الفصل السادس

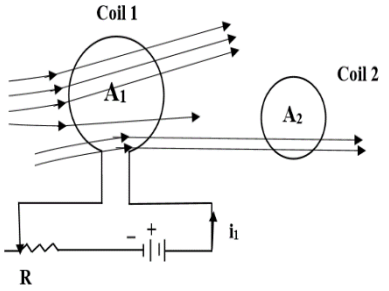
المحاثة Inductance

سبق وان ذكرنا انه اذا تغير الفيض المغناطيسي المخترق لموصل تولدت في ذلك الموصل ق.د.ك ولكن لم نحدد كيفية التي يتم بها ذلك التغير ولم نحدد المصدر له وفي هذا الفصل سوف نركز على التغير الحاصل في الفيض بسبب التغير في شدة التيار الكهربائي المسبب له .

الحث المتبادل (mutual Inductance)

لدينا ملفات مساحة الاول A_1 والثاني A_2 وعدد اللفات N_2, N_1 اذا مر تيار كهربائي i_1 في الملف الاول (الدائرة الاولى) سيتولد مجال مغناطيسي ويخترق الدائرة الثانية فيض مغناطيسي ويتوقف الفيض المغناطيسي المخترق للملف A_2 على عدة عوامل منها :

1- شدة التيار i_1
2- مساحة مقطع الملف الثاني A_2
3- المسافة بين الملفين
4- شكل الملف (التركيب الهندسي للملفين)



لو ثبتنا العوامل 4،3،2 فأن $\emptyset_{21} \propto i_1$

$\emptyset_{21}$ الفيض المغناطيسي المخترق للملف الثاني الناتج عن التيار في الدائرة الاولى $\emptyset_{21} \propto i_1$

K كمية ثابتة تعتمد قيمتها على العوامل 4,3,2 $\emptyset_{21} = ki_1$

اما اذا تغير التيار i_1 يتغير الفيض فتتولد ق.د.ك محتثة بالملف الثاني حسب قانون فارادي

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d\emptyset_{21}}{dt} \dots\dots (1)$$

$$\varepsilon_2 = -N_2 \frac{d}{dt}(ki_1)$$

$$\varepsilon_2 = -N_2 k \frac{di_1}{dt}$$

نعوض عن kN_2 بالرمز M يسمى معامل الحث المتبادل بين الدائرتين

$\therefore \varepsilon_2 = -M\frac{di_1}{dt} \ldots\ldots (2)$

$\therefore M = -\frac{\varepsilon_2}{\frac{di_1}{dt}}$

تعريف M : هو النسبة بين ق.د.ك المحتثة في احدى الدائرتين الى المعدل الزمني لتغيير التيار في الدائرة الاخرى

M كمية ثابتة يعتمد على العوامل 4,3,2

اما وحدة M هو $\left(Henry = \frac{volt.sec}{amp.}\right)$

من المعادلتين (1) , (2) $-N_2\frac{d\emptyset_{21}}{dt} = -M\frac{di_1}{dt}$

$\int N_2 d\emptyset_{21} = \int M di_1$

$N_2\emptyset_{21} = Mi_1 + c$

حيث c كمية ثابتة يجب تعيين مقدارها

اذا كانت $(i_1 = 0)$ فأن $(\emptyset_{21} = 0)$

$\therefore (c = 0)$

لتعويض قيمة c في المعادلة

$N_2\emptyset_{21} = Mi_1$

$\therefore$ يمكن التعبير عن M بالوحدات $\frac{w.turn}{amp.}$ $\therefore M = \frac{N_2\emptyset_{21}}{i_1}$

Henry : هو معامل الحث المتبادل اذا تولدت ق.د.ك مقدارها فولط واحد عند مرور تيار شدته امبير في الثانية .

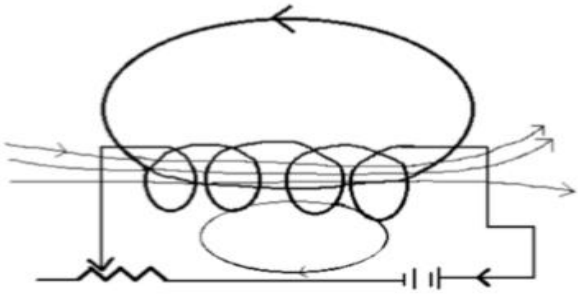
الان لو ثبتنا i_1 وارسلنا تيار متغير الشدة في الدائرة الثانية لتولدت ق.د.ك في الملف الاول مقدارها

$\varepsilon_1 = -N_1\frac{di_2}{dt}$

$\emptyset_{12}$ الفيض المغناطيسي المخترق للملف الاول والناتج عن التيار في الملف الثاني

$M = \frac{N_1\emptyset_{12}}{i_2}$

الحث الذاتي self Inductance



ملف عدد لفاته N ومساحة مقطعه A يمر فيه تيار شدته i فأذن التيار المار يولد مجال وفيض يخترق سطح الملف وعند تغير التيار المار سوف يتغير الفيض وتتولد ق.د.ك وان الفيض المخترق لسطح الملف يعتمد على عدة عوامل منها

1- التيار
2- مساحة المقطع
3- عدد اللفات
4- التركيب الهندسي للملف

لو ثبتنا العوامل 4,3,2 فأن $\emptyset \propto i$

حيث k كمية ثابتة قيمتها تعتمد على العوامل 2, 3, 4

$$\emptyset = ki$$

$$\varepsilon = -N\frac{d\emptyset}{dt} \dots\dots (1)$$

$$\therefore \varepsilon = -N\frac{d}{dt}(ki)$$

$$\varepsilon = -kN\frac{di}{dt}$$

$$\therefore \varepsilon = -L\frac{di}{dt} \dots\dots (2)$$

وتعرف L بمعامل الحث الذاتي للملف

ان وحدات L هي نفس وحدات M كما واضح من المعادلة اعلاه

$$\therefore L = -\frac{\varepsilon}{di/dt}$$

تعريف معامل الحث الذاتي : هو النسبة بين ق.د.ك المتولدة الى المعدل الزمني لتغير التيار (في نفس الدائرة) ووحدته هو الهنري

$$Henry = \frac{volt.sec}{amp.}$$

تعريف الهنري : هو معامل الحث الذاتي لملف اذا تولدت ق.د.ك محتثة مقدارها فولط واحد نتيجة تغير شدة التيار الكهربائي المار خلاله بمعدل امبير واحد في كل ثانية

من المعادلتين (1) , (2) نجد ان

$$-N\frac{d\emptyset}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

$$\int N\, d\emptyset = \int L\, di$$

$$N\emptyset = Li + c$$

حيث c كمية ثابتة

$$\therefore N\emptyset = Li$$

اذا كان $(i = 0)$ فأن $(\emptyset = 0) \therefore (c = 0)$

وحدات اخرى لـ $\underline{L}$ هي $\left(\frac{\text{لفة.وبير}}{\text{امبير}}\right)$ $\therefore L = \frac{N\emptyset}{i}$

مثال : لو كان لدينا ملف اسطواني طوله ℓ وعدد لفاته N ومساحة مقطعه A والمطلوب ايجاد معامل الحث الذاتي له

$$L = \frac{N\emptyset}{i}$$

$$\emptyset = BA$$

للملف الاسطواني $B = \mu_o in = \mu_o i\frac{N}{l}$

$$\therefore \emptyset = \mu_o i\frac{N}{l}A$$

$$\therefore L = \frac{N\mu_o iNA}{i \quad l}$$

$$\therefore L = \frac{\mu_o N^2 A}{l}$$

نلاحظ من المعادلة اعلاه ان معامل الحث الذاتي كمية ثابتة تعتمد على :

1- نوع الوسط
2- عدد اللفات
3- التركيب الهندسي $\left(\frac{A}{l}\right)$

الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي

مثال طاقة مخزونة في المجال المغناطيسي

نفرض لدينا ملف معامل حث الذاتي L وعدد لفاته N يمر به تيار شدته i فأن تغير التيار يولد فيض وتغير الفيض يولد ق.د.ك تساوي

$$\varepsilon = -L\frac{di}{dt}$$

القدرة $\therefore P = \varepsilon i$

$$\therefore P = -iL\frac{di}{dt}$$

$$P.dt = -L\, idi$$

الطاقة $\int dw = -L\int idi$

$w = -\frac{1}{2}Li^2$ الاشارة السالبة تدل على ان الطاقة مخزونة

هذه الطاقة المجهزة للملف تخزن في المجال المغناطيسي الناشئ عن التيار المار خلاله وتبقى مخزونة في المجال المغناطيسي ما دام التيار الكهربائي مستمرا بنفس الشدة فاذا نقص او توقف التيار سوف يضمحل المجال المغناطيسي اي يحدث تغير في الفيض المغناطيسي المخترق للملف فتتولد ق.د.ك تعرقل السبب المنتج لها اي انها تحال منع النقصان في شدة التيار او توقفه فالتيار المحتث يستمد طاقته من الطاقة المخزونة في المجال المغناطيسي .

<u>كثافة الطاقة المغناطيسية U</u>

المقصود بكثافة الطاقة المغناطيسية : هي الطاقة المغناطيسية المخزونة في وحدة للحجم من مجال مغناطيسي . $u = \frac{w}{v}$ v: الحجم

وحداتها $\frac{\text{جول}}{m^3}$

نفرض لدينا ملف اسطواني طوله l ومساحة مقطعه A عدد لفات N وحثيته L اوجد كثافة الطاقة المغناطيسية

$$u = \frac{w}{v}$$

$$w = \frac{1}{2} L i^2$$

$$L = \frac{MoN^2A}{l}$$ ان L للملف الاسطواني

$$\therefore w = \frac{1}{2} \frac{\mu_o N^2 A}{l} i^2$$

$$w = \frac{1}{2} \frac{\mu_o N^2 A}{l} i^2 \times \frac{\mu_o l}{\mu_o l}$$ نضرب ونقسم بـ $(\mu_o l)$

$$w = \frac{1}{2} \frac{{\mu_o}^2 N^2 i^2 Al}{Mol^2}$$ تمثل B^2

$$\therefore w = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_o} Al$$

$$V = Al$$

$$\therefore u = \frac{w}{v} = \frac{1}{2} \frac{\frac{B^2}{\mu_o} Al}{Al}$$

$$\therefore u = \frac{\frac{1}{2}B^2}{Mo}$$

ربط المحاثات مع بعضها :

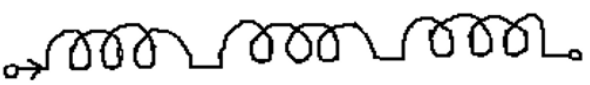
1. الربط على التوالي :

اذا ربطت مجموعة محاثات على التوالي ورتبت بحيث لا يحدث حث متبادل بينهم (لا يخترق اي محاثة فيض مغناطيسي غير الفيض الناتج عن التيار المار خلالها)

فمعامل الحث المكافئ L_T للمجموعة = مجموع معاملات الحث لها .

والان لو كان لدينا ثلاث محاثات مربوطة على التوالي (وليس هنالك حث متبادل)

والتيار المار في المجموعة يتغير مع الزمن L_3, L_2, L_1

L
3
a  b

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon_3 = -L_3 \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon . ab = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

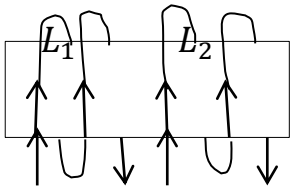
$$\varepsilon . ab = -(L_1 + L_2 + L_3) \frac{di}{dt} = L \rightarrow L = \frac{-\varepsilon}{di/dt}$$

$$L_T = L_1 + L_2 + L_3$$

اما اذا كان هناك حث متبادل بين اجزاء المجموعة فلا تصبح المعادلات السابقة

الان لدينا ملفين مربوطين على التوالي وبينهما حث متبادل ولكن يجب ان يأخذ بنظر الاعتبار اتجاه التيارين في الملفين .

1- **عندما يكون التياران باتجاه واحد :** سوف يكون الفيض الذاتي للملف الفيض المخزون له من الملف الثاني باتجاه واحد وعند حصول تغير في شدة التيار الكهربائي المار خلالهما فان التغير في كثافة الفيض سيكونان باتجاه واحد ايضا (زيادة بنفس الاتجاه او نقصان بنفس الاتجاه) كذلك ق.د.ك الناتجة عن الحث الذاتي والحث المتبادل يشكل باتجاه واحد ق.د.ك المحتثة في الملف الاول هي :



$$\varepsilon = -M \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon_1 = -L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

$$= -(L_1 + M) \frac{di}{dt}$$

و ق.د.ك المحتثة في الملف الثاني هي :

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}$$

$$= -(L_2 + M) \frac{di}{dt}$$

ق.د.ك المحتثة الكلية $= \varepsilon$

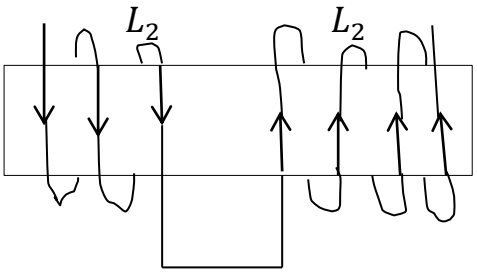
$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\varepsilon = -(L_1 + L_2 + 2M) \frac{di}{dt}$$

$$= -L_T \frac{di}{dt}$$

$$L_T = L_1 + L_2 + 2M$$

2- **عندما يكون التياران باتجاهين متعاكسين :** سوف يكون كثافة الفيض الذاتي للملف والتيار المخترق له باتجاهين متعاكسين ق.د.ك الناتجة عن الحث الذاتي والحث المتبادل ايضا يكونان باتجاهين متعاكسين .



ق.د.ك المحتثة في الملف الاول هي :

$$\varepsilon_1 = -\left(L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}\right)$$

ق.د.ك المحتثة في الملف الثاني هي :

$$\varepsilon_2 = -\left(L_2 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt}\right)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$\therefore \varepsilon = -(L_1 + L_2 - 2M)\frac{di}{dt}$$

$$= -L_T \frac{di}{dt}$$

$$\therefore L_T = L_1 + L_2 - 2M$$

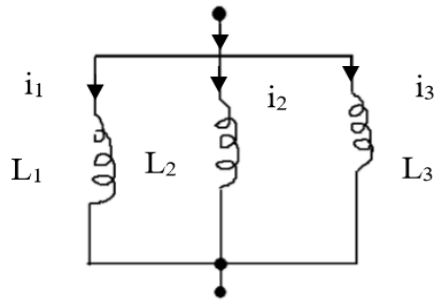
يمكن التعبير عن المعادلتين بالعلاقة التالية

$$L_T = (L_1 + L_2 \pm 2M)$$

2. الربط على التوازي :

لدينا ثلاث محاثات مربوطة على التوازي نفرض ان ليس هناك حث متبادل بين المحاثات الثلاثة

ان التيار الرئيسي في الخط الرئيسي يتغير بمعدل $\frac{di}{dt}$



$$\frac{di}{dt} = \frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}$$

$$\varepsilon = -L_1 \frac{di_1}{dt} \rightarrow \frac{\varepsilon_1}{L_1} = -\frac{di_1}{dt}$$

$$\varepsilon_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} \rightarrow \frac{\varepsilon_2}{L_2} = -\frac{di_2}{dt}$$

$$\varepsilon_3 = -L_3 \frac{di_3}{dt} \rightarrow \frac{\varepsilon_3}{L_3} = -\frac{di_3}{dt}$$

$$\frac{\varepsilon_1}{L_1} + \frac{\varepsilon_2}{L_2} + \frac{\varepsilon_3}{L_3} = -\left(\frac{di_1}{dt} + \frac{di_2}{dt} + \frac{di_3}{dt}\right)$$

$\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3$ لانهما مربوطان على التوازي

$$\varepsilon\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}\right) = -\frac{di}{dt}$$

$$\varepsilon\left(\frac{1}{L_T}\right) = -\frac{di}{dt}$$

$\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_3}$ تصح هذه العلاقة عندما يكون الحث المتبادل معروفا

$M = \sqrt{L_1 L_2}$ فسوف يكون الحث المتبادل بينهما M

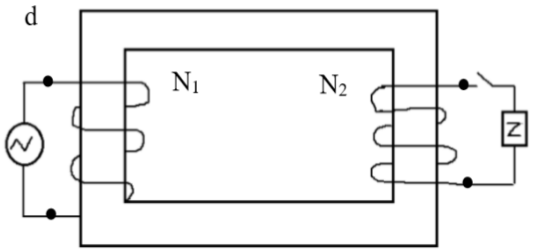
$\therefore \varphi_1 = \varphi_{21}$
$\varphi_2 = \varphi_{12}$ نفس السبب
معامل الحث المتبادل بين الملفين

$\mathrm{M} = \frac{N_1 \varphi_{12}}{i_2}$, $\mathrm{M} = \frac{N_1 \varphi_2}{i_2}$
$\mathrm{M} = \frac{N_2 \varphi_{21}}{i_1}$, $\mathrm{M} = \frac{N_2 \varphi_1}{i_1}$
$\mathrm{M} \times \mathrm{M} = (\frac{N_1 \varphi_2}{i_2}) \times (\frac{N_2 \varphi_1}{i_1})$
$\mathrm{M}^2 = (\frac{N_1 \varphi_1}{i_1}) \times (\frac{N_2 \varphi_2}{i_2})$
$\mathrm{L}_1 = \frac{N_1 \varphi_1}{i_1}$, $\mathrm{L}_2 = \frac{N_2 \varphi_2}{i_2}$ ولما كان
$\mathrm{M}^2 = \mathrm{L}_1 \mathrm{L}_2$
$\mathrm{M} = \sqrt{L_1 L_2}$

المحولة الكهربائية : ان اساس عمل المحولة الكهربائية هي

يستخدم التيار الكهربائي المتناوب وذلك لما يتميز به من صفات لنقل القدرة والاشارات الكهربائية من دائرة كهربائية الى اخرى دون ان يكون بينها توصيل كهربائي .

ان استمرار تغير شدة التيار المتناوب مصحوبا بتغير مستمر بمقدار واتجاه المجال الذي يحدثه فاذا اخترق هذا المجال موصلا تولد في ذلك الموصل ق.د.ك وبهذه الطريقة يتم نقل القدرة والاشارات الكهربائية من دائرة الى اخرى .



تتألف المحولة من حافظة من الحديد المطاوع وملفين N_2, N_1 معزولين كل واحد ملفوف في ضلع من اضلاع الحافظة يسمى الاول بالملف الابتدائي ويتصل بمصدر التيار المتناوب والثاني بالملف الثانوي ويربط الى طرفي الحمل Z المراد نقل القدرة اليه

- نعتبر ان جميع خطوط المجال المغناطيسي التي يولدها الملف الابتدائي تقع داخل الحافظة فأن الفيض بأجمعه سوف يخترق الملف الثانوي .

ان الفيض الناتج من الملف الابتدائي في اية لحظة زمنية هو $\emptyset = \frac{\mu i A N_1}{l}$

M النفاذية لمادة الحافظة ، A مساحة مقطعها

سوف تتولد ق.د.ك محتثة في الملف الثانوي تساوي فرق الجهد بين طرفيه (بما فرق الجهدين النقطتين d, c)

$$V_2 = -N_2 \frac{d\emptyset}{dt}$$

$$V_2 = -N_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu i A N_1}{l}\right)$$

$$V_2 = -\frac{\mu N_1 N_2 A}{l} \frac{di}{dt} \dots (1)$$

كذلك التيار المار في الملف الابتدائي سيخترق الملف نفسه وكذلك سوف تتولد ق.د.ك عكسية مقدارها $\left(L_1 \frac{di}{dt}\right)$ في الملف الابتدائي

فاذا كان فرق الجهد بين طرفي الملف الابتدائي (بين b, a) هو V_1 يساوي ق.د.ك

$$V_1 = -L_1 \frac{di}{dt}\ , \qquad L_1 = \frac{\mu N_1^2 A}{l}$$

$$\therefore V_1 = -\left(\frac{\mu N_1^2 A}{l}\right)\frac{di}{dt} \dots (2)$$

من المعادلتين (1) ، (2) نحصل $\frac{V_1}{V_2} = \frac{N_1}{N_2}$

اذا اردنا فولتية عالية من الملف الثانوي نجعل $N_2 > N_1$ وتسمى المحولة (محولة رافعة)

اذا اردنا فولتية واطئة من الملف الثانوي نجعل $N_2 < N_1$ وتسمى المحولة (محولة خافتة)

هنالك قدرة ضائعة في المحولة منها :

1- القدرة الضائعة في الاسلاك النحاسية في الملفين الابتدائي والثانوي الناتجة عن المقاومة الكهربائية للاسلاك وهذه القدرة تتحول الى حرارة (i^2R)
2- قدرة ضائعة بسبب التيارات الدوامة المتولدة في الحافظة وهذه تتحول الى اجزاء
3- قدرة ضائعة ناتجة عن ظاهرة التخلف المغناطيسي

التيارات الدوامة :

هي تيارات كهربائية محتثة ذات مسارات حلقية مقفلة وانها تشبه الدوامة في حركتها .

في حالة المحولة الكهربائية ان الفيض المغناطيسي الناتج عن الملف الابتدائي سوف يخترق الملفين وكذلك في نفس الوقت يخترق الحافظة الحديدية فسوف يتولد في الحافظة تيارات دوامة تدور بمستويات عمودية على اتجاه خطوط المجال المغناطيسي فسوف يؤدي الى ضياع جزء من الطاقة تتحول الى حرارة في الحافظة وسوف تقل كفاءة المحرك لا يمكن التخلص من التيارات الدوامة ولكن يمكن تقليلها او اضعافها والطريقة هو لا تأخذ الحافظة قطعة واحدة وانما على شكل صفائح حديدية رقيقة معزولة عن بعضها البعض بمادة عازلة فسوف يتحدد سريان التيارات الدوامة بسمك الصفائح فقط وسوف تكون التيارات ضعيفة لسببين :

1- نظرا لصغر سمك الصفيحة الدوارة فأن الفيض المخترق لها سيكون قليل وبالتالي سوف تقل ق.د.ك المحتثة المولدة للتيار المحتث
2- نظرا لصغر مساحة سمك الصفيحة فأن مقاومتها الكهربائية ستكون عالية فتضعف شدة التيار المحتث

وان هذين السببين يقل القدرة الضائعة

ولكن للتيارات الدوامة لها فوائدها منها :

1- فهي تستخدم في اجهزة لحم المعادن
2- في افران الحث الكهربائي لتكوين سبائك نقية
3- في اجهزة القياس كالاميتر والفولتميتر

اسئلة الفصل السادس

س1/ ملف اسطواني مساحة مقطعه A وطوله l وعدد لفاته N_1 لفات ولف بصورة محكمة على وسطه ملف قصير عدد لفاته N_2 برهن ان معامل الحث المتبادل بين الملفين $\frac{\mu o N_1 N_2 A}{l}$

س2/ جد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في محاثة معامل منها $(0.6\ mH)$ اذا كان التيار المار خلالها يتغير بمعدل $(220\ amp/sec)$

س3/ ملفين دائرتين متمركزتين واقعين في مستوى واحد عدد لفات الاول (30) ونصف قطره (60 cm) وعدد لفات الثاني (20) ونصف قطره (0.5 cm) جد :

1) معامل الحث المتبادل
2) اذا كان التيار يتغير في الملف الكبير وفق المعادلة

$i = 0.5 \cos 377t$ جد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف الصغير عندما تكون $t = \frac{1}{240}$

س4/ ملف يتألف من 800 لفة متقاربة جدا معامل حثه الذاتي (4 mH) يمر فيه تيار شدته (6 mAmp) فما مقدار الفيض المغناطيسي المخترق له

س5/ ملف دائري عدد لفاته (100) ونصف قطره (6 cm) يسري فيه تيار شدته 20 amp جد كثافة الطاقة المغناطيسية في مركزه

س6/ معامل الحث المتبادل بين ملفي المحولة يساوي (0.4H) جد القوة الدافعة الكهربائية المحتثة في الملف الثانوي اذا كانت معادلة التيار المتناوب في دائرة الملف الابتدائي هي $i = 0.6 \sin(100\pi t)$