هذا المثال هو لقياس فعالية الموظفين قبل وبعد التدريب.
العينات غير معتمدة لانه ذكر ان التدريب جديد والموظفين جدد معناه ليسوا نفس الموظفين القدامى.

*Example: An assembly operation requires a 6-week training period for a new employee to reach maximum efficiency. A new method of training was proposed and a new experiment was carried out to compare the new method with the standard method. A group of (18) new employees was split into two groups at random.
Each group was trained for (6) weeks, one group using the standard method and the other the new method. The time (in minutes) required for each employee to assemble a device was recorded at the end of training period. The Average and standard deviation of the new method is (30.33) min. and (4.15) respectively. Similarly, the mean and standard deviation of the standard method is (35.22) & (4.94), then:-

في هنا المثال المقياس الكفاءة بالوقت

1) state null & alternative hypothesis
2) Test the hypothesis and provide your conclusion (use $\alpha = 0.10$)
3) Determine the 95% confidence interval of the difference between the two means.

Sol//

new method (n_1) | standard method (n_2)

$n_1 = 9 \leq 30$ | $n_2 = 9 \leq 30$

$\mu_1 = 30.33$ | $\mu_2 = 35.22$

$S_1 = 4.15$ | $S_2 = 4.94$

في هذه الحالة نعمل الـ (F test) حيث هنا الأحيانا، تحدد

① اذا كان $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ ⟸ Pooled t-test

② اذا كان $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ ⟸ two sample t-test

① العينات صغيرة
② العينات غير معتمدة
③ σ_1^2 ، σ_2^2 غير معروفة

1) F_test ثابتة الرواتب → $H_0 = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1$, $H_a = \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$ قبل التدريب

بعد التدريب

T_test → $H_0 = \mu_1 = \mu_2$, $H_a = \mu_1 < \mu_2$ معناه اشتغان الوقت المحول بعد التدريب اصبح اقل من الوقت الذي الآن يستغرقه الموظفين قبل تلقي التدريب

2) $\alpha = 10\% = 0.010$, $\frac{\alpha}{2} = 0.05$

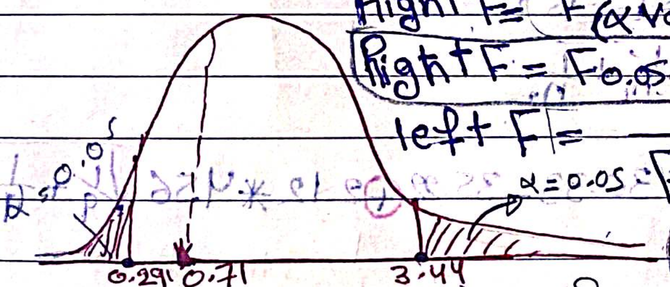
$F^* = \frac{S_1^2}{S_2^2}$ في هذه الحالة $n_1 = n_2$ لهذا تم وضع S_1^2 في البسط حيث ان قانون الـ F هو اخذ الانحراف المعياري لحجم العينة الاكبر في البسط والانحراف المعياري لحجم العينة الاقل في المقام. لكن هنا لا يفرق لان $n_1 = n_2$

$\therefore F^* = \frac{(4.15)^2}{(4.94)^2} = \boxed{0.71}$

Right F = F(α value , درجة حرية1 , درجة حرية2)

$\boxed{\text{Right } F = F_{0.05, n_1-1, n_2-1}}$

left F = $\frac{1}{F(\alpha \text{ value}, \text{درجة حرية عينة2}, \text{درجة حرية عينة1})}$



شكل الـ (F توزيع) غير متماثل

$\boxed{\text{left } F = 1/F_{\alpha, n_2-1, n_1-1}}$

$t = t_{\alpha, n_1-1, n_2-1}$

جدولية

(قيمة الـ F من اليمين)

$\therefore F_{0.05, 8, 8} = \boxed{3.44}$ [درجة الحرية هي n-1 ← 8 = 9-1]

درجة حرية العينة 1 ، درجة حرية العينة 2

جدولية $F_{0.95, 8, 8} = \frac{1}{F_{0.05, 8, 8}} = \frac{1}{3.44} = \boxed{0.291}$ (من اليسار)

$F_{(1-\alpha, n_1-1, n_2-1)}$

درجة حرية n_1 ، درجة حرية n_2

∴ 0.71 لا تقع بأي من المنطقتين

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 \Leftarrow \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} = 1 \Leftarrow$ Failed to reject H_0

∴ هنا استعمل الـ Pooled test

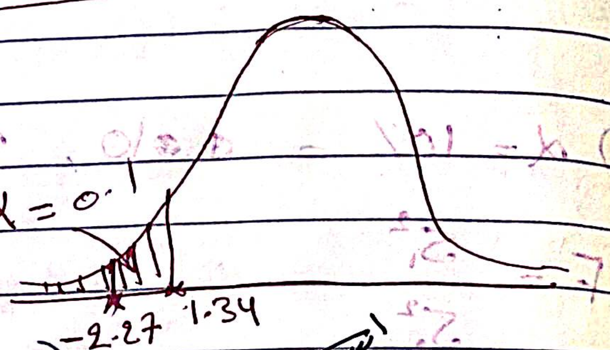
$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$

$$\therefore S_p = \frac{(9-1)(4.15)^2 + (9-1)(4.94)^2}{9+9-} \simeq \boxed{4.56}$$

الحل
$$t^* = \frac{30.33 - 35.22}{4.56\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}} = \boxed{-2.27}$$

الجدولية $t_{\alpha,(n_1+n_2)-2}$

$$t_{0.9,(9+9-2)} = -t_{,0.1,16} = \boxed{-1.34}$$



($t_{0.1,16}$) (هنا من الجدول استخرج ومن ثم اضع امامها اشارة السالب)

د. بلال حسن

$\therefore t^* < t$

$\therefore$ Reject $H_0 \Rightarrow \mu_1 < \mu_2$

3) Confidence interval of Pooled test is

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 \pm t_{\alpha/2, n_1+n_2-2} * S_p\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}$$

$$30.33 - 35.22 - 2.12 * 4.56\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}} < \mu_1 - \mu_2 < \underbrace{30.33}_{\bar{X}_1} - \underbrace{35.22}_{\bar{X}_2} + \underbrace{2.12}_{t_{0.05,16}} * \underbrace{4.56}_{S_p}\sqrt{\underbrace{\frac{1}{9}}_{\frac{1}{n_1}}+\underbrace{\frac{1}{9}}_{\frac{1}{n_2}}}$$

F-test

$\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ → two sample t-test

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ → Pooled t-test

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

هنا لدينا S_2 & S_1

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S\sqrt{\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

هنا لدينا S وليس S_2 & S_1

$$df = \frac{\left[S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2\right]^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1-1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2-1}}$$

$$S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1)S_1^2 + (n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}}$$

هنا Sp هو pooled S اي المطلع من S_1 & S_2
ويوجد الكورس متعه Sp في ال t واحوضها بدل S^2