معادلة الخط المستيقم

تعد معادلة الخط المستقيم احد اهم الادوات الرياضية المستخدمة لمعالجة البيانات العملية و استخراج المعلومات الاساسية عن طبيعة نظام معين. تتميز كل معادلة رياضية باحتوائها على نوعين من الكميات الاولى هي الثوابت مثل الارقام بمختلف انواعها او رموز معينة في المعادلة تشخص منذ البدء على انها ثوابت. و الكميات الاخرى هي المتغيرات و التي ترمز عادة باستخدام حروف x, y, z الخ.

يمكن معرفة ان المعادلة الرياضية هي معادلة خط مستقيم (معادلة خطية) اذا كانت جميع المتغيرات في المعادلة مرفوعة للقوة واحد و مهما بلغ عدد المتغيرات و ان عدد المتغيرات الموجود في المعادلة مرتبط بعدد الابعاد التي تمثل فيها مثلا

- معادلة خط مستقيم في بعد واحد $[2x = 3] or [y + 9 = 0] or [3z - 2 = 7]$
- معادلة خط مستقيم ثنائية البعد $[y = 3x + 1] or [z - 2x = 8] or [2y - z = 0]$
- معادلة خط مستقيم ثلاثية البعد $[2x + y - z = 4] or [x = z + 10y]$

اما المعادلات التالية فهي غير خطية بسبب كون المتغيرات فيها مرفوعة الى قوى غير الواحد الصحيح

- $x^3 + 7y = logz$ (معادلة بثلاث متغيرات اي ثلاثية البعد غير خطية بسبب وجود الحد التكعيبي اضافة الى الحد اللوغارتمي في المعادلة)
- $siny + \sqrt{(x + 6)} - e^{2x} = 0$ (معادلة ثنائية البعد غير خطية بسبب وجود دالة مثلثية و دالة اسية اضافة الى دالة الجذر فيها)

ان ما يهمنا في موضوع المعادلات الخطية في هذه المرحلة هو المعادلة الخطية ثنائية البعد بسبب امكانية تمثيلها بيانيا على سطح ورقة الدفتر و الذي هو سطح ثنائي البعد كذلك. يكون الشكل القياسي لهذه المعادلة هو:

$$y = a.x + b$$

حيث ان a, b هي ثوابت (ارقام) و هي ما يحدد طبيعة معادلة الخط المستقيم و لذلك سوف يتم شرح هذه الثوابت بشئ من التفصيل.

اولا: الثابت a: و يعرف بمعامل x و يمثل ميل معادلة الخط المستقيم و نقصد بميل المعادلة (slope) هو مقدار انحراف معادلة الخط المستقيم عن خط الافق فاذا كان ميل المعادلة موجب فان ذلك يعني ان اتجاه المعادلة من اليسار الى اليمين يكون نحو الاعلى و العكس اذا كان ميل المعادلة مقدار سالب اما اذا كان ميلها يساوي صفر فمعنى ذلك ان المعادلة افقية اي انها موازية للمحور x. و هنالك اربعة طرق يمكن من خلالها معرفة ميل معادلة الخط المستقيم وهي:

١- من الاسم (معامل x): كما ذكرنا سابقا ان العدد المضروب مباشرة بالمتغير x يمثل الميل و لكن يجب الانتباه هنا ان معادلة الخط المستقيم يجب ان تاخذ الشكل القياسي قبل اعتبار ان معامل x يمثل الميل. مثلا ميل معادلة الخط المستقيم

$$2y - 3x + 4 = 0$$

يكون $(\frac{3}{2})$ و ليس (-3) حيث ان الشكل القياسي للمعادلة اعلاه يكون $y = \frac{3}{2}x -$ 2.

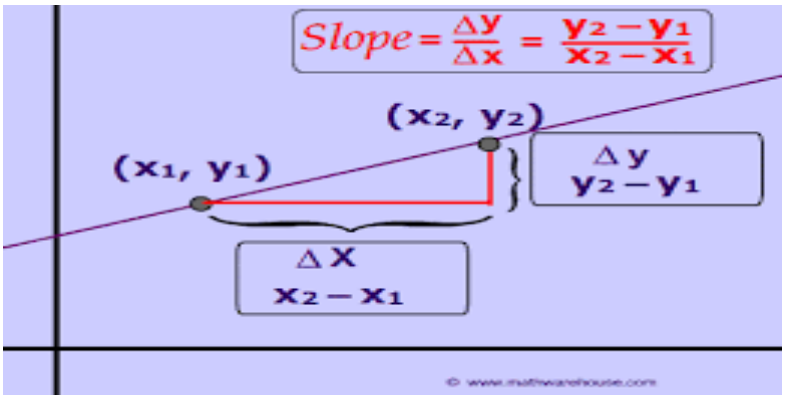
٢- نشتق الدالة: اذ اخذنا المعادلة اعلاه و اشتققناها بالنسبة الى x نحصل على $\frac{dy}{dx} = \frac{3}{2}$ و بصورة عامة فان اشتقاق الشكل القياسي العام لمعادلة الخط المستقيم يكون $\frac{dy}{dx} = a$ وهذا يمثل اثبات على ان مشتقة الدالة تمثل معامل الحد x و تمثل ميل المعادلة.

٣- الطريقة البيانية: تستعمل هذه الطريقة كثيرا في النواحي العملية لحساب الميل و تستند على ان ميل معادلة الخط المستقيم و الذي يكافئ مشتقتها يمكن كتابته بالشكل:

$$slope = a = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

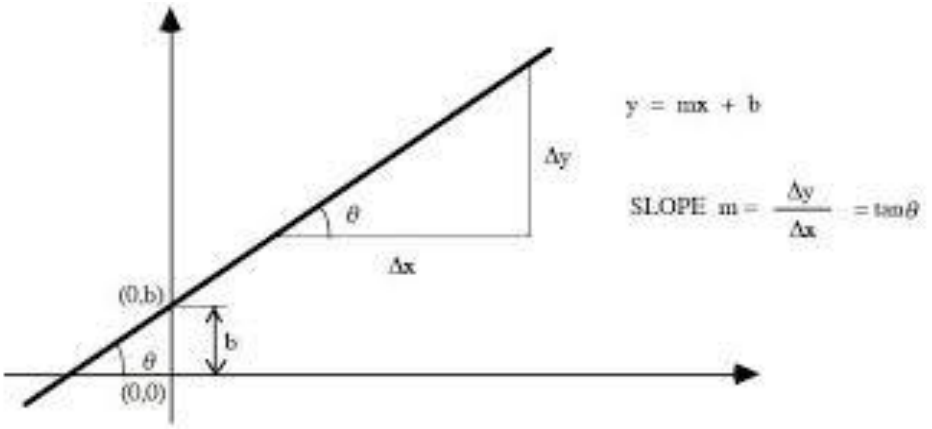
و بالنسبة للمعادلات الخطية فان قيمة الميل (مشتقة الدالة) تكون ثابتة حتى وان اختلفت قيمة Δx عن الصفرلذلك يمكننا كتابة:

$$slope = a = \frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$



حيث انه لحساب ميل اي خط مستقيم فانه يتم اخذ نقطتين لا على التعيين ضمن الخط المستقيم و يفضل ان لا تكونان من النقاط التجريبية، و حيث ان اتجاه الخط يكون من اليسار الى اليمين دائما لذلك تكون النقطة الاولى على اليسار و النقطة الثانية على اليمين ، بعدها يتم استخراج احداثيات النقطتين و ذلك من خلال معرفة ان مسقط النقطة الاولى على محور x يمثل x_1 و ان مسقط النقطة الاولى على المحور y يكون y_1. و بالمثل يجري استخراج (x_2, y_2) و اخيرا يتم حساب الميل من قيم الاحداثيات من خلال القانون $slope = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

٤- طريقة ظل الزاوية: ذكرنا سابقا ان المقصود بالميل هو مقدار ميلان الخط المستقيم عن المحور الافقي لذلك فان هذا الميل مرتبط بزاوية تسمى زاوية الميلان كما مبينة بالشكل



نلاحظ ايضا في الشكل ان كل من Δx و Δy و معادلة الخط المستقيم تشكل مثلث قائم الزاوية و الذي تنطبق عليه نضرية فيثاغورس و ما يتبعها من علاقات مثلثية لذلك يكون الضلع Δy مقابل (opposite) لزاوية الميلان θ و Δx مجاور لها (adjacent) و حسب ما وصلنا اليه حول تعريف الميل:

$$slope = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{opposite}{adjacent} = tan\theta$$

ومن الناحية العملية يمكن حساب الميل بواسطة المنقلة من خلال تثبيت المحور الافقي للمنقلة مع خط الافق على الرسم ومن ثم قرائة زاوية ميلان الخط المستقيم، ومن اخذ قيمة الظل لهذه الزاوية يتم حساب الميل. كذلك يمكن حساب زاوية ميلان الخط المستقيم اذا تمت معرفة الميل وذلك من خلال اخذ معكوس الظل للميل للحصول على الزاوية مثلا زاوية ميلان المعادلة في الفقرة (١) هي

$$\theta = tan^{-1}(slope) = tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right) = 56.31^0$$

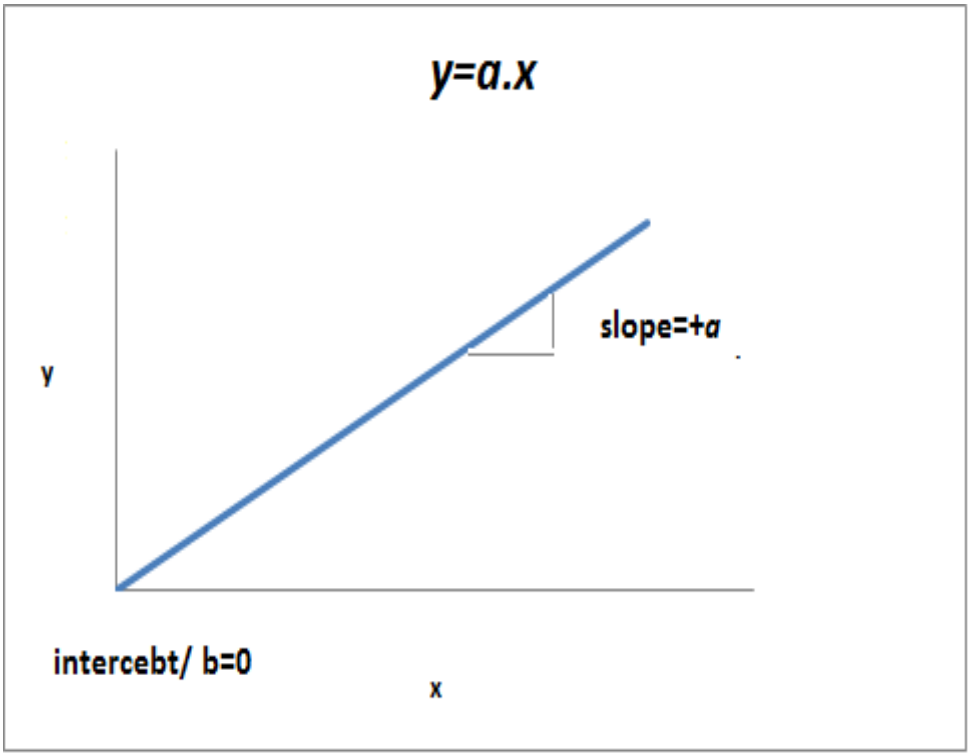
ثانيا: الثابت b: و يعرف بتقاطع الدالة (intercept) ويقصد بذلك بانه نقطة تقاطع الدالة مع المحور y . فاذا كان التقاطع موجب فان الدالة تتقاطع مع محور y فوق نقطة الاصل و العكس اذاا كان سالبا اما اذا كان التقاطع يساوي صفر فان معادلة الخط المستقيم تمر بنقطة الاصل. مثلاقيمة التقاطع في المثال السبق هي (2-).

انواع معادلة الخط المستقيم

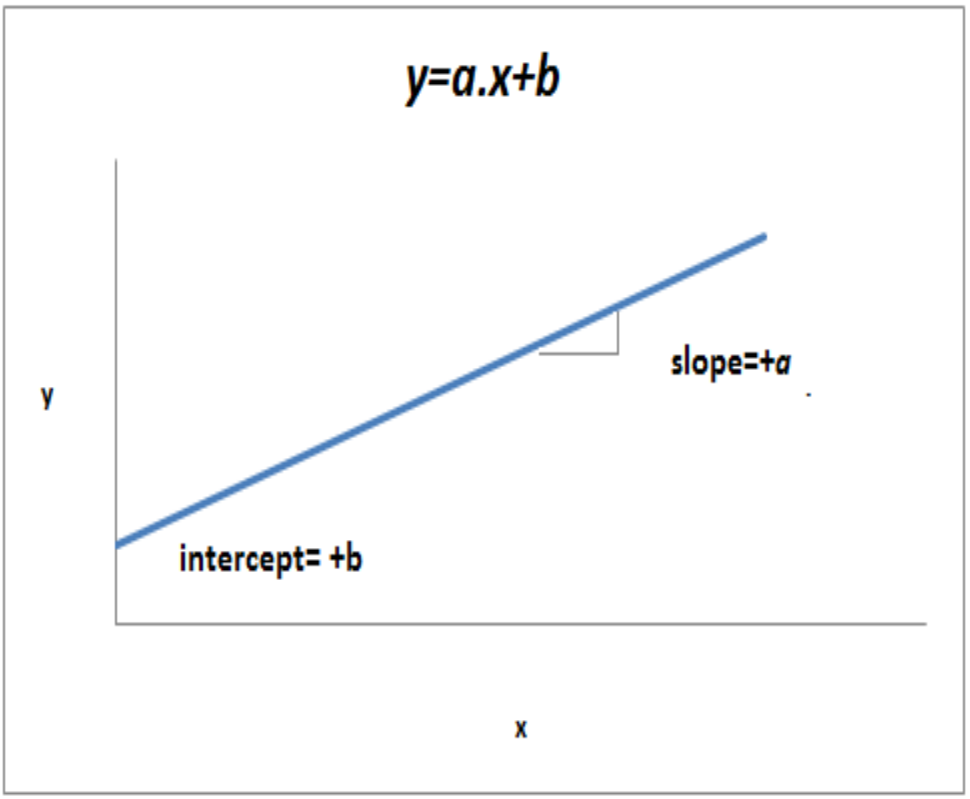
النوع الاول: يكون فيها الميل موجب و التقاطع في نقطة الاصل، حيث تكون الصيغة العامة

$$y = a.x$$

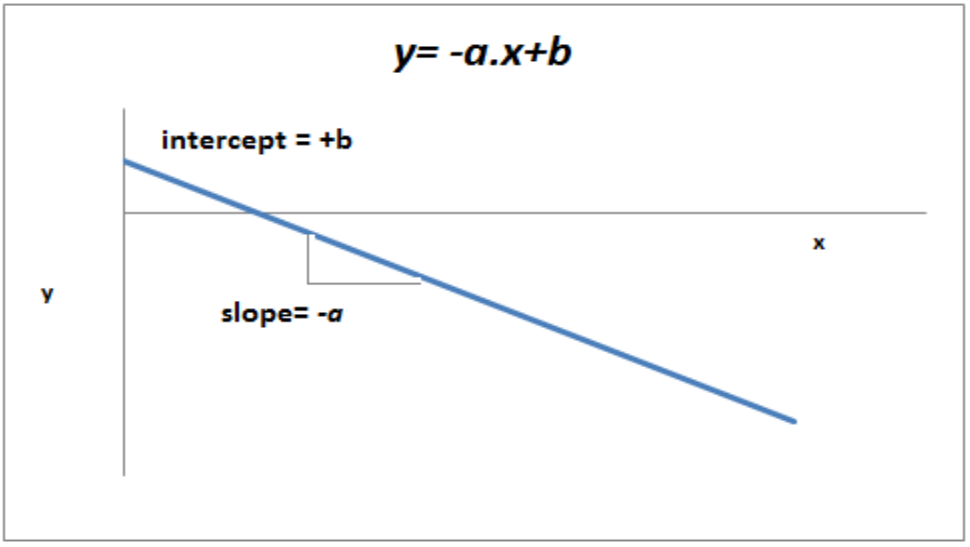
ويكون التمثيل البياني



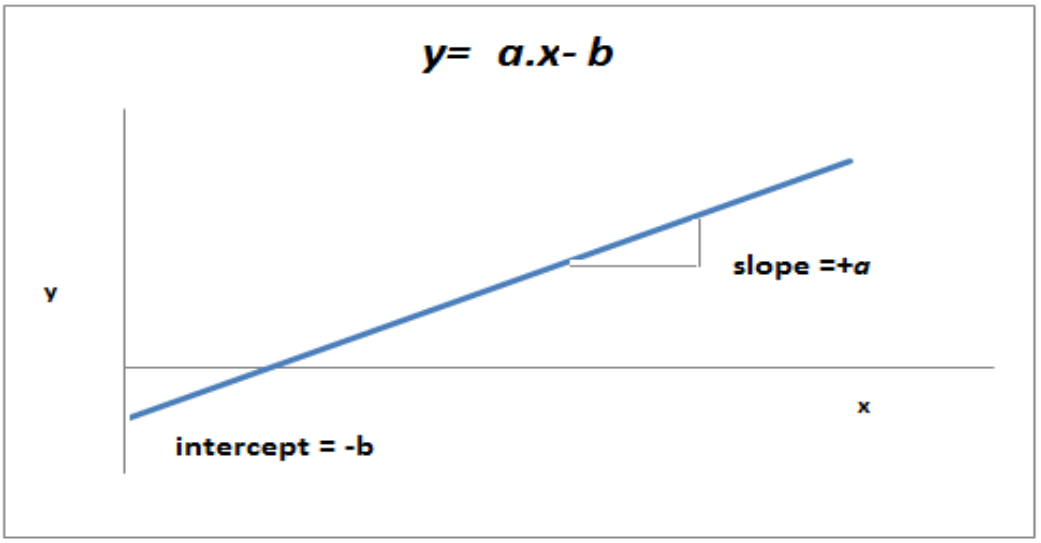
النوع الثاني: يكون فيه الميل موجب و التقاطع موجب، صيغته العامة $y = a.x + b$ و يمثل بيانيا



النوع الثالث: يكون فيه الميل سالب و التقاطع موجب، صيغته العامة $y = -a.x + b$ او $y = b - a.x$ و تمثيله البياني يكون



النوع الرابع: يكون فيه الميل موجب و التقاطع سالب، صيغته العامة $y = a.x - b$ و تمثيله البياني



س/ احسب الميل و التقاطع و زاوية الميلان و التمثيل البياني ونوع المعادلة $6y + \sqrt{2}x + 2 = 8$

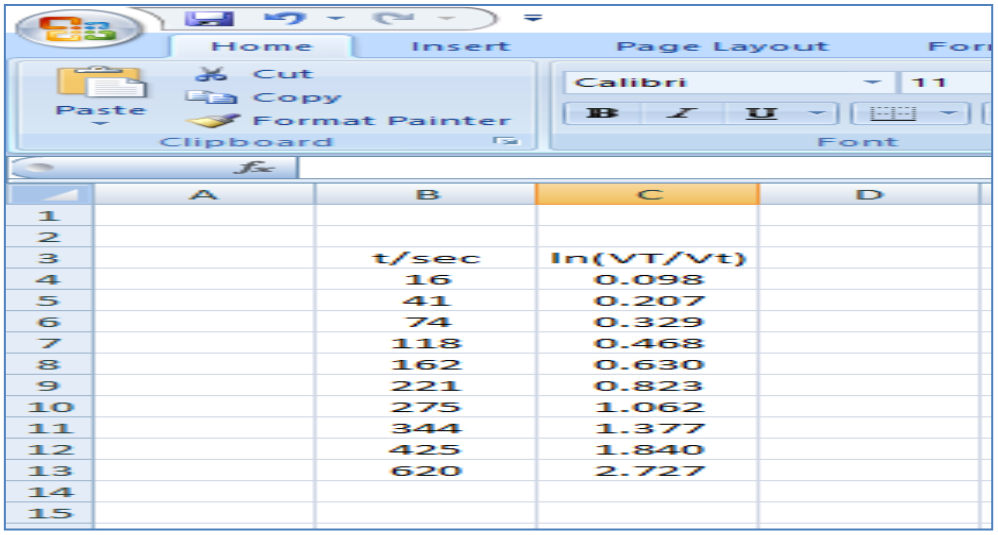
س/ احسب الميل و التقاطع و زاوية الميلان و التمثيل البياني ونوع المعادلة $2y^2 - x = 1$

س/ احسب الميل و التقاطع و زاوية الميلان و التمثيل البياني ونوع المعادلة $\frac{3}{4}x + \sqrt{7}y = 9$

س/ اثبت ان ميل المعادلة $x = 7$ يكون لا نهائيا

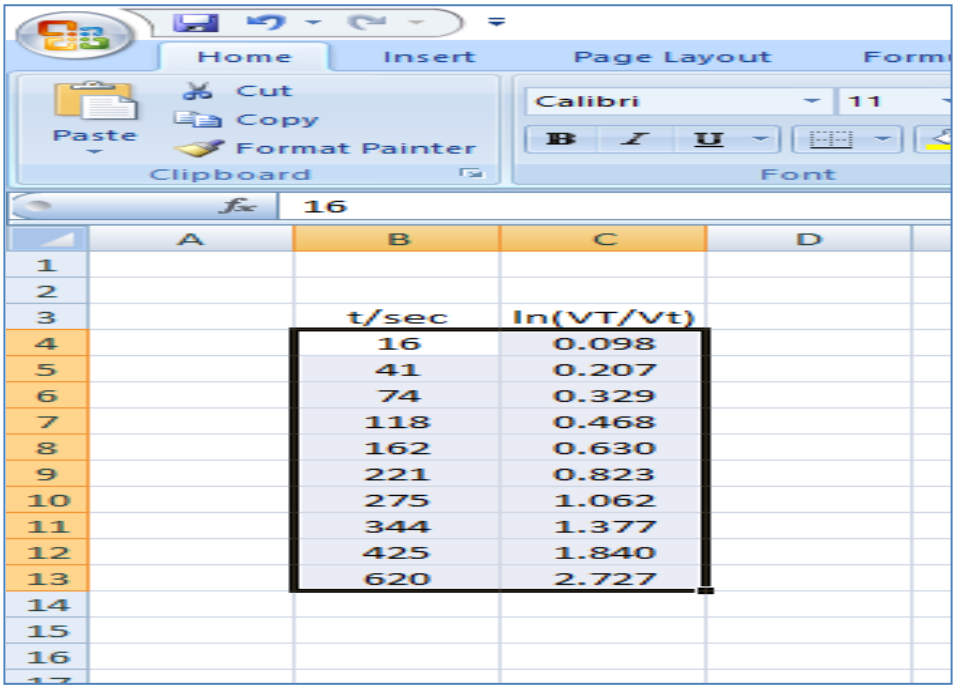
لغرض الحصول على معادلة الخط المستقيم لتجربة معينة بواسطة برنامج Excel نتبع الخطوات التالية

١- نقوم بادخال البيانات التجريبية المراد رسمها على شكل حقلين الحقل الاول و يكون على جهة اليسار و يمثل القيم التي ستاخذ المحور x اما التي سوف تكون على جهة اليمين فيكون للتي ستاخذ محور y كما في الشكل



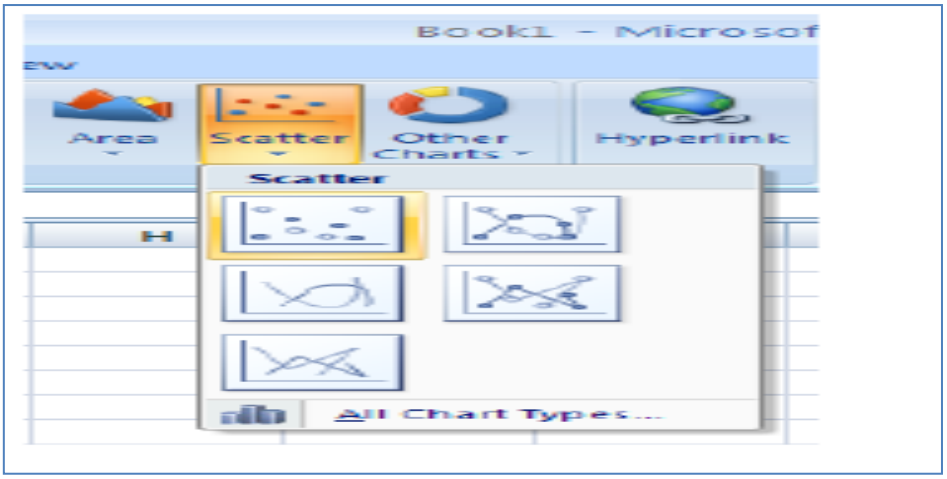
	A	B	C	D
1				
2				
3		t/sec	ln(VT/Vt)	
4		16	0.098	
5		41	0.207	
6		74	0.329	
7		118	0.468	
8		162	0.630	
9		221	0.823	
10		275	1.062	
11		344	1.377	
12		425	1.840	
13		620	2.727	
14				
15				

٢- نظلل البيانات المراد رسمها

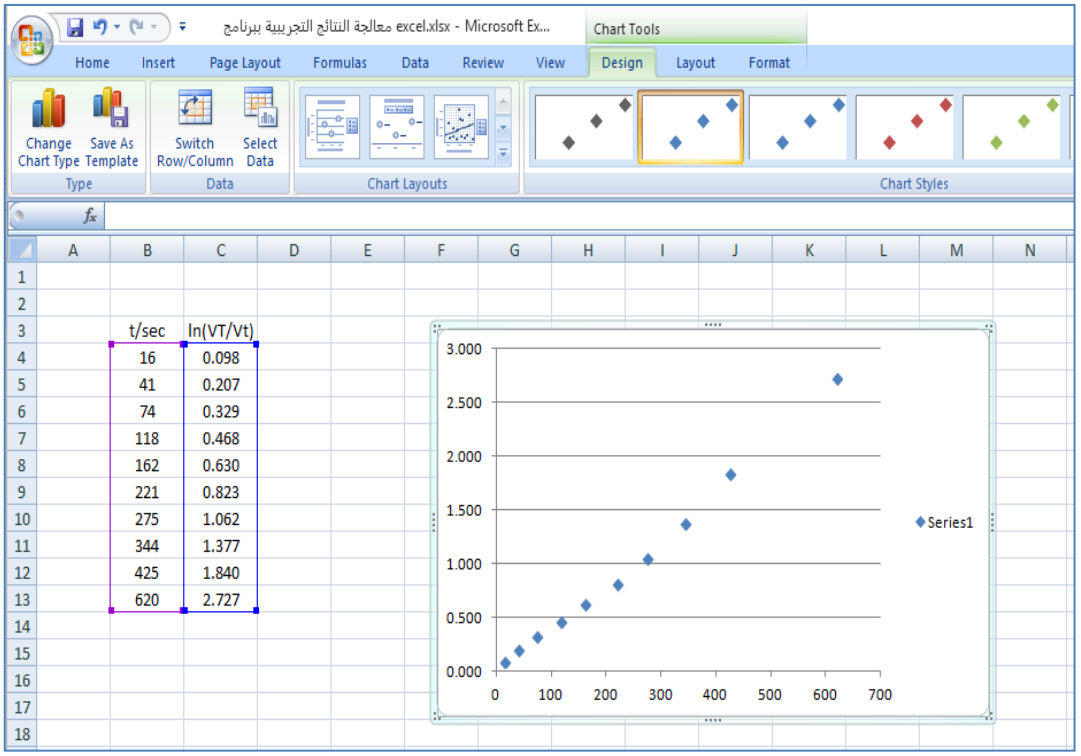


	A	B	C	D
1				
2				
3		t/sec	ln(VT/Vt)	
4		16	0.098	
5		41	0.207	
6		74	0.329	
7		118	0.468	
8		162	0.630	
9		221	0.823	
10		275	1.062	
11		344	1.377	
12		425	1.840	
13		620	2.727	
14				
15				
16				

٣- من شريط القوائم نختار ادراج (insert) ومنه نختار مبعثر (scatter) فتظهر لنا عدة اختيارات نختار اي منها كما في الشكل

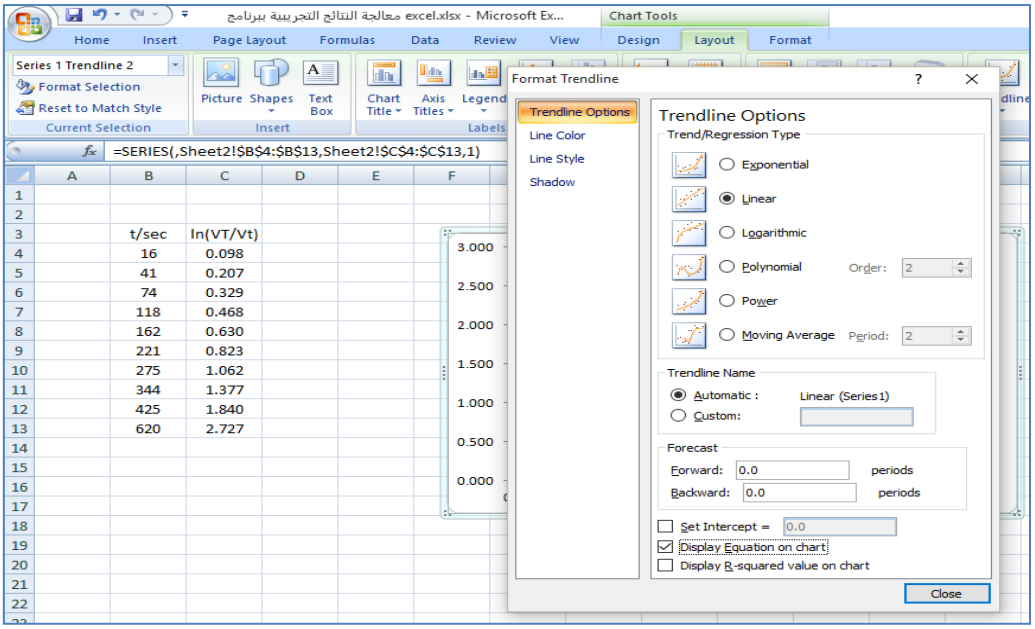


٤- بمجرد النقر على واحدة من الاشكال المقترحة يظهر شكل المخطط كالاتي

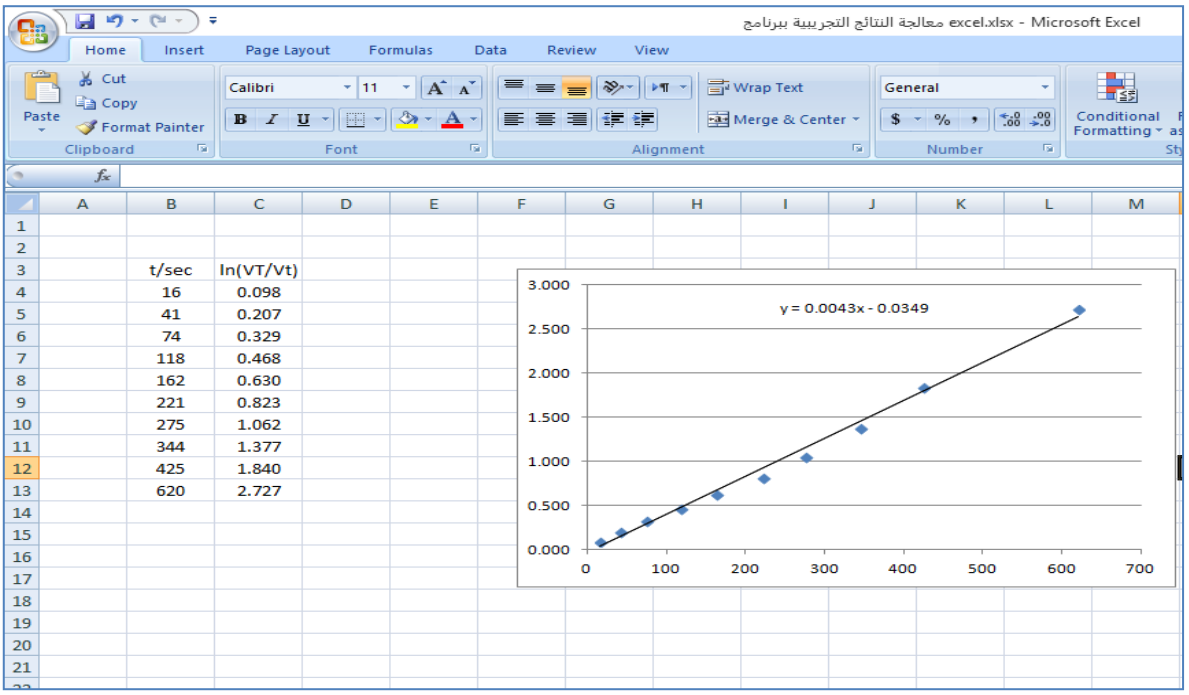


٥- و لغرض الحصول على معادلة الخط المستقيم للرسم السابق نقوم بنقرة يسرى على احد النقاط الموجودة في الرسم فيتم تفعيل هذه النقاط ثم ننقر نقرة يمنى فنحصل على شريط مهام نختار منها Add Trendline

٦- يظهر لنا واجهة تخاطب كما في الشكل



٧- نؤشر على اختيار Linear من بين الاختيارات و في اسفل مربع الحوار نؤشر على Display Equation on Chart ثم نغلق مربع الحوار فنحصل على الشكل



حيث نلاحظ وجود معادلة الخط المستقيم المراد الحصول عليها ضمن الشكل