

1. مقدمة (Introduction)

جميع العلاقات السابقة التي تربط بين بعد الجسم وبعد الصورة وانصاف اقطار التكور والبعد البؤري ... الخ مشتقة على اساس ان جميع الاشعة الصادرة من الاجسام هي اشعة شبه محورية (paraxial rays) (تصنع زاوية صغيرة مع المحور) ، لذلك استخدم التقريب الذي يجعل جيب زاوية السقوط يساوي الزاوية نفسها ($\sin\theta \approx \theta$) . على هذا الاساس افترض ان جميع الاشعة تتقاطع بعد الانعكاس والانكسار في نفس النقطة ، وبذلك نحصل على صورة مثالية نظريا.

اما بشكل عام فان الاشعة الصادرة من الجسم لا تكون جميعها اشعة شبه محورية ، بل تصدر من نفس النقطة من الجسم بجميع الاتجاهات فتكون اشعة شبه محوري (قريبة من المحور) وأشعة غير محورية (marginal rays) (بعيدة عن المحور) تصنع زوايا كبيرة مع المحور ، فلا يمكن استخدام تقريب جيب الزاوية لكونه لا يصلح رياضيا في تعيين موقع تقاطع الاشعة . لذلك يستخدم مفكوك دالة الجيب للتعبير عن قيمة هذه الدالة بصورة دقيقة كما في المعادلة ادناه

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \frac{\theta^7}{7!} + \dots \quad \dots \dots (1)$$

ان الاشعة الصادرة من نقطة واحدة لا تتقاطع بعد الانعكاس او الانكسار في نقطة واحدة عمليا بل في اكثر من نقطة . نتيجة لذلك تظهر الصورة مشوشة وغير واضحة المعالم وهذه الظاهرة تدعى بالزيغ (aberration) .

ان سبب حدوث الزيغ ليس نتيجة عيب صناعي في العدسات والمرايا ، بل نتيجة تطبيق قوانين الانكسار والانعكاس على السطوح الكروية بالنسبة لجميع الاشعة الساقطة (شبه المحورية وغير المحورية) .

2. أنواع الزيغ (Types of Aberration)

يتألف الزيغ من نوعين اساسيين حسب نوع الضوء الساقط . فاذا كان الضوء الساقط هو احادي الطول الموجي (monochromatic light) يسمى الزيغ الناتج بالزيغ اللالوني (monochromatic aberration) ينتج من عدم تقاطع الاشعة شبه المحورية و غير المحورية في نقطة واحدة ويحدث في العدسات والمرايا. اما اذا كان الضوء الساقط هو متعدد الطول الموجي (chromatic light) مثل الضوء الابيض فيسمى الزيغ الناتج بالزيغ اللوني (chromatic aberration) الذي ينتج من ظاهرة التفريق (dispersion) التي تنتج اشعة غير متقاطعة في نقطة واحدة حتى لو كانت الاشعة شبه محورية ويحدث في العدسات فقط.

3. الزيغ اللالوني (Monochromatic Aberration)

عند استخدام ضوء احادي الطول الموجي وسقوط الاشعة شبه المحورية وغير المحورية على السطح الكروي ينتج عدم تقاطع الاشعة في نقطة واحدة بعد الانعكاس او الانكسار ، تسمى هذه الظاهرة بالزيغ اللالوني . يتالف الزيغ اللالوني من ستة انواع رئيسية تعتمد على شكل الزيغ الناتج وموقع الجسم بالنسبة للمحور البصري ، هذه الانواع هي :

- الغبش البصري (defocus aberration)
- الزيغ الكروي (spherical aberration)
- زيغ المذنب (coma aberration)
- الزيغ اللابؤري (Astigmatism)
- زيغ تكور المجال (field curvature)
- زيغ التشوه (distortion)

A. الغبش البصري (Defocus Aberration)

هو نوع من أنواع الزيغ الذي يحدث عندما لا تلتقي كل الاشعة القادمة من نقطة واحدة في جسم ما عند نفس النقطة على مستوى الصورة . فتتكون نتيجة لذلك صورة ضبابية متداخلة مع بعضها، ان سبب هذا الزيغ هو عدم وضع حاجز استلام الصورة في المكان المناسب حيث تتكون ، فتتبعثر الاشعة القادمة من الجسم على الحاجز مما يؤدي الى نقصان قيمة التباين والحدة للصورة أي تقل جودة الصورة .

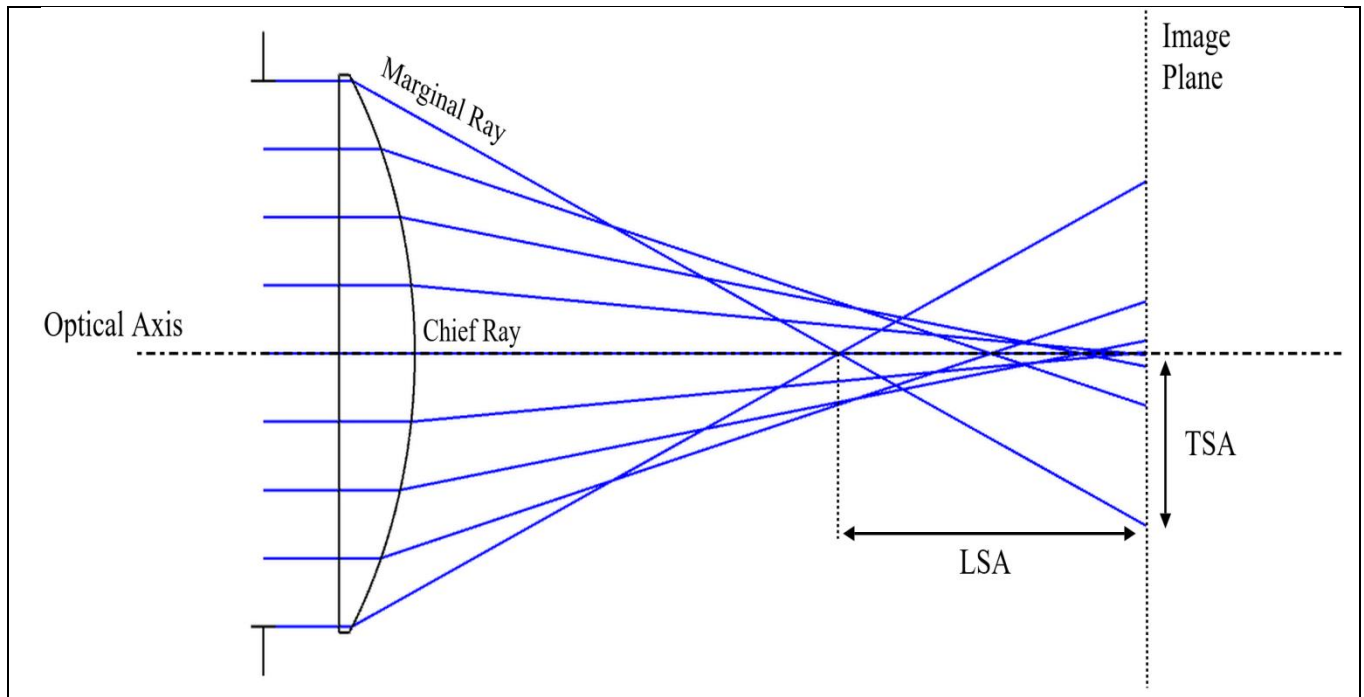
ان هذا الزيغ يحدث في الاجهزة البصرية كالمجهر والمقرباب والعين البشرية ، حيث يعزى سبب حدوثه في العين البشرية لتشوه كروية العين (تفلطح) ، ففي حالة تفلطحها افقيا لا تتكون الصورة على شبكية العين (retina) بل امامها مسببة قصر البصر (myopia) . اما في حالة تفلطحها عموديا فتتكون الصورة خلف الشبكية مسببة بعد البصر (hypermetropia) .

يمكن ازالة الغبش البصري بالانظمة البصرية عن طريق تغيير موقع حاجز الصورة لتتكون في المكان المناسب . بينما في العين لا يمكن ذلك الا عن طريق تصحيح مسار الاشعة القادمة الى العدسة بوضع عدسة لامة (لبعد البصر) أو عدسة مفرقة (لقصر البصر) لجعل الصورة تتكون في المكان المناسب (في الشبكية) .

B. الزيغ الكروي (Spherical Aberration)

ينتج الزيغ الكروي من عدم تقاطع الأشعة الصادرة من جسم محوري (واقع على المحور البصري) في نقطة واحدة بعد الانعكاس أو الانكسار ، فتتقاطع الأشعة غير المحورية (marginal rays) في نقاط قريبة من العدسة أو المرآة ، بينما تتقاطع الأشعة شبه المحورية (paraxial rays) في نقاط بعيدة عن العدسة أو المرآة (الشكل (1)) ، فتتكون صورة غير واضحة ممتدة على المحور البصري ينتج زيغ يسمى الزيغ الكروي الطولي (longitudinal spherical aberration. LSA) بينما يتكون زيغ آخر على امتداد مستوى الصورة ينتج من تقاطع الأشعة في أكثر من نقطة في هذا المستوي يسمى الزيغ الكروي المستعرض (transverse spherical aberration. TSA) .

ان شكل الصورة يكون مشوها عند حدوث الزيغ نتيجة نقصان قيمة التباين فيها (contrast) ، او اختلال في نمط انتشار الأشعة في مستوى الصورة . فمثلا عند استخدام مصدر نفطي فسورته المثالية (perfect image) يجب ان تكون نقطة ايضا . لكن واقعا تكون الصورة الناتجة عبارة عن بقعة (spot) تتضاءل شدتها تدريجيا عند الاطراف .



الشكل (1) : الزيغ الكروي الطولي والمستعرض

• طرائق تقليل الزيف الكروي

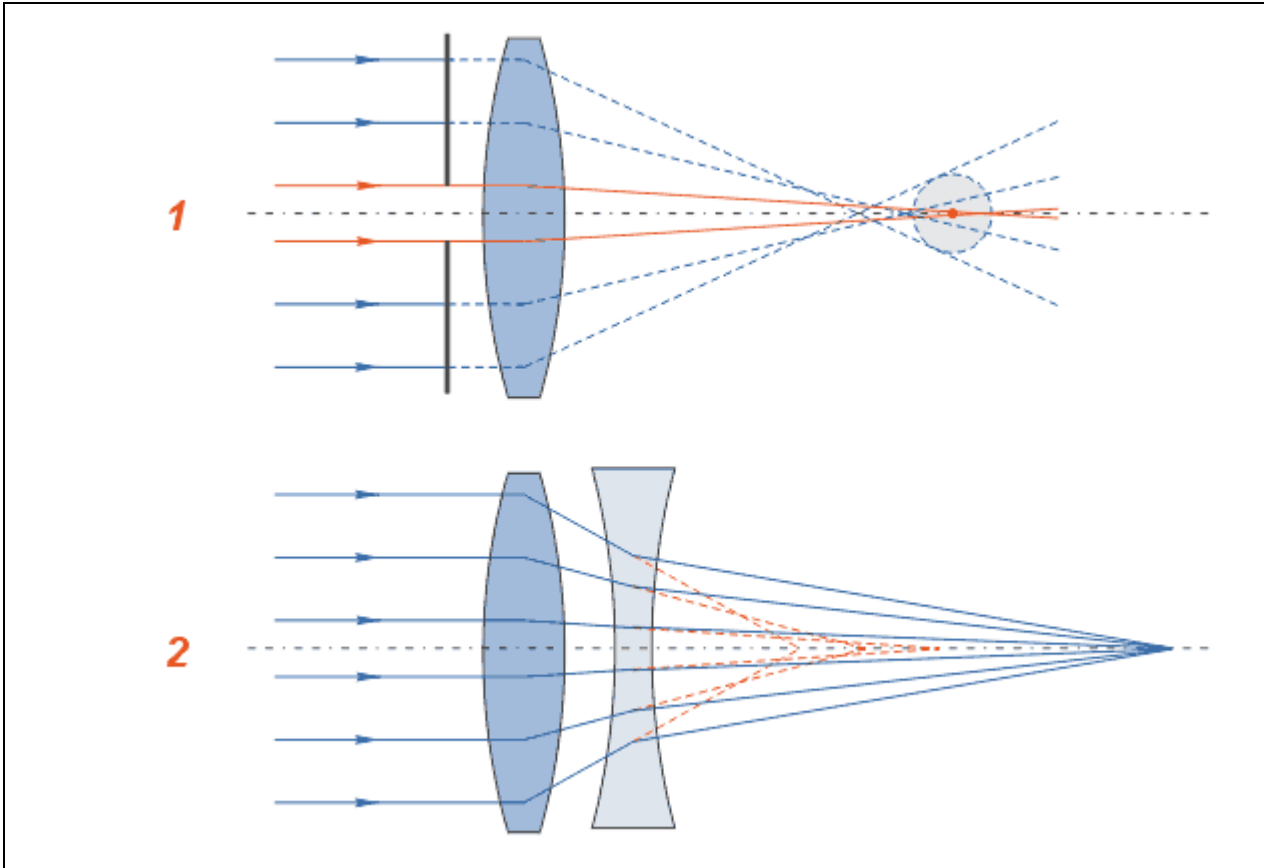
ان الزيف الكروي لا يمكن إزالته نهائياً من العدسات والمرآيا بسبب طبيعة السطح الكروي ، بل يمكن تقليله بشكل كبير حسب نوع الطريقة . ان اهم طرائق تقليل الزيف الكروي هي :

(1) استخدام حاجز ضوئي (Diaphragm)

عند استخدام حاجز ضوئي امام او خلف العدسة او المرآة يسمح بمرور الاشعة شبه المحورية فقط ، عندها تحجب الاشعة غير المحورية فيقل الزيف الكروي نتيجة لذلك ، وهي طريقة تستخدم في الكثير من الاجهزة البصرية لكونها فعالة وسهلة الاستخدام ، لكن هذه الطريقة تتسبب في نقصان كمية الاشعة الساقطة على الجهاز البصري فتقل شدة الصورة على حساب نقصان الزيف كما في الشكل (2-1).

(2) استخدام العدسة المركبة (compound lens)

ان الزيف الكروي للعدسة اللامة كمية موجبة والزيف الكروي للعدسة المفرقة كمية سالبة . لذلك عند استخدام عدسة مركبة تتكون من عدسة لامة واخرى مفرقة يلغى الزيف الناتج من العدستين احدهما الاخر (الشكل (2-2)).

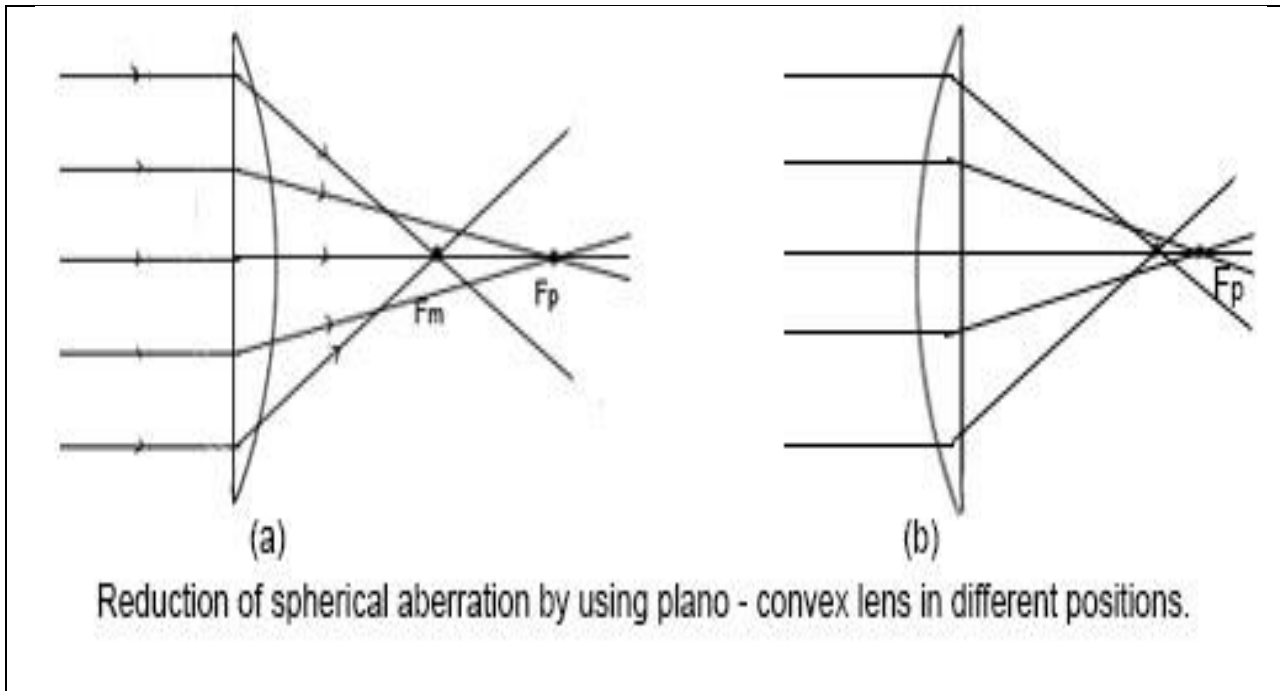


الشكل (2) : إزالة الزيف الكروي (1). استخدام الحاجز ، (2). استخدام العدسة المركبة

(3) استخدام عدسة محدبة مستوية (Plano- Convex Lens)

ان شكل العدسة له دور كبير في كمية الزيف الكروي الناتج ، فمثلا عند استخدام عدسة محدبة مستوية (plano- convex lens) ، بحيث يكون السطح المحدب مواجه للضوء الساقط (الاشعة عمودية على العدسة) فيحدث انكسار في سطحي العدسة فيقل الزيف الكروي بصورة كبيرة نتيجة الانكسار المزدوج للاشعة (انحراف اكبر للاشعة) . اما اذا كان السطح المستوي للعدسة مواجه للاشعة الساقطة ، فيحدث انكسار في سطح واحد فقط (لا ينكسر الشعاع الساقط عموديا على السطح المستوي) فيقل الزيف الكروي بصورة قليلة مقارنة في الحالة الاولى للعدسة كما في الشكل (3).

يمكن استخدام عدسة محدبة الوجهين بانصاف اقطار تكور مختلفة في وجهيها لتقليل الزيف الكروي ، حيث تصمم بجعل انحراف الاشعة متساوي في سطحيها وبالنتيجة يقل الزيف الكروي الى اقل ما يمكن .



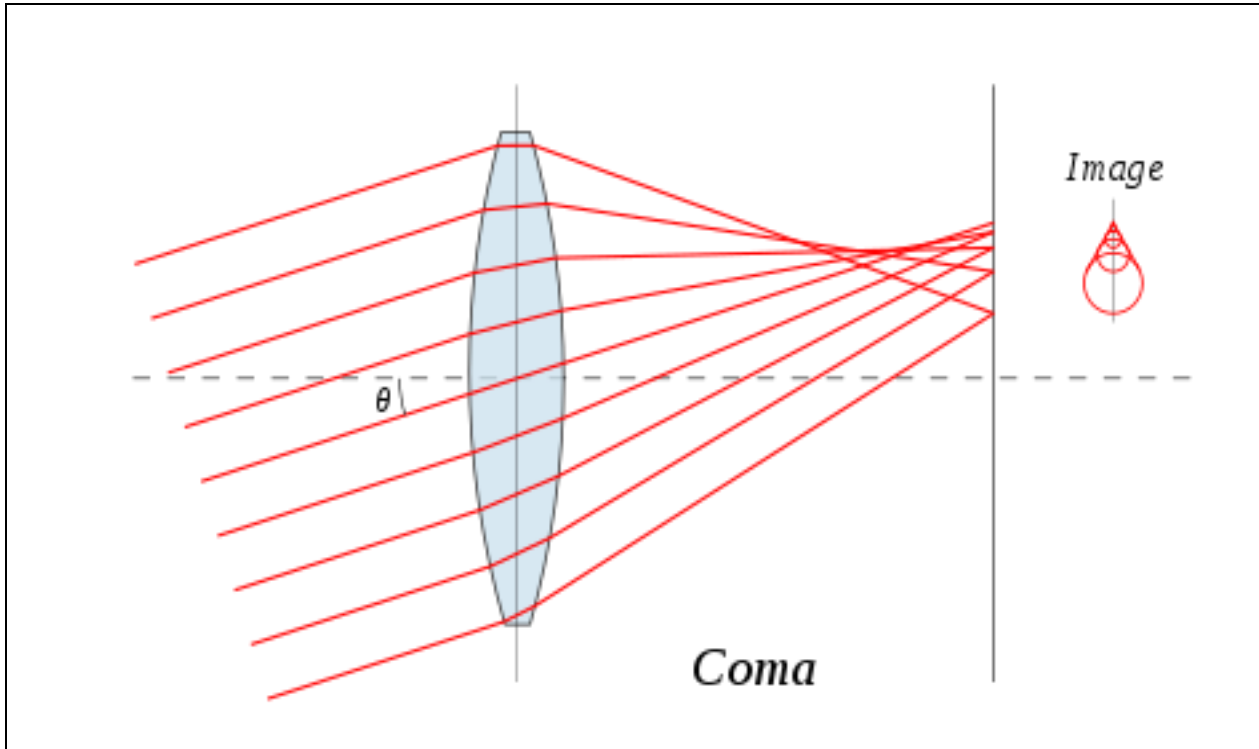
الشكل (3) : استخدام عدسة محدبة مستوية لتقليل الزيف الكروي

4) استخدام عدسة او مرآة غير كروية (Aspherical Lens or Mirror)

ان استخدام عدسة او مرآة ذات سطح غير كروي يجعل الاشعة الساقطة عليها تتجمع مع بعضها (بعد الانكسار او الانعكاس) في نقاط قريبة من البؤرة نتيجة خصوصية شكل السطح بغض النظر عن نوع الاشعة (شبه او غير محورية). لذلك تستخدم هذه السطوح غير الكروية في كثير من التطبيقات البصرية للتخلص من الزيغ الكروي ، أهمها في عكس الاشعة في الأطباق اللاقطة (receiving dish) ذات السطح ذو القطع المكافئ (parabola) للحصول على اشعة متجمعة في نقطة واحدة هي نقطة الاستقبال (LNP receiver) ، فنحصل على مجال استقبال واسع للاشعة بالإضافة الى تبؤر جيد لها . كذلك توجد مجموعة من العدسات غير الكروية الخاصة لهذا الغرض حسب نوع النظام البصري المستخدم ، أهمها عدسة شميدت (Schmidt) ، وعدسة ماكسوتوف (Maksutov) .

C. زيغ المذنب (Coma Aberration)

هو زيغ يحدث في العدسات والمرآيا نتيجة اختلاف معامل التكبير الجانبي للاشعة الساقطة عليها . يحدث هذا الزيغ نتيجة وجود الجسم خارج المحور البصري (off axis) لذلك تنتشر الاشعة بعد الانكسار او الانعكاس على مستوى الصورة (اذا كان المصدر نقطي) على شكل دوائر غير متحدة المركز ومتدرجة الحجم فتصبح على شكل مذنب (coma) كما في الشكل (4) .



الشكل (4) : زيغ المذنب

• طرائق تقليل زيغ المذنب

كما هو الحال في الزيغ الكروي ، يستخدم حاجز ضوئي امام او خلف العدسة او المرآة لتقليل زيغ المذنب لحجب الاشعة غير المحورية التي تزيد من تشوه الصورة ، لكن هذه الطريقة تقلل من كمية الاضاءة الواصلة الى النظام كما اسلفنا . كما يمكن استخدام عدسة بانصاف اقطار مناسبة لتقليل هذا الزيغ الى اقل ما يمكن ، وهذه الطريقة مستخدمة كذلك لتقليل الزيغ الكروي لكن لا يمكن استخدام نفس المواصفات لتقليل الزيغ الكروي والمذنب معا .

D. الزيغ اللابؤري (Astigmatism Aberration)

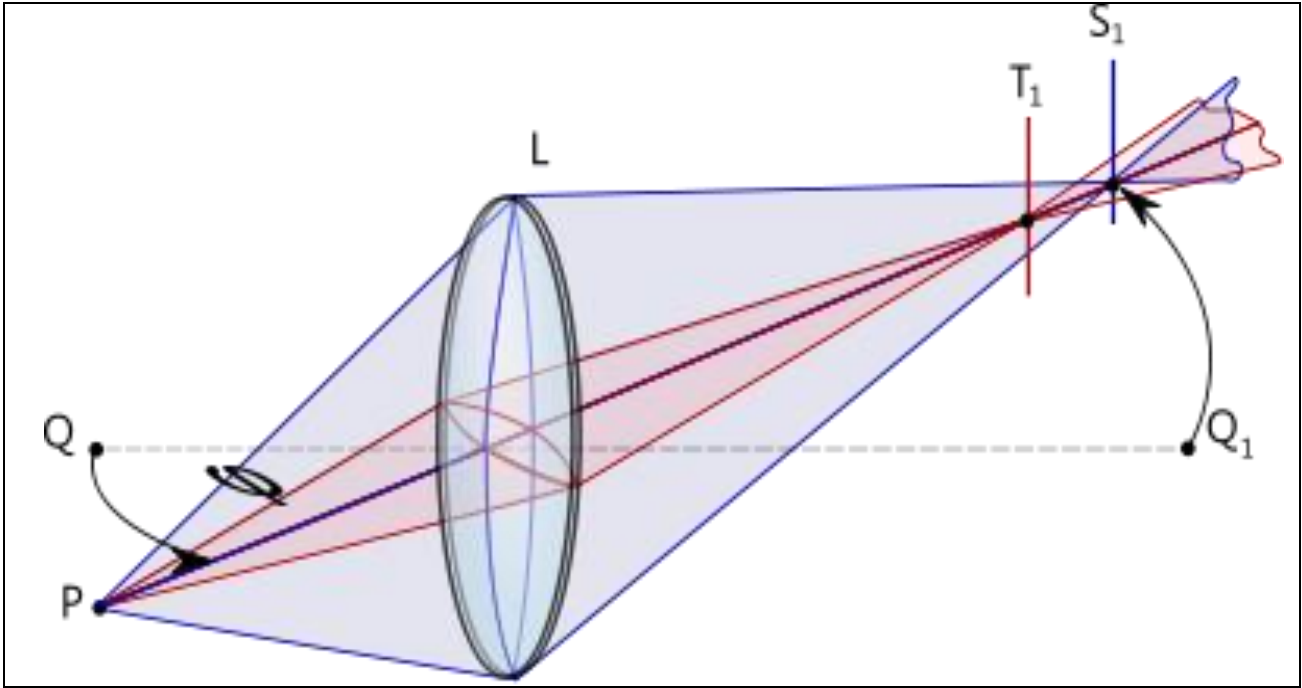
هو عيب بصري يجعل الأشعة الضوئية الساقطة على النظام البصري تتقابل في بؤرتين : الأشعة الساقطة الرأسية تتجمع في بؤرة ، وتتجمع الأشعة الساقطة الأفقية في بؤرة أخرى . وللتوضيح إذا استخدم النظام البصري اللابؤري في تكوين صورة للحرف (T) فإن الخط الأفقي يكون حادا في بؤرة ، والخط الرأسية تكون صورته حادة في بؤرة أخرى على المحور البصري كما في الشكل (5) .

تنتشر الاشعة في هذا الزيغ في مستويين ، عرضي ورأسي يمتد على طول المحور البصري على شكل بيضوي ، على العكس من زيغ المذنب الذي ينتشر في مستوى عمودي على المحور البصري .

هناك نوعان من الزيغ اللابؤري : الاول يحدث عندما يكون الجسم خارج المحور والنظام البصري يكون متناظر تماما ، اما النوع الثاني يحدث عندما لا يكون النظام البصري متماثلا حول المحور البصري. قد يكون ذلك بسبب التصميم (كما في حالة وجود عدسات اسطوانية)، أو بسبب خطأ في تصنيع سطوح المكونات . فيحدث الزيغ حتى من أشعة قادمة من أجسام تقع على المحور البصري. هذا النوع من الزيغ يشكل أمرا في غاية الأهمية لطب العيون، حيث أن العين البشرية غالبا ما يصيبها هذا الانحراف نتيجة عيوب في شكل القرنية أو العدسة.

• طرائق تقليل الزيغ اللابؤري

لتقليل الزيغ اللابؤري يمكن استخدام حاجز ضوئي امام العدسة او المرآة في مكان مناسب لحجب بعض الاشعة غير المحورية ، وبذلك يقل الزيغ . او ممكن استخدام عدسة اسطوانية (cylindrical lens) امام النظام البصري لتصحيح عدم التناظر الموجود في النظام ، وهذه الطريقة شائعة في تصحيح العيب البصري في عين الانسان باستخدام النظارة الطبية ذات الشكل الاسطواني .



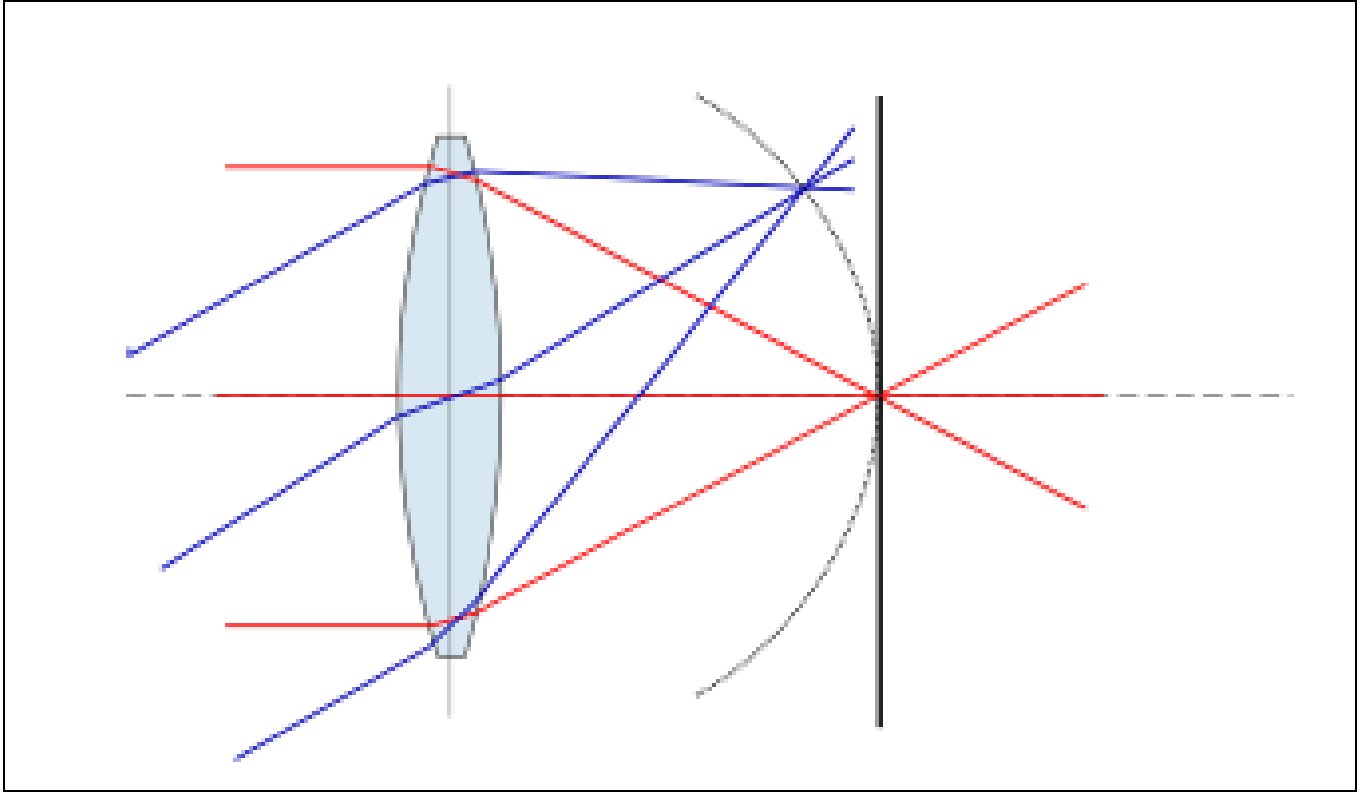
الشكل (5) : الزيف اللابؤري

E. زيف تكور المجال (Field Curvature Aberration)

يحدث هذا النوع من الزيف اذا كان الجسم خارج المحور البصري فلا تتكون الصورة على سطح الصورة المستوي ، بل تكون على سطح منحنى يسبب في انحاء الصورة وتشوهها كما في الشكل (6) . ان الاشعة شبة المحورية القادمة من الجسم تتجمع في نقطة البؤرة تقريبا ، بينما الاشعة غير المحورية تتجمع في نقاط بعيدة عن البؤرة ، نتيجة لذلك تتكون الصورة على سطح منحنى .

• طرائق تقليل زيف تكور المجال

يمكن تقليل هذا الزيف عن طريق استخدام سطح منحنى لاستقبال الصورة (كما في شبكية عين الإنسان) وهذا الامر كفيل بجعل الصورة واضحة ولا تعاني اي انحاء . كذلك فان العدسات ذات البعد البؤري القليل نسبيا (اقل من 50 cm) تعاني بشكل اكبر من تكور المجال ، لذلك يفضل استخدام عدسات ذات بعد بؤري كبير نسبيا . يمكن ايضا استخدام حاجز ضوئي امام النظام البصري لتقليل الاشعة غير المحورية وبذلك يقل الزيف .

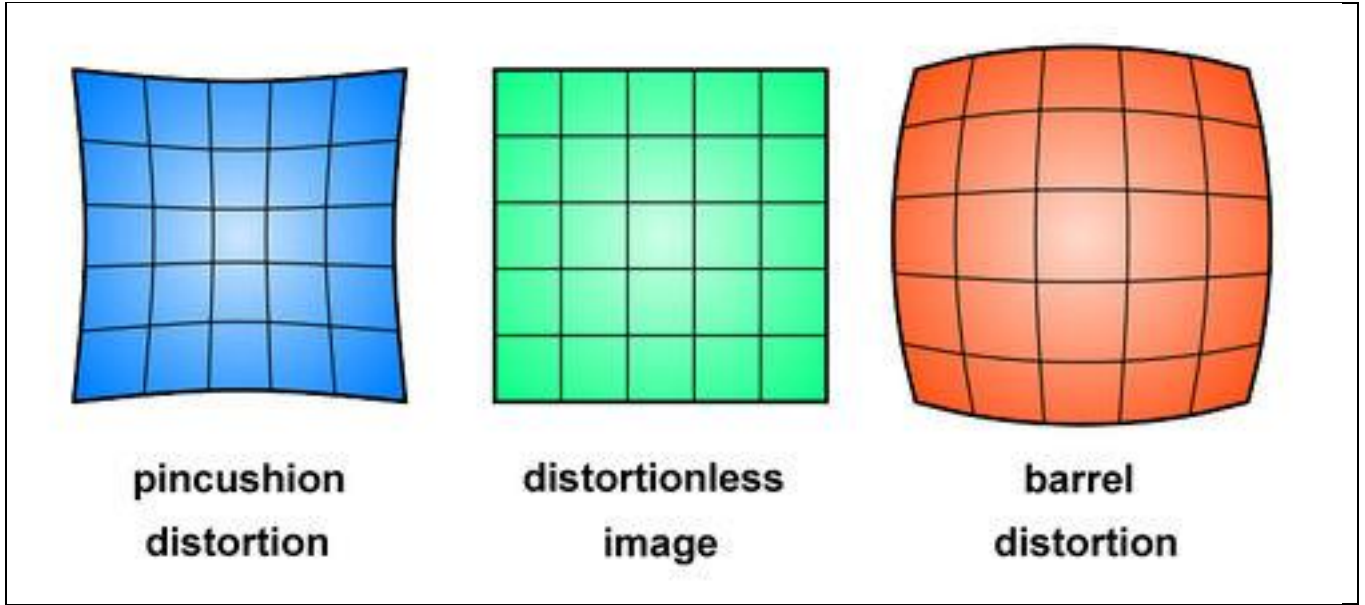


الشكل (6) : زيف تكور المجال

F. زيف التشوه (Distortion Aberration)

يحدث هذا الزيف نتيجة اختلاف معامل التكبير الجانبي في مستوى الصورة ، فيتكون بتناظر قطري (radially symmetric) في مستوى الصورة نتيجة مرور الأشعة شبه المحورية وغير المحورية خلال النظام البصري بعد مرورها من حاجز ضوئي.

عندما يزداد التكبير الجانبي في مستوى الصورة مع ابتعاد الأشعة عن المحور البصري ، يحدث تشوه للصورة على شكل تمدد في الأطراف . يسمى هذا النوع بالتشوه الوسادي (pincushion distortion) ويحدث عند وضع حاجز ضوئي خلف العدسة ، وعندما يقل التكبير الجانبي في مستوى الصورة مع ابتعاد الأشعة عن المحور البصري ، يحدث تشوه للصورة على شكل تقلص في الأطراف . يسمى هذا النوع بالتشوه البرميلي (barrel distortion) أو تشوه عين السمكة (fish eye distortion) ويحدث عند وضع حاجز ضوئي أمام العدسة كما في الشكل (7) .



الشكل (7) : على اليمين التشوه البرميلي ، على اليسار التشوه الوسادي ، في الوسط صورة غير مشوهه

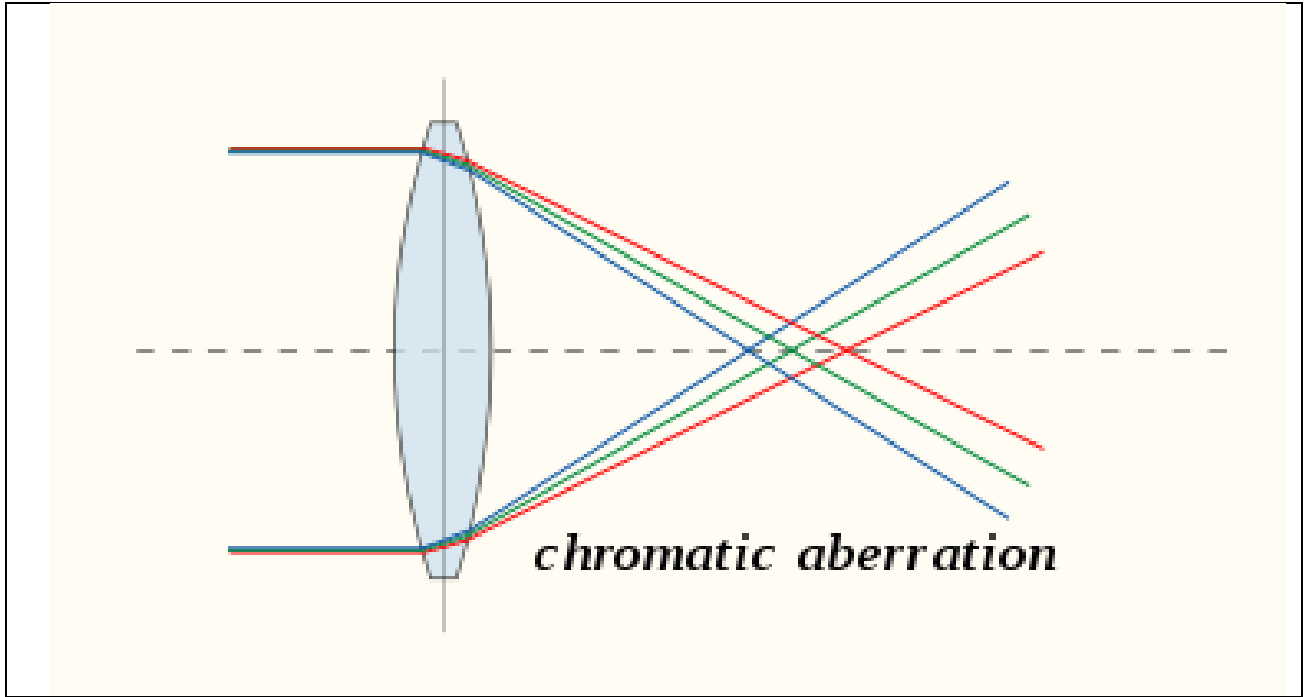
• طرائق تقليل زيف التشوه

إن العدسة المنفردة لا تعاني اي زيف تشوه ، لكون هذا الزيف يحدث نتيجة وجود حاجز ضوئي أمام او خلف العدسة . لذلك ممكن إلغاء هذا الزيف بازالة الحاجز او استخدام عدستين متماثلتين بينهما حاجز لإلغاء التقلص والتمدد في الصورة فيختفي هذا الزيف .

4. الزيف اللوني (Chromatic Aberration)

الزيف اللوني نوع من الزيف يحدث في الضوء المركب (متعدد الاطوال الموجية) ، ويحصل في العدسات فقط (لا يحدث في المرايا) ، ويمكن تعريفه بأنه تشويه في الصورة بسبب تجمع الاشعة الضوئية في نقاط مختلفة ، مما يؤدي لظهور الصورة محاطة بحزم ملونة . ، والسبب في ذلك هو ظاهرة التفريق ، لكون البعد البؤري للعدسة يعتمد على معامل الانكسار والذي بدوره يعتمد على الطول الموجي والضوء المركب يحوي على أكثر من طول موجي لذلك تتكون أكثر من صورة وبمواقع مختلفة وبأحجام مختلفة تبعا للاطوال الموجية الداخلة كما في الشكل (8).

يتألف الزيف اللوني من نوعين : النوع الاول يسمى الزيف اللوني الطولي (longitudinal chromatic aberration) الذي يحدث نتيجة اختلاف موقع البؤرة على طول المحور البصري نتيجة اختلاف الاطوال الموجية مع معامل الانكسار ، بينما النوع الثاني يسمى الزيف اللوني المستعرض (transverse chromatic aberration) الذي يحدث نتيجة اختلاف موقع الصورة في المستوى البؤري (اختلاف التكبير الجانبي مع الطول الموجي) نتيجة اختلاف الاطوال الموجية مع معامل الانكسار .



الشكل (8) : الزيف اللوني

• طرائق تقليل الزيف اللوني

هناك عدة طرائق لتقليل الزيف اللوني يمكن من خلالها اختيار مجموعة مواصفات للعدسة المستخدمة يكون لها دور في تقليل الزيف . ان اهم هذه الطرائق يمكن تلخيصها بالاتي :

1) عدسة لالونية مكونة من عدستين متلاصقتين (Contact Achromatic Lens)

يمكن تقليل الزيف اللوني باستخدام عدسة خاصة تسمى عدسة لالونية (achromatic lens) تتكون غالبا من عدستين مختلفتين في معامل الانكسار تلتصقان معا ، اشهر هذه الانواع هي العدسة المركبة التي تتكون من الزجاج التاجي (crown glass) والزجاج الصواني (flint glass) . ان شرط العدسة اللالونية يحسب من خلال المعادلة :

$$\frac{w_1}{f_1} + \frac{w_2}{f_2} = 0 \quad \dots \dots (2)$$

حيث (f_1, f_2) تمثل البعد البؤري للعدسة الاولى والثانية على الترتيب، وتحسب قيمتهما من العلاقتين الآتيتين :

$$f_1 = f \frac{(w_2 - w_1)}{w_2} \quad \dots \dots (3)$$

$$f_2 = f \frac{(w_1 - w_2)}{w_1} \quad \dots \dots (4)$$

حيث (f) يمثل البعد البؤري المكافئ للعدسة المركبة اللالونية ، (w_2, w_1) تمثل قدرة التفريق للعدسة الاولى والثانية على الترتيب . ان قدرة التفريق للعدسة تمثل قابلية العدسة على تفريق الاطوال الموجية المختلفة بعد الانكسار ، وتحسب من خلال معرفة معاملات الانكسار الخاصة لكل طول موجي لمادة العدسة كما يلي :

$$w = \frac{n_B - n_R}{(n - 1)} \quad \dots \dots (5)$$

حيث (n_B, n_R) تمثل معاملات انكسار العدسة للونين الاحمر والازرق على الترتيب ، بينما (n) يمثل معامل الانكسار الوسطي للعدسة (او للون الاصفر) .

2) عدسة لالونية مكونة من عدستين منفصلتين (Separated Achromatic Lens)

يمكن استخدام عدستين مصنوعتين من نفس المادة لكن مفصولتين بمسافة للتغلب على الزيغ اللوني ، فتسمى العدسة المركبة المتكونة عدسة لالونية . تخضع هذه العدسة لنفس شرط العدسة اللالونية ، مع الاخذ بنظر الاعتبار المسافة بين العدستين يجب ان تخضع للشرط الاتي :

$$d = \frac{f_1 + f_2}{2} \quad \dots \dots (6)$$

3) عدد آبي (Abbe Number)

ان اهم المعاملات الخاصة بقياس نسبة التفريق اللوني في المواد الشفافة هو عدد آبي (Abbe Number V) ، فكلما زاد عدد آبي قل التفريق اللوني في العدسة . ان قيمة عدد آبي ثابتة لكل مادة ، ويعتمد على معاملات الانكسار الخاصة بنوع المادة للطول الموجي للون الاحمر والازرق والاصفر . فمثلا للزجاج الصواني قليل التفريق يكون عدد آبي ($V > 55$) ، وللزجاج التاجي ($V > 25$) ، وللبلاستك ($V > 35$) . لذلك فان الاختيار المناسب لنوع مادة العدسة من خلال قيمة عدد آبي توفر لنا عدسة ذات زيغ لوني قليل نسبيا .

هناك طرائق اخرى لتقليل الزيغ اللوني منها استخدام عدسات هجينة (مزيج من مادتين او اكثر) ، لكنها مكلفة وتتطلب دقة صناعية عالية . اشهر هذه العدسات هي العدسة المتكونة من الزجاج والفلور .

5. مسائل الفصل السادس

1) المطلوب صناعة عدسة لالونية لها بعد بؤري (20 cm) تتكون من عدستين متلاصقتين احدهما متساوية التكور من الزجاج التاجي والثانية من الزجاج الصواني ، معاملات الانكسار لهما تحسب من الجدول ادناه ما مقدار انصاف اقطار التكور المناسبة لكل عدسة

	n_B	n	n_R
Crown glass	1.515	1.509	1.507
Flint glass	1.638	1.625	1.620

$$\text{crown glass} \quad w_1 = \frac{n_B - n_R}{(n - 1)} = \frac{1.515 - 1.507}{1.509 - 1} = 0.015$$

$$\text{flint glass} \quad w_2 = \frac{n_B - n_R}{(n - 1)} = \frac{1.638 - 1.620}{1.625 - 1} = 0.027$$

$$f_1 = f \frac{(w_2 - w_1)}{w_2} = 20 * \frac{(0.027 - 0.015)}{0.027} = 8.91 \text{ cm}$$

$$f_2 = f \frac{(w_1 - w_2)}{w_1} = 20 * \frac{(0.015 - 0.027)}{0.015} = -16.1 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (\text{note: } r_1 = -r_2)$$

$$\frac{1}{8.91} = (1.509 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{-r_1} \right)$$

$$r_1 = 9.08 \text{ cm} \quad , \quad r_2 = -9.08 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \quad (\text{note: } r_2 = r_3)$$

$$\frac{1}{-16.1} = (1.625 - 1) \left(\frac{1}{-9.08} - \frac{1}{r_4} \right)$$

$$r_3 = -9.08 \text{ cm} \quad , \quad r_4 = -93.45 \text{ cm}$$

(2) عدستان رقيقتان مصنوعتان من نفس المادة ، البعد البؤري للعدسة الاولى ($f_1=100\text{ cm}$) وضعتا على محور واحد بمسافة معينة بحيث كونتا عدسة لالونية بعدها البؤري ($f=50\text{ cm}$) . جد البعد البؤري للعدسة الثانية والمسافة بين العدستين .

$$d = \frac{f_1 + f_2}{2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 f_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{f_1 + f_2}{2f_1 f_2}$$

$$\frac{1}{50} = \frac{1}{100} + \frac{1}{f_2} - \frac{100 + f_2}{2 * 100 f_2}$$

$$f_2 = 33\text{ cm}$$

$$d = \frac{f_1 + f_2}{2} = \frac{100 + 33}{2} = 66.5\text{ cm}$$

(3) عدسة لالونية بعدها البؤري (50 cm) مكونة من عدستين متلاصقتين . نصف قطر تكور سطحها المشترك (r = -30 cm) ، فإذا كانت قدرة التفريق للعدستين (w₁=0.22) ، (w₂=0.46) ، ومعامل الانكسار الوسطي لهما (n₁=1.52) ، (n₂=1.63) . ما مقدار انصاف اقطار التكور لكل عدسة ؟

$$\frac{w_1}{f_1} + \frac{w_2}{f_2} = 0$$

$$\frac{0.22}{f_1} + \frac{0.46}{f_2} = 0 \Rightarrow \frac{1}{f_1} = -\left(\frac{0.46}{0.22}\right) \frac{1}{f_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (d = 0)$$

$$\frac{1}{50} = -\left(\frac{0.46}{0.22}\right) \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_2}$$

$$f_2 = -54.5 \text{ cm} , \quad f_1 = 26.1 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_1} = (n_1 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$\frac{1}{26.1} = (1.52 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{-30} \right)$$

$$r_1 = 24.8 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{f_2} = (n_2 - 1) \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right)$$

$$\frac{1}{-54.5} = (1.63 - 1) \left(\frac{1}{-30} - \frac{1}{r_4} \right)$$

$$r_4 = -23.9 \text{ cm}$$