(1 – 6) مقدمة :

في الفصل الثاني كنا نتعامل مع الشحنات الساكنة ولكن هنا سنتعامل مع الشحنات المتحركة, هذا يعني اننا سنتعامل مع المواد الموصلة للكهربائية ذلك ان الموصل هو الجسم الذي تكون فيه ناقلات الشحنة طليقة الحركة وهذا التعريف لايتضمن الموصلات كالمعادن والسبائك فقط وانما ايضا اشباه الموصلات والمحاليل الالكتروليتية والغازات المتأينة والعوازل غير التامة (*imperfect*) . ان الشحنة المتحركة تولد تيارا وعملية نقل الشحنة تدعى بالتوصيل (*Conduction*) وبتعبير ادق يعرف التيار على انه: المعدل الزمني لأنتقال الشحنة عبر نقطة معينة في منظومة موصلة.

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad (1amper = \frac{coul}{sec})$$

(2 – 6) طبيعة التيار : *Nature of the Current*

1- ينتقل التيار في المعادن بواسطة الالكترونات بينما الايونات الموجبة الثقيلة تبقى مثبتة عند مواضع منتظمة في التركيب البلوري.

2- في المحاليل الالكتروليتية ينتقل التيار بواسطة الايونات الموجبة والسالبة معا ولكن عملية التوصيل بأحد النوعين من الايونات هي التي تكون متغلبة ويعود السبب في ذلك الى ان قسم من الايونات تتحرك بسرعة اكبر من الايونات الاخرى.

3- في انبوبة التفريغ ينتقل التيار بواسطة الالكترونات والايونات الموجبة معا ومع ذلك فان الالكترونات تعد هي المسؤولة من الناحية العملية عن تكوين التيار باجمعه وذلك لأن قدرة الالكترونات على التحرك السريع تفوق كثيرا قدرة الايونات الثقيلة نسبيا.

ان التيارات التي سبق وصفها تسمى تيارات التوصيل (*conduction currents*) هذه التيارات تمثل الحركة الانتقالية لناقلات الشحنة خلال الوسط اما الوسط نفسه فيكون ساكنا . وقد يحدث في الغازات والسوائل حركة هيدروداينميكية (*hydrodynamic motion*) وقد ينتج عنها تيارات في حالة احتواء الوسط على كثافة شحنية والتيارات من هذا النوع تنشأ عن الانتقال الكتلي،تدعى بتيارات الحمل (*convection currents*) .

مثلا :- تتجه تيارات الحمل الى الاعلى خلال الزوابع الرعدية وتكون كافية لاحداث انحدار طبيعي في الجهد في الطبقة الجوية فوق سطح الارض وتيارات الحمل ليست متعادلة كهروستاتيكيا.

(3 – 6) كثافة التيار لوحدة المساحة ومعادلة الاستمرارية.

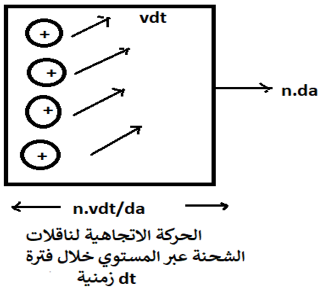
Current density and Equation of continuity

لناخذ وسط موصل يمتلك نوع واحد من ناقلات الشحنة التي تحمل شحنة q وسنرمز بالرمز N لعدد الناقلات لوحدة الحجم ونفرض ان جميع الناقلات ذات سرعة انجراف واحدة v وعليه يمكننا ان نحسب التيار خلال عنصر المساحة da فخلال فترة زمنية dt نجد ان كل شحنة تتحرك مسافة قدرها vdt وان الشحنة dQ التي تجتاز المساحة da خلال الفترة الزمنية dt تساوي q مضروبة في مجموع كل الناقلات التي يحويها الحجم اي ان :-

$$dQ = qN\vec{v}dt.\vec{n}da$$

حيث $\vec{n}$ وحدة المتجه العمودي على المساحة da .

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{qN\vec{v}dt.\vec{n}da}{dt} \rightarrow \qquad \therefore\ I = Nq\vec{v}.\vec{n}da$$



فاذا كان الوسط يحوي على اكثر من نوع واحد من ناقلات الشحنة فان كل نوع سيساهم في تكوين التيار وفق المعادلة اعلاه . وبصورة عامة ستؤول الصيغة المعبرة عن التيار المار خلال المساحة da الى :-

$$dI = \left[\sum N_i q_i \vec{v}_i\right].nda \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(1)$$

وعلامة الجمع تمثل كل الانواع المختلفة من الناقلات. والكمية المحصورة بين القوسين كمية متجهة لها ابعاد التيار لوحدة المساحة . هذه الكمية تدعى كثافة التيار current density ويرمز لها $J = \frac{dI}{da}$ ووحداتها (amp/m^2) .

كثافة التيار لوحدة المساحة عند كل نقطة من نقاط الوسط الموصل :

$$J = \sum N_i q_i v_i$$

نعوض قيمة J في معادلة (1) :

$$\therefore dI = \vec{J}.\vec{n}da$$

وعليه تعطى قيمة التيار المار خلال سطح S بالمعادلة :

$$I = \int_S \vec{J}.\vec{n}\,da \dots\dots\dots.(2)$$

ترتبط كثافة التيار J وكثافة الشحنة ρ بمعادلة الاستمرارية وأصل هذه المعادلة مستمد من حقيقة ان الشحنة محفوظة لاتفنى ولاتستحدث ولغرض اشتقاق معادلة الاستمرارية نتبع مايلي:-

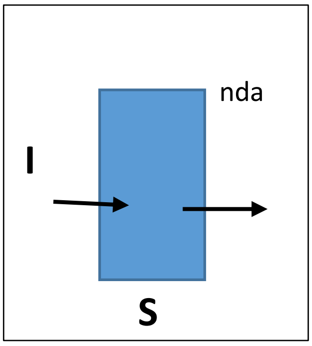
لوطبقنا معادلة (2) على سطح كيفي مغلق S لاعلى التعيين فالتيار الكهربائي الذي يدخل الحجم V المحاط بالسطح S يعطى بالعلاقة:-

$$I = -\oint_S \vec{J}.\vec{n}da \dots\dots.(3)$$

الاشارة السالبة تعني ان التيار يدخل ويخرج داخل الحجم وان العمود على السطح (n.da) يكون بالاتجاه المعاكس .

$\vec{n}$:- يمثل العمود الخارج من السطح ، واننا نرغب في جعل التيار موجب عندما ينساب بالاتجاه المعاكس من خارج الحجم V الى الداخل .

نحول معادلة (3) من تكامل سطحي الى حجمي حسب نظرية التباعد :



$$I = -\int_V \vec{\nabla}.\vec{J} dV \ldots\ldots\ldots\ldots.(4)$$

وعند نقل الشحنة الى داخل الحجم :

$$I = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V \rho\, dV = \int_V \frac{\partial\rho}{\partial t} dV \ldots\ldots.(5)$$

بما ان الحجم ثابت القيمة تؤخذ المشتقة لكثافة الشحنة الحجمية ρ فقط وبما انها دالة لـ (x,y,z,t) وعليه تم اخذ المشتقة الجزئية للزمن فقط لان الحجم ثابت والمتغير هو الزمن فقط.
وبتعويض معادلة (5) في معادلة (4) نحصل على -:

$$\int_V \frac{\partial\rho}{\partial t} dV = -\int_V \vec{\nabla}.\vec{J}\, \mathrm{dV} \quad \Longrightarrow \int_V \left(\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{J}\right) dV = 0$$

حتى تصبح المعادلة صحيحة لاي جزء كيفي في الوسط يجب ان تتلاشى الكمية المطلوب تكاملها عند كل نقطة من نقاط ذلك الجزء الحجمي وبما ان $dV \neq 0$ اذن -:

$$\therefore \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{\nabla}.\vec{J} = 0 \ldots\ldots.(6) \qquad or\ -\frac{\partial\rho}{\partial t} = \vec{\nabla}.\vec{J}$$

وتسمى هذه المعادلة معادلة الاستمرارية اومعادلة حفظ الشحنة حيث ρ :- تمثل صافي كثافة الشحنة وليست كثافة الشحنة الحركية.

$\frac{\partial\rho}{\partial t}$:- يمكن لاتكون قيمتها صفر داخل الموصل الابشكل عابر فقط وعليه تصبح المعادلة :

$$\vec{\nabla}.\vec{J} = 0$$

وهي تكافئ المجال لقانون كيرشوف للتيار الذي ينص على صافي التيار الذي يتحرك في تقاطع من عدة موصلات يساوي صفر.

(6 – 4) قانون اوم –الموصلية -: Ohm's Law – Conductivity

وجد عمليا ان كثافة التيار لوحدة المساحة J في المعدن تتناسب طرديا مع المجال الكهربائي عند ثبوت درجة الحرارة اي ان :

$$J \propto E \Rightarrow J = gE \dots\dots (7)$$

هذا هو قانون اوم في الموصلات والمواد التي تخضع للعلاقة رقم (7) تدعى بالاوساط الاومية او اوساط خطية حيث g يمثل ثابت التناسب ويعرف بالتوصيل النوعي او الموصلية conductivity وهي دالة للمجال الكهربائي اي $g(E)$.

يدعى مقلوب الموصلية بالمقاومة النوعية η .

$$\eta = \frac{1}{g}, \quad ohm.m \quad or \quad \frac{volt.m}{amp}$$

اما الصيغة العامة والمألوفة لقانون اوم هي :

$$\Delta U = RI \dots\dots\dots\dots (8)$$

ΔU : فرق الجهد المسلط على نهايتي السلك .

ويمكن ان نعرف الموصلية g على انها -: قدرة الوسط على ايصال التيار الكهربائي وتسمى ايضا الايصالية وتكون غير متناظرة وغير متجانسة وقد تكون خطية لانها تتغير من مكان الى اخر وفي اي اتجاه كان .

وتعرف المقاومة النوعية η على انها : مقاومة موصل من المادة طوله متر واحد (1m) ومساحة مقطعه ($1m^2$) عند درجة حرارة معينة ،اي حساب المقاومة الكهربائية لموصل منتظم الشكل والبنية.

سبب المقاومة النوعية :

1- اصطدام الالكترونات بالذرات المكونة للمادة وهي تعتمد على درجة الحرارة .
2- اصطدام الالكترونات بالشوائب الموجودة في المادة وهي تعتمد على تركيز الشوائب وليس درجة الحرارة.

س/ اوجد العلاقة التي تربط المقاومة النوعية والمقاومة الخطية الاومية .

الجواب / على فرض ان توزيع التيار منتظم فقيمة التيار المار خلال اي مقطع في سلك يعطى بالعلاقة:

$$I = \int J.dS \quad or \quad I = \int J.n\, da$$

وبما ان التيار ينتقل عبر الوسط بانتظام فهذا يعني ان J كمية ثابتة . ونفرض ان السلك متجانس ومميز بتوصيل نوعي ثابت .

$$I = J.S \dots\dots (1)$$

حيث S=A ويمثل مساحة المقطع .

$$as: \ I = \frac{\Delta U}{R} \dots\dots (2)$$

بتعويض (2) في (1)

$$\frac{\Delta U}{R} = J.S \dots.(3)$$

$$but: \; J = gE, \quad then \quad \frac{\Delta U}{R} = gES \dots\dots\dots\dots(4)$$

ان المقطع الثابت للطول (ℓ) ينتج عنه مجال (E) ثابت ويعطى فرق الجهد (هبوط الجهد) :-

$$\oint E.d\ell = \Delta \mathrm{U}$$

لاتوجد مركبة عمودية للمجال على محور السلك , حذفت الاشارة السالبة حيث n عكس الاتجاه.

$$E.\ell = \Delta U \implies E = \frac{\Delta U}{\ell} \dots\dots\dots.(5)$$

نعوض معادلة (5) في معادلة (4) :

$$\frac{\Delta U}{R} = gES = gS\frac{\Delta U}{\ell}$$

$$\therefore \frac{1}{R} = g\frac{S}{\ell}, \rightarrow R = \frac{\ell}{gS}, \quad but: \eta = \frac{1}{g}, then \quad R = \eta\frac{\ell}{S}$$

تمثل R خاصية الجسم المادي والتي تعتمد على طبيعة المادة وشكلها الهندسي ، اما المقاومة النوعية فتعتمد على طبيعة المادة فقط.

اذاكانت المادة مكونة من وسطين (مادتين) فان:-

$$R = \frac{\ell_1}{g_1 S_1} = \frac{\ell_2}{g_2 S_2} \quad or \quad R = \eta_1\frac{\ell_1}{S_1} = \eta_2\frac{\ell_2}{S_2}$$

ملاحظة : اذا كان توزيع التيار غير منتظم تصبح المقاومة بالشكل :

$$R = \frac{\Delta U}{\int J.dS} = \frac{\Delta U}{\int gEdS}$$

اما اذا كان المجال E هو المعلوم وليس فرق الجهد فان المقاومة تعطى بالعلاقة :-

$$R = \frac{\int E.d\ell}{\int gE.dS}$$

(6 – 5) القوة الدافعة الكهربائية :- *Electromotive Force*

لو تساءلنا انه لو كان لدينا وسط ناقل للكهربائية فهل يحدث تجمع شحني فيه والاجابة على هذا السؤال تكون لا بسبب وجود القوى الكهروستاتيكية في ذلك الوسط .اذن مالسبب الذي يجعل التيار يسير خلال الوسط ؟ ان سبب جعل التيار يسير خلال الوسط هو وجود فرق جهد ناشئ عن مصادر خارجية للطاقة وهذا ماكان معروف سابقا،فاذا كان التيار سائرا داخل دائرة مغلقة فانه يسير باتجاه واحد ولكن مالسبب في ذلك ؟ بما ان تكامل المركبة المماسة لمجال كهروستاتيكي يساوي صفر:

$$\oint_S \vec{E}.d\ell = 0$$

لأن المجال محافظ اي مايربحه في خطوة يخسره في خطوة اخرى تالية اي ان المجال الكهروستاتيكي لايستطيع لوحده ان يجعل التيار مستقر ويستمر في الدائرة المغلقة وفي اتجاه واحد وانما هناك عوامل اخرى تدفعه الى ذلك وهي :

1- قد تكون تغيرات مغناطيسية تسبب قوى تساعد على دفع الالكترونات في السير باتجاه ما.
2- قد يكون التركيز الكيميائي في الوسط هو الذي يحدث الالكترونات في حوض فيه مواد كيميائية.
3- قوى ميكانيكية (مثل القوى التي تؤثر في الحوض)
4- قوى ضوئية مثل الفوتونات .
5- قوى حرارية.

وبناء على ماتقدم فان اي جسيم مشحون يقع تحت تاثير قوى اخرى اضافة الى القوى الكهروستاتيكية اي ان :

$$qE_{eff} = qE_S + F_w$$

وتدعى محصلة القوى لوحدة الشحنة المؤثرة **بالمجال الكهربائي الفعال** E_{eff} وهو المجال الكلي الذي يؤدي الى تدوير الشحنة باتجاه واحد في دائرة مغلقة. حيث E_S :المجال الاستاتيكي . F_w :- القوى المؤثرة الباقية.

$$\therefore\ E_{eff} = E_s + \frac{1}{q}F_w$$

$$\oint E_{eff}.d\ell \neq 0 = \varepsilon_{eff} or\ \varepsilon_{emf}$$

حيث ان ε_{emf} هي القوة الدافعة الكهربائية ووحداتها فولت *volt=Joule/column*

هذه القوة والتي تسمى احيانا قوة السوق (*driving force*) هي التي تجعل التيار يسير باتجاه واحد وباستمرار وبمعدل واحد في دائرة كهربائية مغلقة.

والسؤال الذي يطرح نفسه هو: كيف تستطيع هذه القوة دفع الشحنات (الالكترونات او الايونات او الفجوات ....الخ) ؟

والجواب على هذا السؤال يكون كالتالي:-

حسب قانون نيوتن الثاني تؤثر هذه القوة على حوامل الشحنات التي لها كتلة اي ان :

$$qE_{eff} = qE_s + F_w = mf \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث f : تعجيل الجسيم او حامل الشحنة، m : كتلة الجسيم حامل الشحنة

ان حوامل الشحنات تسير بفضل تلك القوة في الفراغ وتستمر في التسارع الى مقدار كبير جدا.

اما في الاوساط المادية فان حاملات الشحنة بمجرد تاثرها بقوة تتسارع وتتصادم مع اخر (تصادم غير مرن) يؤدي الى ابعاده الى مكان اخر باتجاه عشوائي وتبدأ حاملة الشحنة الاخرى بالتسارع وتتصادم مع اخر بحيث يكون متوسط التاثير الناشئ عن التصادم هو تقليل سرعة الجسم الى الصفر . لو فرضنا ان الفترة الزمنية بين كل تصادمين تساوي τ وعلى اساس ان الوسط متجانس فان العامل الحراري يؤدي رمي الذرة في اي مكان عشوائيا لذا فان المعدل الزمني يساوي صفر تقريبا . وعليه فاننا سوف نهتم بالحركة المنتظمة فقط وباتجاه المجال لكي نتوصل الى نتيجة مرضية .

ان السرعة المكتسبة في زمن τ تعطى بالعلاقة :

$$V = f\tau \dots\dots.(2)$$

ولو فرضنا ان v هي سرعة نهائية وان حامل الشحنة يسير بهذه السرعة وهي سرعة منتظمة (سرعة انجراف) وهذه السرعة هي معدل بين سرعتين اي ان :

$$v = \frac{0+V}{2}, \qquad \rightarrow v = \frac{1}{2}V \dots\dots.(3)$$

وبتعويض (2) في (3) :-

$$v = \frac{1}{2}f\tau \dots\dots.(4)$$

ومن معادلة (1) ناخذ قيمة f :

$$f = \frac{q}{m}E_{eff} \dots\dots\dots\dots.(5)$$

نعوض (5) في (4) فنحصل على :

$$v = \frac{1}{2}\tau\frac{q}{m}E_{eff}$$

$$as;\quad qE_{eff} = qE_S + F_w, \qquad \therefore v = \frac{1}{2m}(qE_S + F_w)\tau$$

$$\because J = \sum_i q_i N_i v_i$$

حيث J كثافة التيار لوحدة المساحة

$$\therefore J = \sum_i q_i N_i \frac{1}{2}\frac{\tau_i q_i}{m_i}E_{eff} = \sum_i q_i^2 N_i \frac{1}{2}\frac{\tau_i}{m_i}E_{eff} \dots\dots\dots(6)$$

ومن قانون اوم :

$$J = gE_{eff}, \qquad \rightarrow g = \frac{J}{E_{eff}} \dots\dots.(7)$$

ونأخذ قيمة J من معادلة (6) :

$$\therefore\ g=\sum_i \frac{1}{2m_i}q_i^2 N_i \tau_i\,,\quad but\ g=\frac{1}{\eta}$$

من معادلة (1) ومعادلة (7):

$$\therefore\ \frac{J}{g}=\eta J=E_{eff}=E_s+\frac{1}{q}F_w\quad\rightarrow\quad \eta J=E_S+\frac{1}{q}F_w$$

باخذ التكامل الخطي لهذا المقدار على المسار a الى b يكون:

$$\int_a^b E_S.d\ell+\int_a^b \frac{1}{q}F_w d\ell=\eta\int_a^b J.d\ell$$

التكامل الاول يمثل فرق الجهد حيث : $\Delta U=U_a-U_b=-\int_a^b E_S.d\ell$

ويمثل التكامل الثاني القوة الدافعة الكهربائية للجزء a,b :-

$$(U_a-U_b)+\mathcal{E}_{ab}=\eta J\ell$$

نضرب ونقسم الطرف الايمن بـ (S) فنحصل على:-

$$\eta J\ell=\eta\frac{J}{S}\ell S\,,\quad but\quad I=JS\quad and\ R=\frac{\eta\ell}{S}$$

$$\therefore\ \eta\frac{J}{S}\ell S=R_{ab}I$$

حيث I : التيار المار بين نقطتين .   و R_{ab} : المقاومة المكافئة بين a,b

$$\therefore\ (U_a-U_b)+\mathcal{E}_{ab}=R_{ab}I$$

اذن معادلة تحليل اي دائرة يعطى بالعلاقة التالية:

$$\therefore\ (U_b-U_a)=\mathcal{E}_{ab}-R_{ab}I$$

وبضرب المعادلة اعلاه في I نحصل على:

$$\therefore\ (U_b-U_a)I=\mathcal{E}_{ab}I-R_{ab}I^2$$

ان النقل المتواصل للشحنة بين a,b يؤدي الى نشوء تيار ثابت في الجزء ab اي ان:

$$I=\frac{dQ}{dt}\ \rightarrow dQ=Idt$$

وعليه يصبح الربح في الطاقة الكهربائية يساوي :-

$$(U_b-U_a)dQ=[\mathcal{E}_{ab}I-I^2R_{ab}]dt$$

حيث ان :-

$I^2R_{ab}dt$: طاقة حرارية ضائعة لايمكن ان تسترجع متولدة من التصادم (تحويل من طاقة كهربائية الى حرارية) عملية غير عكوسة.

$\mathcal{E}_{ab}Idt$: طاقة مخزونة (تحويل طاقة غير كهربائية لمصدر مثالي للقوة الدافعة الكهربائية الى طاقة كهربائية) وهي عملية عكوسة

$(U_b-U_a)\, dQ$ -: الطاقة الكلية.

دعنا نتساءل هل لكل دائرة كهربائية قوة دافعة كهربائية ؟

ج/ ليس شرطا ، واذا كانت موجودة تسمى الدائرة الفعالة ووجودها قد يكون موجب او سالب واذا كانت غيرموجودة تسمى بالدائرة السلبية تعد $\mathcal{E}_{ab}$ موجبة اذا كانت باتجاه التيار نفسه حيث يقوم بهذه الحالة مصدر ق . د . ك بتجهيز الطاقة الكهربائية الى الدائرة على حساب الطاقة غير الكهربائية التي يمتلكها المصدر اما اذا كانت $\mathcal{E}_{ab}$ سالبة فان المصدر يقوم بامتصاص الطاقة الكهربائية من الدائرة ويحولها الى طاقة من نوع اخر (اي نعتبرها كمخزن لخزن الطاقة الموجودة) كمثال :-

الخلية الكيميائية : تحويل كيميائي – كهربائي الطاقة .

المزدوج الحراري : تحويل حراري – كهربائي للطاقة .

المولد الكهربائي (الداينمو) : تحويل ميكانيكي – كهربائي للطاقة، عندما يمتص الداينمو الطاقة من الدائرة يعمل كمحرك وعندما يجهز الطاقة يعمل كمولد . فالتيارات المستقرة في الاوساط تكون خالية من مصادر القوة الدافعة الكهربائية وقد وجد ان هناك تشابه بين وسطين ، وسط موصل يمر به تيار كهربائي مستقر وثابت مع الزمن ووسط اخر الكتروستاتيكي هو عبارة عن موصلات محاطة بمادة عازلة .

ولايجاد التشابه مابين الاوساط العازلة التي توجد فيها اجسام موصلة وبين وسط موصل نتبع مايلي :-

لنأخذ وسط موصل متجانس اوميا لايحتوي على مصادر للقوة الدافعة الكهربائية والتيار ثابت ، من معادلة الاستمرارية

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . J = 0$$

في الوسط الاول يكون ρ مقدار ثابت اي ان $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ لذلك (للتيارات الثابتة) $\nabla . J = 0$ وهذا دليل على الحالة المستقرة , ولكن حسب قانون اوم فأن :

$$J = gE$$

$$\nabla . \mathrm{J} = \mathrm{g}\nabla . \mathrm{E} \quad \rightarrow 0 = \mathrm{g}\nabla . E$$

$$\nabla . E = 0 \,\ldots\ldots (1), \qquad g = constant$$

g كمية ثابتة للوسط المتجانس

فاذا كانت الاوساط خالية مصادر القوة الدافعة الكهربائية فان :-

$$\frac{1}{q} F_w = 0$$

ولكن موجود في المجال الكهروستاتيكي (E_S) اي ان :-

$$E = E_S + \frac{1}{q} F_w \quad \rightarrow E = E_S$$

$$\therefore \; E_S = -\nabla U \,\ldots\ldots (2)$$

ومن دمج معادلتي (1) و (2) :

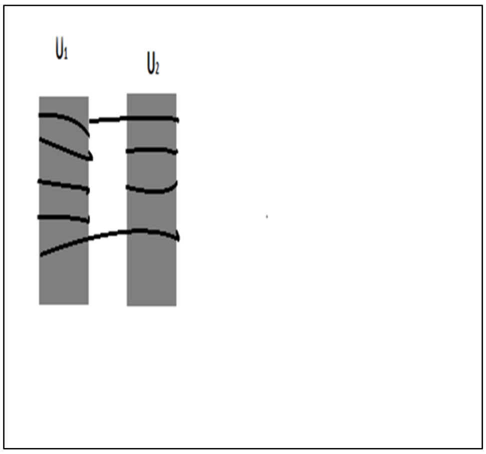
$$-\nabla.\nabla U = 0, \quad \rightarrow \ \nabla^2 U = 0$$

وهذه هي معادلة لابلاس اي انه يمكن حل مسألة التوصيل في حالة الاستقرار بنفس طريقة حل المسائل الكهروستاتيكية وذلك بحل معادلة لابلاس باحدى الطرق المستخدمة في الفصل الثالث.

اسئلة الفصل السادس

س1/ موصلين مغلفين بمادة عازلة الاول محاط ومغلف كليا بمادة عازلة والاخر مغلف جزيئا , احسب زمن الاسترخاء (ثابت الزمن) اذا علمت ان الجهد في الاول U_1 والجهد في الثاني U_2 .

الجواب / لدينا موصلين في وسط متجانس واومي وذو توصيل نوعي (g) وثبت جهد الموصلين على القيم U_1 و U_2 فالتيار المار بينهما يعطى بالعلاقة:-



$$I = \frac{\Delta U}{R} = \frac{U_1 - U_2}{R} \ldots\ldots(1)$$

حيث R مقاومة الوسط الذي يمرفيه التيار الكهربائي , ويعطى التيار الخارج من سطح مغلق بالعلاقة:-

$$I = \oint_S J.dS \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$\therefore J = gE \Rightarrow I = g\oint_S E.dS \ldots..(3)$$

$$\frac{U_1 - U_2}{R} = g\oint_S E.dS \ldots\ldots\ldots(4)$$

هناك تشابه بين الحالة الديناميكية والستاتيكية, بمعنى ان المجال الكهربائي المتولد عن سير التيار مشابه للمجال الناتج عن شحنات كهروستاتيكية موضوعة على موصلين , وطبقا لقانون كاوس :-

$$\oint E.dS = \frac{Q}{\epsilon} \ldots\ldots\ldots(5)$$

حيث Q الشحنة الموضوعة على الموصل المعدني المحاط بالسطح S

وفي هذه الحالة يشكل الموصلان متسعة وعليه يكون :-

$$C = \frac{Q}{\Delta U}, \quad \rightarrow Q = C\Delta U \ldots\ldots(6)$$

نعوض (5) و (6) في (4) :

$$\frac{\Delta U}{R} = g\frac{Q}{\in} = \frac{g}{\in}C\Delta U \;\rightarrow\; \frac{1}{R} = \frac{g}{\in}C$$

$$\therefore RC = \frac{\in}{g} = \tau$$

وهو زمن الاسترخاء او ثابت الزمن .

س2/ اذا كان لدينا جسم ووضعنا عليه شحنة , فما الوقت الذي تحتاجه الشحنة لكي تكون في موضع الاستقرار ؟

الجواب / لو اخذنا وسط متجانس متساوي الاتجاه ومميز بتوصيل نوعي g وسماحيته $\in$ يحتوي على شحنة طليقة ذات كثافة حجمية ρ , وعند فصل هذه المنظومة عن مصادر القوة الدافعة الكهربائية وعن المجالات المعتمدة عن الزمن فانها تميل نحو الاتزان .

من معادلة الاستمرارية:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla . J = 0\,, but \quad J = gE, \qquad \therefore \frac{\partial \rho}{\partial t} + g\nabla . E = 0 \dots \dots (1)$$

$$as: \quad \nabla . E = \frac{\rho}{\in}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + g\frac{\rho}{\in} = 0, \quad divided\ bY\ \rho, \quad we\ get: \quad \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{g}{\in} = 0$$

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{g}{\in}, \qquad then: \quad \int_{\rho_o}^{\rho} \frac{\partial \rho}{\rho} = -\frac{g}{\in}\int_{0}^{t} dt$$

$$\ln \rho - \ln \rho_o = -\frac{g}{\in}t, \qquad then \quad \rho = \rho_o e^{-\frac{g}{\in}t}$$

$$as: \quad \tau = \frac{\in}{g}, \quad then \quad \rho = \rho_o e^{-\frac{t}{\tau}}$$

1- اذا كان الجسم موصل فان g كبيرة مما يؤدي الى تكون الكمية $\tau = \frac{\in}{g}$ صغيرة اي يحتاج زمن قصير جدا للاستقرار اي ان الموصل الجيد يصل بسرعة الى حالة الاتزان.

2- اذا كان الجسم ردئ التوصيل اي g صغيرة و $\tau = \frac{\in}{g}$ كمية كبيرة اي يحتاج الى زمن طويل جدا للاستقرار.

وهذا يؤكد ان الشحنة الحرة لايمكن ان تبقى داخل الموصل وتكون بدلا من ذلك موزعة بالتساوي على سطح الموصل.

س3/ اسطوانتان معدنيتان طويلتان جدا نصف اقطارها r_1 و r_2 بحيث ان $r_2 > r_1$ رتبت على محور واحد وسلط فرق جهد قدره ΔU بينهما فاذا ملئت الفسحة بين الاسطوانتين بوسط توصيليته g 1- احسب التيار لكل وحدة طول من هذا النظام باستخدام قانون اوم .

2-اذا ملئت الفسحة بينهما بوسط عازل سماحيته $\in$ من حساب سعة المجموعة برهن ان حاصل ضرب المقاومة لوحدة الطول في السعة لوحدة الطول يساوي $(\frac{\in}{g})$.

الجواب/ اولا: من قانون اوم :

$$J = gE \ldots\ldots (1)$$

نستخدم معادلة لابلاس بالاحداثيات الاسطوانية :

$$\frac{1}{r}\frac{d}{dr}\left(r\frac{dU}{dr}\right) = 0, \qquad \rightarrow r\frac{dU}{dr} = A, \quad then \quad \frac{dU}{dr} = \frac{A}{r} \Longrightarrow U = A\ln r + B$$

$$\because E = -\nabla U = -\frac{dU}{dr}, \quad \rightarrow \quad E = -\frac{A}{r}$$

$$U_1 = A\ln r_1 + B$$
$$U_2 = A\ln r_2 + B$$

بطرح المعادلتين:

$$\Delta U = A(\ln r_1 - \ln r_2) = A\ln\frac{r_1}{r_2}$$

$$\therefore A = \frac{\Delta U}{\ln\frac{r_1}{r_2}}$$

$$\therefore E = -\frac{A}{r} = \frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r} \ldots\ldots (2)$$

نعوض معادلة (2) في (1):

$$\therefore J = g\frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r}$$

$$as: \ I = \int J.dS = J.S = g\frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r}(2\pi rL)$$

$$I = \frac{2\pi g\Delta UL}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)} \ldots\ldots\ldots (3)$$

ثانيا :-

$$as: \ \frac{\Delta U}{I} = R, \quad and \quad I = \frac{2\pi g\Delta UL}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)},$$

$$then \ \left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right) = \frac{2\pi g\Delta UL}{I}, \qquad \left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right) = 2\pi gRL$$

$$\therefore R = \frac{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi g L} \ldots\ldots(4)$$

$$as : C = \frac{Q}{\Delta U} \ldots..(5), \quad from\ Gauss\ law \quad \oint E.dS = \frac{Q}{\in}$$

$$E.S = \frac{Q}{\in}, \quad then\ E = \frac{Q}{2\pi r \in L} \ldots\ldots(6)$$

من معادلة (2) ومعادلة (6) :

$$E = \frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r}, \quad then \quad \frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r} = \frac{Q}{2\pi r \in L}, \quad but\ Q = C\Delta U$$

$$\therefore \frac{\Delta U}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right).r} = \frac{C\Delta U}{2\pi r \in L}$$

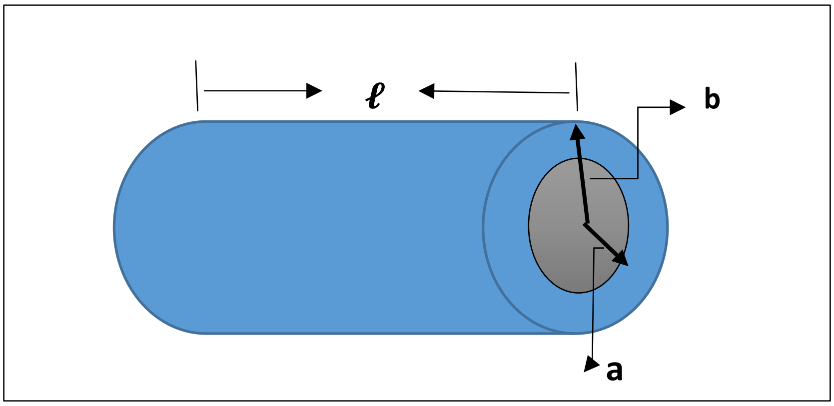
$$\therefore C = \frac{2\pi \in L}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)} \ldots..(7)$$

من معادلة (4) و(7) :

$$now: \quad RC = \frac{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi g L} * \frac{2\pi \in L}{\left(\ln\frac{r_2}{r_1}\right)} \rightarrow \qquad RC = \frac{\in}{g}$$

س4/ احسب المقاومة لعازل طوله (ℓ) على شكل كيبل محوري *axial cable* .

الجواب/ نفرض تيار كلي (I) من الموصل الداخلي الى الموصل الخارجي عند مسافة شعاعية (r).



$$J=\frac{I}{A}=\frac{I}{2\pi r\ell}\dots\dots\dots(1),\qquad but\quad J=gE,\quad then\quad E=\frac{J}{g}\dots\dots.(2)$$

نعوض (1) في (2)

$$E=\frac{I}{2\pi g r\ell}$$

$$U_{ab}=-\int_a^b E.dr=-\int_b^a \frac{I}{2\pi g r\ell}dr=-\frac{I}{2\pi g\ell}\int_b^a\frac{dr}{r}$$

لكي نجعل التيار موجب عندما تنساب الشحنة بالاتجاه المعاكس من الخارج الى الداخل استبدلت الاشارة السالبة للتيار حدود التكامل.

$$\therefore\ U_{ab}=\frac{I}{2\pi g\ell}\ln\frac{b}{a}\qquad\rightarrow\qquad R=\frac{U}{I}=\frac{1}{2\pi g\ell}\ln\frac{b}{a}$$