* في هذه الحالة حالة الاعتيادية مثلاً عند مقارنة $\mu_1 \to \mu_2$ فستقل $\mu$ واحدة هي $\mu_d \Leftarrow \mu_d = \mu_1 - \mu_2$ او $\mu_d = \mu_2 - \mu_1$ والعينة تكون واحدة فقط

# Two dependent Population (Paired Tesing):

one samp

$Z$ معروفة $(\sigma_1, \sigma_2)$ ; $t$ غير معروفة $(\sigma_1, \sigma_2)$

- subjects paired on Common factors
- Before vs after on the same person
- Define a difference Column = Before − After
- let $\mu_d = \mu_1 - \mu_2$ and it becomes one sample Z or T
- Test the required hypothesis for the difference Columns as 1 Sample hypothesis testing
- the Critical value for this test is

والفرضيات مثلاً تكون $H_a: \mu_d \neq 0$ ، $H_o: \mu_d = 0$

$$t^* = \frac{\bar{X}_d - \mu_d}{\frac{S_d}{\sqrt{n}}}$$

$\mu_d$ → $\mu$ difference

Example: (weight loss) dependent Case

x-difference

| Person | Before | After | $X_d$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 200 | 185 | 15 |
| 2 | 220 | 210 | 10 |
| 3 | 188 | 190 | -2 |
| 4 | 250 | 220 | 30 |
| 5 | 230 | 229 | 1 |
| 6 | 280 | 230 | 50 |
| 7 | 195 | 197 | -2 |
| 8 | 200 | 185 | 15 |

في هذا المثال واضح أن البيانات معتمدة لانها نفس الاشخاص والـ sample لانه وبساطة استطيع توقع الحالة (after)

هنا العدد نفس الحل

$X_d$ = Before − After

a) Test at 5% level of significance that if the weight loss program is significantly works.

ملاحظة ① معتمدة ② $n_1 = 8$ ، $n_2 = 8$ (بيانات صغيرة)

③ $\sigma_1$ & $\sigma_2$ غير معلومة ⇐ اذن استخدم (Paired t-test)

b) Contruct 95% Confidence interval for the differece in mean.

n = 8

Sol/ a) $\mu_d = \mu_1$ (الوزن قبل) $- \mu_2$ (الوزن بعد)

$H_0: \mu_d = 0 \rightarrow \mu_1 - \mu_2 = 0$

$H_A: \mu_d > 0$ (Before − After) : $\mu_1 - \mu_2 = \mu_d$

$\bar{X}_d = \frac{15 + 10 + (-2) + 36 + 1 + 50 + (-2) + 15}{8} = \boxed{14.625}$ Average difference

$S_d = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \boxed{17.92}$

$\Sigma(x_i - \bar{x}) = (15 - 14.625) + (10 - 14.625) + ((-2) - 14.625) + (36 - 14.625) + (1 - 14.625) + \dots + (15 - 14.625)$

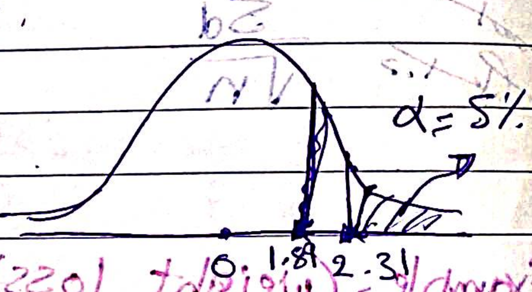
نحن اخذ كل عنصر من
الأرقام وطرحها من الـaverage

$\therefore t^*_{\text{المحسوبة}} = \frac{14.625 - 0}{17.92/\sqrt{8}} = \boxed{2.31}$ (t-test)

$df = n - 1 = 8 - 1 = 7$

$\therefore t_{0.05,(7)} = \boxed{1.89}$ (t-critical)

درجة الحرية




$\therefore t^* > t$ critical

$2.31 > 1.89 \Rightarrow$ Reject $H_0$

b) 95% Confidence interval

فترة الثقة للعينة الواحدة $\left[\bar{x} - t_{\frac{\alpha}{2}, df}\frac{S_d}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x} + t_{\frac{\alpha}{2}, df}\frac{S_d}{\sqrt{n}}\right]$

أما بالنسبة للـ paired test :

من الجدول

$\bar{X}_d - t_{\frac{\alpha}{2}, df}\frac{S_d}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{X}_d + t_{\frac{\alpha}{2}, df}\frac{S_d}{\sqrt{n}}$

$t_{\frac{\alpha}{2}} = t_{0.025, 7} = 2.36$

$14.625 - 2.36\left(\frac{17.92}{\sqrt{8}}\right) \le \mu \le 14.625 + 2.36\left(\frac{17.92}{\sqrt{8}}\right)$

$-0.33 \le \mu_d \le 29.58$

Before − After

* An essembly operation ، وبالرجعة // هنا تكملة المثال ،

لوفرضنا انه بعد اجراء ال (F test) وجدنا انه $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$
بهذه الحالة سوف نبتعد طريقة Pooled وناخذ الطريقة
two sample t test ونكون الحل بالشكل التالي:

$$\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \neq 1$$

اذن اول خطوة هو حساب
درجات الحرية وبهذه الحالة تكون معادلة df هي:

$$df = \frac{\left(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2\right)^2}{\frac{(S_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(S_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

$$df = \frac{\left((4.15)^2/9 + (4.94)^2/9\right)^2}{\frac{\left((4.15)^2/9\right)^2}{9-1} + \frac{\left((4.94)^2/9\right)^2}{9-1}} = \frac{21.39}{0.46 + 0.92} = \boxed{15.5}$$

ملاحظة // هنا نأخذ فقط الجزء الصحيح وهو $\boxed{15}$

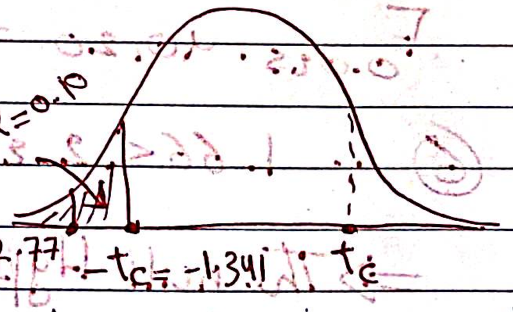
د. [illegible] حسين

Now:

المحسوبة

$$t^* = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} = \frac{30.33 - 35.22}{\sqrt{\frac{4.15^2}{9} + \frac{4.94^2}{9}}} = \boxed{-2.77}$$

Now to Compute t_Critical




الجدولية

$$t_c = t_{\alpha, df} = t_{0.10, 15} = \boxed{1.341}$$

$$\therefore t_{0.95, 15} = \boxed{-1.341}$$

* في جدول الـ t دقيقة t من اليمين نحسبها من اليسار
فقط نضع امامها اشارة السالب

$\therefore$ Reject Ho

$$\text{Confidence interval (CI)} = \bar{X}_1 - \bar{X}_2 \pm t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}} \leq \mu_1 - \mu_2 \leq \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + t_{\alpha/2, df} \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$