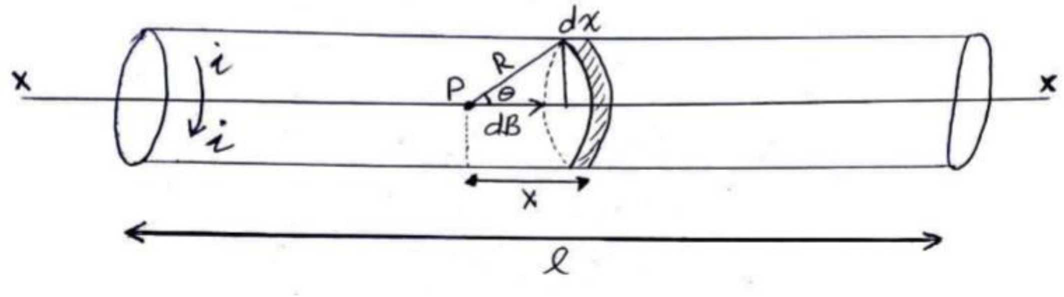
نستنتج مما تقدم ان المجال المغناطيسي في جميع النقاط الواقعة على العمود المقام من مركز السلك هو باستقامة العمود

لتعيين اتجاه B نستخدم قاعدة اليد اليمنى . اقبض على السلك باليد اليمنى سوف يكون الابهام باتجاه B ولف الاصابع باتجاه i

3- الحث المغناطيسي لنقطة واقعة على محور ملف اسطواني

ملف اسطواني طوله ℓ ونصف قطره a وعدد لفاته N يمر خلاله تيار كهربائي شدته i باتجاه كما موضح في الشكل المرسوم ادناه . والمطلوب ايجاد الحث المغناطيسي في نقطة p الواقعة على محور الملف

نأخذ جزء من طول السلك طوله dx والذي يبعد مسافة R عن النقطة p



عدد اللفات لوحدة الطول (n) من هذا الملف الاسطواني هي : $n = \frac{N}{\ell}$

نأخذ جزء من الملف طوله dx

$\therefore$ عدد اللفات التي يحتويها هذا الجزء $N = ndx$

الحث المغناطيسي B في نقطة p ناتجة عن جميع لفات الملف جزء الحث المغناطيسي dB الناشئ عن الجزء dx يساوي

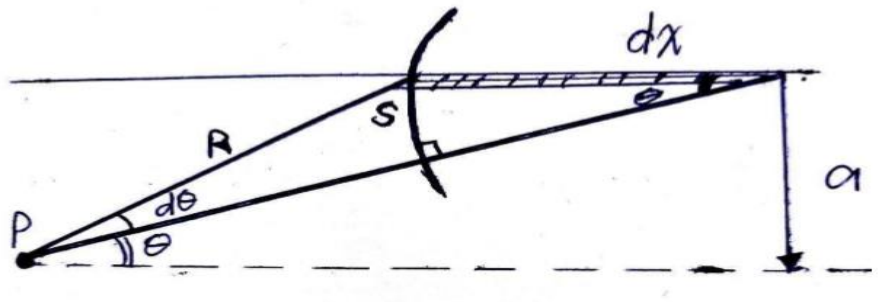
الحث المغناطيسي للملف الدائري

$$dB = \frac{N\,\mu_0\,i\,a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{(ndx)\mu_0\,i\,a^2}{2(a^2+x^2)^{3/2}}$$

$$dB = \frac{\mu_0\,i\,n\,a^2}{2R^3}dx$$

يمكن ان نكبر الاجزاء $[d\emptyset, dx]$ كما في الرسم التالي



$$s = R\,d\emptyset$$

$$\sin\emptyset = \frac{s}{dx}$$

$$dx = \frac{s}{\sin\emptyset}$$

$$dx = \frac{R\,d\emptyset}{\sin\emptyset}$$

نعوض عن dx بالمعادلة السابقة

$$dB = \frac{\mu_0\, in\, a^2}{2\, R^2} \quad \frac{d\emptyset}{\sin\emptyset}$$

$$dB = \frac{\mu_0\, in}{2} \sin^2\emptyset \frac{d\emptyset}{\sin\emptyset} \qquad \sin\emptyset = \frac{a}{R}$$

$$dB = \frac{n\mu_0 i}{2} \sin\emptyset\, d\emptyset \qquad \sin^2\emptyset = \frac{a^2}{R^2}$$

$$\therefore B = \int dB = \frac{n\,\mu_0 i}{2}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin\emptyset\, d\emptyset$$

$$B = \frac{\mu_0 in}{2}\,(-\cos\emptyset)\,\begin{matrix}\alpha_2\\ \alpha_1\end{matrix}$$

$$B = \frac{\mu_0\, in}{2}\,(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)$$

العلاقة اعلاه تصبح لجميع النقاط الواقعة على المحور سواء كانت واقعة داخل الملف او خارجه

اما اذا كان الملف طويلا سوف تقترب الزاوية α_1 من الصفر وتقترب α_2 من π فتصبح المعادلة $B = \frac{\mu_0\, in}{2}(\cos 0 - \cos\pi)$

$$B = \frac{\mu_0\, in}{2}(+1+1) = \frac{\mu_0\, in}{2}(+2)$$

$B = +\mu_0\, in$ للملف الاسطواني

4- الحث المغناطيسي لشحنة كهربائية متحركة

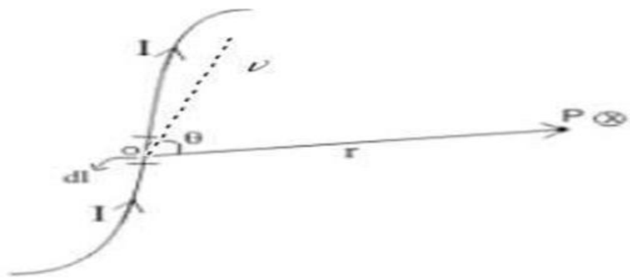
الشحنة الكهربائية المتحركة تكون مجالا مغناطيسيا والحث المغناطيسي الناشئ عن شحنة في نقطة يتوقف على عدة عوامل منها

1) نوع الوسط
2) مقدار الشحنة المتحركة
3) سرعتها
4) بعد النقطة من الشحنة وموقعها منها

والان لدينا سلك طوله ℓ يسري خلاله تيار كهربائي شدته i

$d\ell$ هو جزء من السلك يبعد مسافة R عن النقطة

$\emptyset$ الزاوية المحصورة بين المماس و R



الحث الناشئ من الطول $d\ell$ في نقطة p هو

$dB = \frac{\mu_0\, i\, d\ell}{4\pi R^2} \sin \emptyset$ (قانون بايوت – سافارت)

$\therefore\ dB = \frac{\mu_0\, (nevA) d\ell}{4\pi R^2} \sin \emptyset$

$dB = \frac{\mu_0 v (neAd\ell)}{4\pi R^2} \sin \emptyset$

ان المقدار داخل القوس تمثل كمية الشحنة الكهربائية المكونة للتيار في الجزء $d\ell$ ولتكن dQ

$dB = \frac{\mu_0 v\, dQ}{4\pi R^2} \sin \emptyset$

اذا كانت مساحة المقطع A صغيرة جدا وكذلك الطول $d\ell$ فان حجم الشحنة يكون صغيرا جدا عندما يمكن اعتبارها شحنة نقطية

$\therefore\ B = \frac{\mu_0 Q v}{4\pi R^2} \sin \emptyset$

المعادلة اعلاه تمثل الحث المغناطيسي B الناشئ عن شحنة كهربائية مقدارها Q تتحرك بسرعة V في نقطة تبعد عن Q مسافة R والزاوية $\emptyset$ بين المتجهين $R\ ,V$

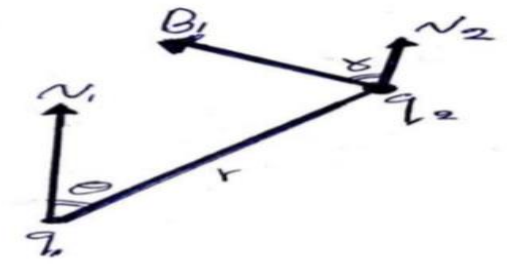
B تؤثر بصورة عمودية على كل من $R\ ,V$

اما اتجاه B باستخدام قاعدة اليد اليمنى

يمكن كتابة معادلة B مقدارا واتجاها $\left(\bar{B} = \frac{\mu_0 Q(\overline{\text{U}} x R)}{4\pi R^3}\right)$

الان لو كان لدينا شحنتان هما Q_2, Q_1 سرعتهما $\mho_2, \mho_1$ على التوالي المسافة بينهما R

نفرض ان الشحنة Q_1 تعمل زاوية $\emptyset$ مع R وان الشحنة $\emptyset_1$ يتولد مجالا مغناطيسيا



$$B_1 = \frac{\mu_0 Q_1 V1}{4\pi R^2} \sin \emptyset$$

Q_2 تتحرك بتأثير B_1 فتولد على Q_2 قوة مغناطيسية مقدارها F_2

$F = q\mho B \sin \emptyset$ (من الفصل الثاني)

$$F_2 = Q_2 \mho_2 B_1 \sin r$$

$$F_2 = Q_2 \mho_2 \frac{\mu_0 Q_1 \mho_1}{4\pi R^2} \sin\emptyset \sin\gamma$$

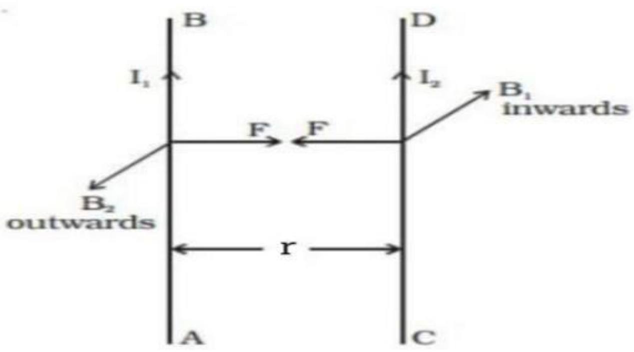
$$\therefore F = \frac{\mu_0 Q_1 Q_2 \mho_1 \mho_2}{4\pi R^2} \sin \emptyset \sin \gamma$$

في نفس الوقت هناك قوة مغناطيسية على الشحنة Q_1 تساوي F_2 بالمقدار وتعاكسها بالاتجاه

F_2 من تأثير من B_1

F_1 من تأثير من B_2

القوة بين سلكين مستقيمين متوازيين طويلين يسري في كل منهما تيار كهربائي



لدينا سلكين متوازيين AB, CD المسافة بينهما r يسري في كل منهما تيار بالاتجاه المبين بالشكل .

كل سلك يولد مجال مغناطيسي خاص به ويقع كل منهما في المجال المغناطيسي للسلك الاخر

ولما كان المجال المغناطيسي لسلك طويل $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$

السلك (CD) يولد مجالا مغناطيسيا ويقع تحت تأثير المجال المغناطيسي للسلك الاخر (AB)

اذا كان السلك $\perp B$ فان $(\emptyset = 90)$. $(\sin\emptyset = 1)$

$$F = i\ell B \sin\emptyset$$

فالقوة المؤثرة من السلك (CD) الى (AB)

$F_2 = i_2 \ell B_1$

$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$

$\therefore F_2 = i_2 \ell \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r}$

$\therefore F_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \ell}{2\pi r}$ هذه القوة واقعة في مستوى الصفحة وعمودية على وحدة الطول وتتجه نحو السلك AB

كذلك السلك (AB) ايضا يولد مجالا مغناطيسيا ويقع تحت تأثير المجال المغناطيسي للسلك (CD) فالقوة المؤثرة من السلك (AB) الى (CD) هي F_2 وتكون واقعة في مستوى الصفحة وعمودية على وحدة الطول وتتجه نحو السلك CD

$F_1 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 \ell}{2\pi r}$

$\therefore F_1 = F_2$ القوتان متساويتان بالمقدار ومتعاكستان بالاتجاه $\therefore$

اما القوة المؤثرة على وحدة الطول هي

$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r}$

اذا كان التياران i_2, i_1 بنفس الاتجاه فأن القوة بين السلكين هي قوة تجاذب

اما اذا كان التياران i_2, i_1 بعكس الاتجاه كانت القوة بين السلكين هي تنافر

الامبير : هو التيار الثابت الذي ينقل كولوم واحد خلال ثانية واحدة

كما يمكن ان نعرف الامبير استنادا الى قوة التجاذب او التنافر بين سلكين متوازيين يسري خلالهما تيار كهربائي $i_1 = i_2 = 1\ amp.$

والسلكين في وسط (هواء او فراغ) $r = 1m$

القوة لوحدة الطول $= \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi r} = \frac{4\pi\times10^{-7}\times1\times1}{2\pi\times1} = 2x10^{-7}\ Nt/m$

الامبير : هو التيار الثابت الشدة الذي لو مر في سلكين متوازيين والمسافة بينهما متر واحد وفي وسط هواء او فراغ كانت القوة بين السلكين $(2\times10^{-7}Nt)$ لكل متر من السلك

قانون امبير الدائري : ينص على ان التكامل الخطي لشدة الحث المغناطيسي حول منحني مغلق يساوي التيار الكلي مضروبا في نفاذية الوسط

حيث I التيار الكلي المار بالمنحني $\emptyset$ الزاوية المحصورة بين $B, d\ell$

$$\oint B\ d\ell \cos\emptyset = \mu_0\ I$$

$$\oint \bar{B}\ .d\ell = \mu_0\ I$$

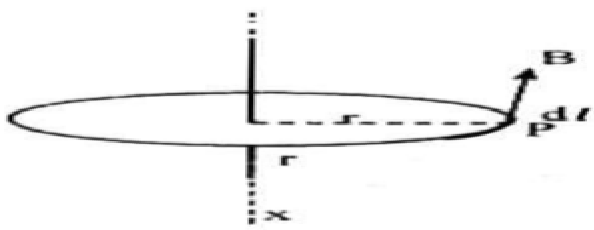
تطبيقات على قانون امبير الدائري :

1- ايجاد B لسلك مستقيم طويل جدا

نفرض لدينا سلك طويل جدا عمودي على مستوى الورقة في قطع الورقة في نقطةO يسري فيه تيار كهربائي شدة I

والمطلوب : ايجاد الحث المغناطيسي في نقطة p التي تبعد r عن O

سوف نختار منحني مغلق على شكل محيط دائرة نصف قطرها ومركزها O



$$\oint B\ di \cos\emptyset = \mu_0\ I$$

ان جميع النقاط على المنحنى متناظرة بالنسبة للسلك في النقطة O

$\therefore$ B متساوية لجميع الاجزاء

اما اتجاه B دائما محاسن للنقطة المراد ايجاد الحث فيها θ متساوية لجميع النقاط

$\theta = 0 , \cos\theta = 1$

$$\oint B d\ell \cos\theta = \mu_0 I$$

$$B \oint d\ell = \mu_0 I$$

$$B(\ell) = \mu_0 I$$

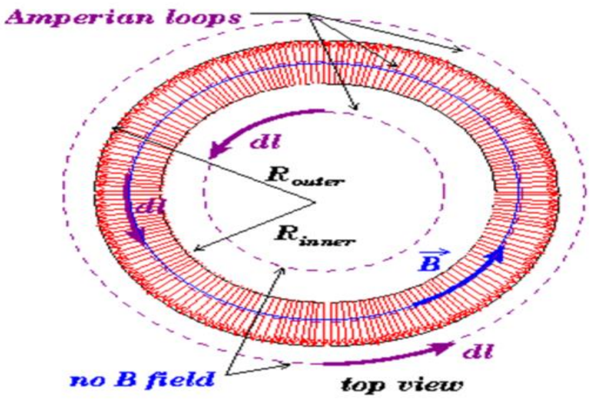
$$B(2\pi r) = \mu_0 I$$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2- ايجاد B لملف على شكل حلقة

نفرض لدينا ملف حلقي مركزه نقطة O ونصف قطره الداخلي R_1 والخارجي R_2 يسري خلاله تيار شدته I وعدد لفاته N

المطلوب : ايجاد الحث المغناطيسي للنقطة p الواقعة داخل الملف والتي تبعد بمسافة R عن مركز الملف .



سوف نختار منحني مغلق بشكل دائري نصف قطره R ومركزه هو مركز الملف o

$$\oint B\, d\ell \cos\theta = \mu_0 I$$

التيار الكلي الذي يضمه المنحني المغلق يساوي (NI)

جميع نقاط المنحني متناظرة بالنسبة للملف

$\therefore B$ متساوية لجميع النقاط اتجاه B مماس للنقطة

$$B \oint d\ell = \mu_0 NI$$

$\emptyset = 0 , \cos\emptyset = 1$
$B\ell = \mu_0 NI$

$B(2\pi R) = \mu_0 NI$

$\therefore B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$

نلاحظ من المعادلة اعلاه ان $B \propto \frac{1}{R}$

$\therefore$ اعظم قيمة لـ B

$$B_{max} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_1}$$

واقل قيمة لـ B

$$B_{min} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R_2}$$

اما اذا كان الفرق بين R_2, R_1 قليل جدا تستخدم المعادلة التالية

$$B_{max} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$

اسئلة الفصل الرابع

س1/ جد (B) في نقطة على بعد $(5\ cm)$ من سلك مستقيم طويل يسري خلاله تيار شدته $(20\ amp)$

س2/ سلك مستقيم وطويل بوضع شاقولي يمر خلاله تيار كهربائي شدته $(15\ amp)$ نحو الاعلى . جد مقدار واتجاه (B) الناتجة من السلك في نقطة تقع شرق السلك وتبعد عنه مسافة $(0.5\ cm)$

س3/ سلك مستقيم طويل بوضع شاقولي يمر خلاله تيار شدته $(5\ amp)$ نحو الاعلى سلط عليه مجال مغناطيسي منتظم $(B = 2 \times 10^{-2} T)$ ما مقدار واتجاه القوة المسلطة على $(8cm)$ من السلك

س4/ سلكان مستقيمان طويلان متوازيان المسافة بينهما $(20\ cm)$ يسري في الاول تيار شدته $(12\ amp)$ وفي الثاني $(15\ amp)$ بنفس اتجاه التيار الاول جد : (1) مقدار (B) في نقطة واقعة في منتصف المسافة بينهما (2) مقدار واتجاه القوة المسلطة على $(2m)$ من كل من السلكين

س5/ ملف اسطواني طويل عدد لفات الميتر الواحد من طوله (5000) نصف قطره $(1\ cm)$ ويمر خلاله تيار شدته $(0.5\ amp)$ جد (B) داخل الملف والفيض المخترق له

س6/ سلك دائري نصف قطره (a) مشحون بشحنة كهربائية مقدارها (f) والشحنة موزعة بصورة منتظمة على طوله يدور حول محوره بتردد منتظم مقداره (f) جد (B)

(1) في مركز السلك

(2) في نقطة واقعة على العمود المقام من مركز الدائرة وتبعد بمسافة مقدارها r عن المركز