(1 – 7) مقدمة :

تشبه المواد المغناطيسية العوازل في ان الشحنات الانفرادية او مجاميع من الشحنات يمكن ان تمتلك عزوم مغناطيسية وهذه العزوم عندما يتم ترتيبها بصورة مناسبة تولد محصلة عزم مغناطيسي في الاجسام العيانية عندئذ يقال عن مثل هذه الاجسام بانها ممغنطة.

في معظم الذرات تلغى العزوم المغناطيسية التى تعزى الى الحركة المدارية والحركة الدورانية للالكترون واذا لم يتم هذا الالغاء عندئذ يقال عن هذه المادة بانها (بارامغناطيسية) وعندما نضع هذه المادة في مجال مغناطيسي فان ذراتها تتعرض الى عزم يجعلها تميل الى تنظيم نفسها مع المجال لكن الاضطراب الحراري يعمل على تدمير هذا التنظيم , هذه الظاهرة مشابهة الى تنظيم الجزيئات القطبية في العوازل.

في المواد الدايامغناطيسية (ضعيفة النفاذية المغناطيسية) تكون العزوم الاولية غير دائمة ولكنها تحث طبقا لقانون فاراداي للحث وبصورة عامة تعتبر جميع المواد دايامغناطيسية.

وهناك فرق مهم بين العوازل والمواد المغناطيسية , ففي معظم العوازل يكون D متناسبا مع E وعليه يقال عن الوسط بانه خطي .بينما تعتبر المواد الفيرو مغناطيسية مواد لاخطية عالية ويعتمد سلوكها على قدمها لذا فان حسابات المجالات التي تتضمنها المواد المغناطيسية تعتمد على الفرض والتجربة بصورة كبيرة.

(2 – 7) التمغنط (M) : *The Magnetization*

هو العزم المغناطيسي لوحدة الحجم عند نقطة معلومة ويعطى بالعلاقة .

$$M = Nm$$

حيث : m : عزم ثنائي القطب المغناطيسي لكل ذرة ، N: عدد الذرات لوحدة الحجم .

وذلك اذا كانت عزوم ثنائيات القطب الانفرادية في عنصر من الحجم تحت الدراسة منتظمة وبنفس الاتجاه .

يقاس M بالامبير لكل متر و هو يناظر الاستقطاب P في العوازل . اما اذا كانت الذرات غير منتظمة فان :-

$$M = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta m}{\Delta V} = \frac{dm}{dV}$$

ويعطى كثافة تيار التمغنط J_M بالعلاقة :

$$\nabla \times M = J_M$$

اي انها تساوي التفاف التمغنط $\nabla \times M$ تكافئ كثافة التيار الحقيقي الذي يولد القدر نفسه من المجال المغناطيسي الذي يولده التمغنط M .

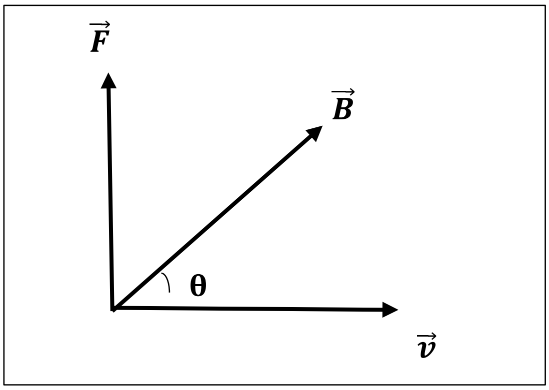
(3 -7) قوة لورنس :

لقد دلت التجارب العملية على انه عندما تتحرك شحنة كهربائية Q في مجال مغناطيسي الحث فيه B فان قوة ستؤثر فيها فتجرفها عن اتجاهها وتحدد هذه القوة(القوة المغناطيسية) بالعلاقة المتجهة التالية :-

$$\vec{F}_m = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

حيث Q :- الشحنة الكهربائية وتعد هنا موجبة. و v: سرعتها ، وB : كثافة الفيض المغناطيسي.

ان القوة F عمودية على كل من v و B ويكون اتجاهها خاضعا لقاعدة اليد اليمنى حسب تعريف حاصل الضرب الاتجاهي بين متجهين فأذا فرضنا ان θ هي الزاوية المحصورة بين المتجهين v و B فان :



$$F = QvBsin\theta$$

ومن هذه العلاقة يمكننا قياس كثافة الفيض المغناطيسي B بشرط ان يكون المجال المغناطيسي الذي تولده الشحنة اثناء حركتها غير مؤثرة على المجال المغناطيسي الاصلي الذي تتحرك فيه وعليه -:

$$B = \frac{F}{Qvsin\theta}$$

وحدة قياس B هي $\frac{weber}{m^2}$ حيث تعتبر weber وحدة قياس الفيض المغناطيسي في النظام العالمي للوحدات .

$$1\,T = \frac{Wb}{m^2}(\text{تسلا}), \qquad Wb = \frac{N}{A.m}$$

وبما ان : $\vec{v} \perp \vec{F}$ لذلك $\vec{F}.\vec{v} = 0$ وتكون القدرة المجهزة للجسم تساوي صفر وعلى هذا الاساس تعمل قوة لورنس على تغيير اتجاه v بدون ان تغير مقدارها .

(7 – 4) القوة المؤثرة على الموصلات الحاملة للتيار .

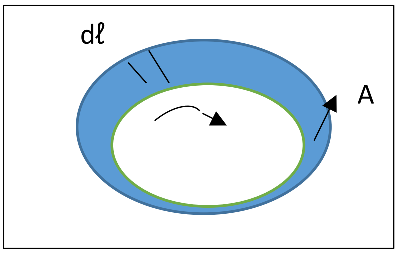
سنحاول ان نجد علاقة تعبر عن القوة المغناطيسية التي تؤثر في سلك موصل متناهيا في الصغر طوله $d\vec{\ell}$ يحمل تيار كهربائي مقداره I ونفرض ان جميع الشحنات الحرة ضمن السلك الموصل تتحرك بسرعة واحدة v ويحمل كل منها شحنة كهربائية Q . اذن القوة التي تؤثر على كل شحنة من هذه الشحنات المتواجدة ضمن العنصر $d\vec{\ell}$ تساوي -:

$$\vec{F} = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

اذ يلاحظ ان B يمثل معدل كثافة الفيض المغناطيسي ضمن العنصر $d\vec{\ell}$ وهكذا فان القوة الكلية المؤثرة في جميع الشحنات اي لـ N من ناقلات الشحنة لوحدة الحجم داخل العنصر $d\vec{\ell}$ تساوي :

$$dF_m = NAd\ell q(\vec{v} \times \vec{B}) \ldots\ldots(1)$$

حيث : A : مساحة المقطع العرضي . q: شحنة الناقل . ولما كان $\vec{v}$ و $d\vec{\ell}$ متوازيين وبنفس الاتجاه فان الصيغة البديلة لمعادلة (1)



$$dF_m = NAvq(d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

وتمثل الكمية $(NAvq)$ التيار الكلي I المار في السلك حيث :-

$$J_m = Nqv, \quad I = JA, \quad \rightarrow I = NqvA$$

$$dF_m = Id\vec{\ell} \times \vec{B}$$

وهذه العلاقة تحدد القوة المؤثرة على عنصر التيار بالمقدار والاتجاه وتستخدم لحساب القوة الكلية F المؤثرة في دائرة مغلقة مثل (C) وعليه يكون: -

$$F_m = \oint_C I\, \overrightarrow{d\ell} \times \vec{B} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. (2)$$

وضع التكامل مغلق لان التيار لايمر الا اذا كانت الدائرة مغلقة. يمكن ان تكتب العلاقة الاخيرة (معادلة 2) بشكل اخر ، اذا فرضنا ان كثافة الفيض المغناطيسي تبقى ثابتة مع التيار ولاتعتمد على الموضع ينتج :-

$$F = \int dF = \oint I\, d\vec{\ell} \times \vec{B} = I \oint d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

$$F = I \left\{ \oint_C d\vec{\ell} \right\} \times \vec{B}$$

ان التكامل الموضح في المعادلة السابقة يمثل مجموع المتجهات المكونة للدائرة المغلقة فهو اذن يساوي صفر وعليه يكون :-

$$F = I \left[\oint_C d\vec{\ell} \right] \times \vec{B} = 0$$

B منتظمة. وهذا يعني ان محصلة القوة المؤثرة في دائرة مغلقة يمر بها تيار كهربائي مستمر في مجال مغناطيسي منتظم يساوي صفر .

اما اذا كان B غير منتظم فان هناك قوة مؤثرة على هذه الدائرة المغلقة ويكون هناك عزم يؤثر في الدائرة نفسها ويمكن حسابه من معرفة العزم التفاضلي :-

$$d\vec{\tau} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$d\vec{\tau} = I\vec{r} \times (d\vec{\ell} \times \vec{B}) \Rightarrow \tau = I \oint \vec{r} \times (d\vec{\ell} \times \vec{B})$$

والسؤال الذي يطرح نفسه الان هو هل ان في جميع الحالات التيار يمر بسلك ؟

الجواب كلا ، احيانا يكون لدينا وسط مادي له حجم معين وتوجد هناك تيارات خارجة في هذه الحالة تستبدل الكمية $Id\vec{\ell}$ وتصبح

$(JSd\ell = JdV)$ وعليه تصبح كل مسالة حسب نوعها اي ان :- في الاسلاك نعوض $Id\vec{\ell}$ وفي الاوساط الممتدة نعوض JdV وعليه تصبح العلاقة للاوساط الممتدة :

$$dF = J \times BdV$$

(7 – 5) قانون بايوت – سافارت *Biot- Savart Law*

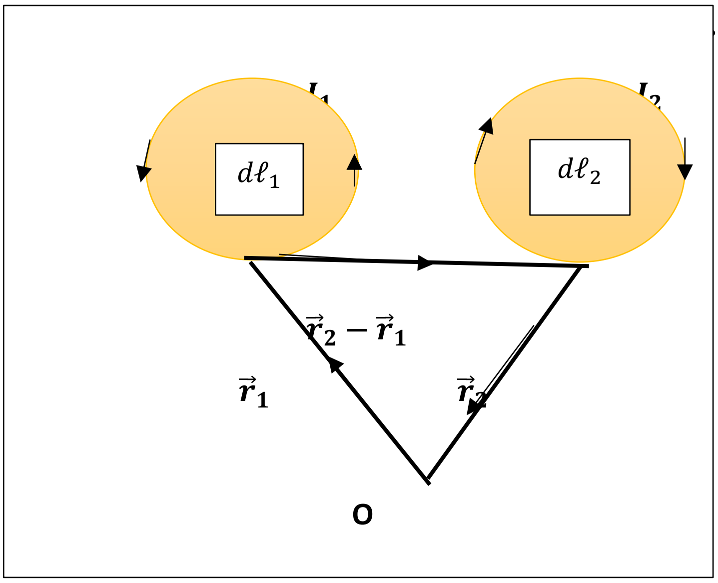
اكتشف اورستد بأن التيارات الكهربائية تولد مجالات مغناطيسية بعدها باسابيع اثبتت التجارب التي قام بها امبير بأن القوة المغناطيسية المتولدة بين دائرتين مغلقتين تحمل كل منهما تيارا كهربائيا تعتمد على الشكل الهندسي لكل منهما والمسافة الفاصلة بينهما ، كما تعتمد على التيار الذي يمر بكل منهما . ان مقدار القوة المتبادلة بين الدائرتين (بين مصدرين) يسمى قانون بايوت – سافارت .

نفرض ان dl_1 و dl_2 هما شرح صغيره من دائرتين (1) و(2)

I_1: التيار المار في الدائرة الاولى.

I_2: التيار المار في الدائرة الثانية.

فالقوة المتبادلة بين الدائرتين هي :-



$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_o}{4\pi} I_1 I_2 \oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{\ell}_2 \times [d\vec{\ell}_1 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \dots\dots\dots\dots\dots\dots (3)$$

Or

$$\vec{F}_{21} = \frac{\mu_o}{4\pi} I_2 I_1 \oint_1 \oint_2 \frac{d\vec{\ell}_1 \times [d\vec{\ell}_2 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)]}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = -\vec{F}_{12}$$

حيث $\vec{F}_{12}$:- هي القوة التي تؤثر بها الدائرة الكهربائية الاولى على الثانية او هي القوة المؤثرة على الدائرة الثانية نتيجة وجود الدائرة الاولى.والكمية $(\vec{r}_2 - \vec{r}_1)$ يمثل متجه موضع للعنصر $d\vec{\ell}_1$ بالنسبة لموقع $d\vec{\ell}_2$.

والكمية : $\frac{\mu_o}{4\pi}$ تساوي $10^{-7} \frac{N}{amp^2}$ ووضعت لتعديل الوحدات .

نلاحظ ان الدائرة الاولى تؤثر على الدائرة الثانية وكذلك الدائرة الثانية تؤثر على الاولى بقوة لها نفس المقدار ولكن بعكس الاتجاه وذلك حسب قانون نيوتن الثالث (قانون الفعل ورد الفعل) اي ان :

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

ولحساب القوة الكلية المؤثرة في اي من الدائرتين لابد من ان ناخذ بنظر الاعتبار المجموع الاتجاهي لكل القوى المؤثرة على العناصر التي تتالف منها تلك الدائرة ، فالقوة الكلية المؤثرة في الدائرة الاولى تكتب بالشكل :-

$$\vec{F}_1 = \oint_{C_1} d\vec{F}_1 = I_1 d\vec{\ell}_1 \times \left\{ \frac{\mu_o}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{I_2 d\vec{\ell}_2 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} \right\}$$

والتي تمثل القوة الخارجية المؤثرة في عنصر التيار $I_1 d\vec{\ell}_1$ وبعد مقارنة المعادلتين (2) و(3) نجد ان :

$$d\vec{F} = I\left(d\vec{\ell} \times B\right)\ , \qquad or \qquad \vec{F} = I \oint d\vec{\ell} \times \vec{B}$$

لذلك فان :

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_o}{4\pi} I_2 \oint_{C_2} \frac{d\vec{\ell}_2 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

وهذه المعادلة تمثل قانون بايوت – سافارت . حيث :- $\vec{B}_2$ تمثل كثافة الفيض المغناطيسي في اي نقطة قريبة من دائرة مغلقة تحمل تيارا كهربائيا والدائرة هنا هي الدائرة الثانية. وقد تكتب المعادلة بالصيغة التفاضلية:-

$$d\vec{B} = \frac{\mu_o I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

حيث تمثل $d\vec{B}$ كثافة الفيض المغناطيسي المتولد في نقطة واقعة على بعد (r) من عنصر $Id\vec{\ell}$ وينبغي ان لايغيب عن الاذهان ان اتجاه dB خاضع لقاعدة اليد اليمنى وهو عمودي على المستوي الذي يضم كل من المتجهين $\vec{r}, d\vec{\ell}$ وتكون B_2 دالة لـ r_2 اي ان r_1 ثابت . اما اذا كان لدينا وسط ممتد وليس سلك ، فيمكن التعبير عن الحث المغناطيسي بدلالة كثافة التيار J حيث نستبدل $Id\vec{\ell}$ بـ JdV .

$$B(r_2) = \frac{\mu_o}{4\pi} \int \frac{\vec{J}(r_1) \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1) dV_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

في المعادلة $d\vec{F} = I\left(d\vec{\ell} \times B\right)$ نجد ان :-

$$\vec{F}_2 = I_2 \oint d\vec{\ell}_2 \times \vec{B}$$

$$B(r_2) = \frac{\mu_o}{4\pi} I_1 \int \frac{d\ell_1 \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

ولو اخذنا تباعد الطرفين نجد ان $\nabla . B = 0$ وهي احدى معادلات ماكسويل وتشير الى حقيقة عدم امكانية وجود اقطاب مغناطيسية معزولة.

(7 – 6) قانون امبير الدائري :-

اذا اخذنا التفاف المجال $\vec{B}$ نحصل على الصيغة التفاضلية لقانون امبير في الفراغ (وهي احدى معادلات ماكسويل) .

$$\vec{\nabla} \times \vec{B}(r_2) = \mu_o J_F(r_2)$$

وهذه المعادلة للاوساط غير المغناطيسية . حيث J_F تمثل كثافة التيار الحقيقي.

لو كان لدينا منطقة فيها مجال مغناطيسي ، تاخذ التكامل ضمن هذه المنطقة فنحصل على :

$$\oint \vec{\nabla} \times \vec{B}.nda = \mu_o \oint J.n\,da$$

$$\oint \vec{\nabla} \times \vec{B}.ds = \mu_o \oint J.dS$$

نحول التكامل السطحي الى تكامل خطي حسب نظرية ستوكس :

$$\oint \vec{\nabla} \times \vec{B}.dS = \oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_o \oint J.dS$$

$$\therefore \oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_o \oint J.dS$$

$$but \oint J.dS = I, \quad \Rightarrow \oint \vec{B}.d\vec{\ell} = \mu_o I$$

وهي الصيغة التكاملية لقانون امبير للدوائر الكهربائية . وينص هذا القانون على ان: مجموع المركبات المماسية للحث المغناطيسي حول مسار مغلق يساوي النفاذية المغناطيسية (magnetic permeability) في الهواء μ_o مضروب في التيارالكلي I خلال المسار. يعتبر قانون امبير الدائري هو نظير قانون كاوس في الكهربائية المستقرة .

(7 – 7) معادلات المجال : *The Field Equations*

قد تولد مادة معينة مثل الحديد مجال مغناطيسي سواء لكونها ممغنطة او لانها تحمل تيار حقيقي وسنرى مساهمة مادة ممغنطة J_M في تكوين المجال المغناطيسي على معادلات المجال للتيارات .

في حالة وجود مادة مغناطيسية يضاف الحد J_M الى المعادلة اي ان :-

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o (J_F + J_M) \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

حيث J_M : هي كثافة تيار التمغنط و J_F : كثافة التيار الحقيقي (الاصلي) .

$$but: \ \vec{J}_M = \vec{\nabla} \times \vec{M} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$$

وبتعويض (2) في (1) نحصل على :

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o\left(J_F + \vec{\nabla} \times \vec{M}\right) = \mu_o J_F + \mu_o \vec{\nabla} \times \vec{M}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \mu_o \vec{\nabla} \times \vec{M} = \mu_o J_F$$

$$\vec{\nabla} \times \left(\vec{B} - \mu_o \vec{M}\right) = \mu_o J_F \ \Rightarrow \vec{\nabla} \times \left(\frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}\right) = J_F$$

$$but: \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = J_F \ldots\ldots\ldots.(3)$$

تسمى H شدة المجال المغناطيسي ووحداتها نفس وحدة التمغنط amp/m وهو متجه مغناطيسي مساعد وجد لحل مشاكل التكامل لمسائل الحث المغناطيسي . وفي الفراغ تكون المعادلة :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_o}, \Rightarrow \ \vec{B} = \mu_o \vec{H}$$

ان معادلة (3) تثبت ان المتجه المغناطيسي المساعد H يرتبط بكثافة التيار الحقيقي J_F من خلال التفافه وهذه الحالة تشبه الحالة الكهروستاتيكية حيث يكون المتجه المساعد D يرتبط بكثافة الشحنة الحرة من خلال تباعد الازاحة. بأخذ التكامل السطحي لمعادلة(3) :

$$\oint_S \vec{\nabla} \times \vec{H}.\hat{n}\, da = \oint_S \vec{J}.\hat{n}\, da$$

وباستخدام نظرية ستوكس نحول الطرف الايسر من المعادلة الى تكامل خطي :

$$\oint_S \vec{\nabla} \times \vec{H}.\hat{n}\, da = \oint_C \vec{H}\,.\,d\vec{\ell}$$

$$\therefore \ \oint_C \vec{H}.d\vec{\ell} = \oint_S \vec{J}.\hat{n}da\,, \ \ but: \ \oint_S \vec{J}.\hat{n}da = I$$

$$\boxed{\therefore \ \oint_C \vec{H}.d\vec{\ell} = I}$$

والمعادلة الاخيرة تشير الى ان التكامل الخطي للمركبة المماسية لشدة المجال المغناطيسي حول مسار مغلق (C) يساوي التيار الكلي الذي ينتقل خلال المساحة المحاطة بالمنحني المغلق C .

(8 - 7) الفيض المغناطيسي : *Magnetic Flux*

لوكان لدينا سطح مغلق ويوجد فيه مجال مغناطيسي B اي وجود فيض مغناطيسي اي ان :-

$$\emptyset = \oint_S \vec{B}.dS$$

وهي مجموع المركبات العمودية لـ B باتجاه S .

وباستخدام نظرية التباعد يصبح لدينا :

$$\oint \vec{B}.\hat{n}\,da = \int_V \vec{\nabla}.\vec{B}dV = \emptyset$$

$$but: \quad \vec{\nabla}.\vec{B} = 0 \rightarrow \emptyset = 0$$

اي ان الفيض المغناطيسي خلال اي سطح مغلق يساوي صفر ومعنى ذلك ان اي مجال مغناطيسي يدخل فانه يخرج ولايبقى منه شئ .

(9 – 7) الحث الكهرومغناطيسي : *Electromagnetic Induction*

لقد وجد تاثير للفيض المغناطيسي في تجارب فاراداي حيث لاحظ هو والعالم هنري توليد ق . د . ك محتثة نتيجة تغير الفيض المغناطيسي مع الزمن وهذا التغير يحدث في العمليات التالية :-

1- قد تكون الدائرة متحركة في مجال مغناطيسي غير منتظم .
2- قد تكون الدائرة متحركة باستمرار.
3- قد يكون المجال متغير مع الزمن.

ان التغير الحاصل في الفيض المغناطيسي خلال دائرة كهربائية يكون مصحوب بتوليد ق . د . ك محتثة ضمن هذه الدائرة تعطى بالعلاقة :

$$\varepsilon = -\frac{d\phi}{dt}$$

وتسمى هذه العلاقة بقانون فاراداي في الحث الكهرومغناطيسي وهو قانون تجريبي . وظهور الاشارة السالبة تعني ان القوة الدافعة الكهربائية المحتثة تكون بالاتجاه الذي يعمل على معاكسة التغير الذي تسبب في توليدها او ان التغير في الفيض المغناطيسي يولد تأثير يقاوم المسبب للتغيير (حسب قانون لنز).

عند تقريب القطب الشمالي لمغناطيس في ملف بصورة عمودية يؤدي الى تولد تيار يقاوم هذا التغيير.

$$\phi = \oint B.dS, \Rightarrow \varepsilon = -\frac{d}{dt}\oint B.dS$$

اذا كانت الدائرة متماسكة وثابتة في موضعها. اما اذا كانت B دالة للموضع والزمن معا ، يتحول من تفاضل كلي الى جزئي :

$$\varepsilon = -\oint \frac{\partial}{\partial t} B.dS = \oint E.dl$$

$$\oint E.dl = -\oint \frac{\partial B}{\partial t}.dS$$

باستخدام نظرية ستوكس نحصل على :-

$$\oint_S \vec{\nabla} \times \vec{E}.dS = -\oint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}.dS$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

وهي الصيغة التفاضلية لقانون فاراداي في الاوساط غير المتحركة وللمتحركة تكون المعالجة اصعب .

(7 – 10) التاثرية المغناطيسية والنفاذية المغناطيسية :

Magnetic Susceptibility and magnetic Permeability

ان العلاقة بين M وأحد متجهات المجال المغناطيسي H تعتمد على طبيعة المادة المغناطيسية . وتكون العلاقة علاقة خطية تقريبا لصنف واسع من المواد . فأ ذا كانت المادة متساوية الاتجاه (اي ان H,M بنفس الاتجاه) وخطية فأن

$$M = \chi_m \mathrm{H}$$

حيث χ_m هي التاثرية المغناطيسية *magnetic susceptibility* او قابلية التمغنط وهي خالية من الوحدات .

اذا كانت $\chi_m > 0$ اي موجبة تسمى المادة بارامغناطيسية ووجودها يؤدي الى تقوية الحث المغناطيسي . اما اذا كانت $\chi_m < 0$ اي سالبة تسمى المادة دايامغناطيسية ووجودها يؤدي الى ضعف الحث المغناطيسي . وفي الفراغ $\chi_m = 0$

ان العلاقة الخطية بين H,M تدل ضمنا على العلاقة بين B,H وهي علاقة خطية ايضا :

$$B = \mu H \ldots\ldots..(1)$$

حيث µ هي النفاذية المغناطيسية *magnetic permeability* ولايجاد قيمتها نتبع الخطوات الاتية:-

$$H = \frac{B}{\mu_o} - M \rightarrow H + M = \frac{B}{\mu_o}, \quad \therefore B = \mu_o(H + M) = \mu_o(H + \chi_m H)$$
$$= \mu_o(1 + \chi_m)H \ldots\ldots..(2)$$

بمقارنة (1) و(2) نحصل على:

$$\therefore\ \mu = \mu_o(1 + \chi_m)$$

في الفراغ :- $\mu = \mu_o$ $\chi_m = o$ *then* لذلك النفاذية المغناطيسية النسبية :- $K_m or \mu_r = \frac{\mu}{\mu_o}$ وهي خالية من الوحدات.

تكون K_m اقل من الواحد للمواد البارامغناطيسية ولكن تعتمد على معكوس درجة الحرارة المطلقة وتكون K_m اقل من الواحد للمواد الدايامغناطيسية ولكن لاتعتمد على درجة الحرارة وتكون K_m اكبر من الواحد للمواد الفيرومغناطيسية والتي تشكل نوع من المواد المغناطيسية تتميز بقدرتها على اكتساب تمغنط دائمي وبتاثرها الشديد على الحث المغناطيسي. ان المواد الفيرومغناطيسية ليست خطية ولهذا السبب لايصح تطبيق المعادلتين:

$$M = \chi_m H, \quad and \quad B = \mu H$$

والذي يكون فيها M و χ_m ثابتين .

(11 – 7) كثافة الطاقة المغناطيسية :- *Magnetic Energy Density*

$$W_B = \frac{1}{2}\int_V H.B\, dV$$

تشبه هذه المعادلة صيغة الطاقة الكهروستاتيكية : $W = \frac{1}{2}\int_V D.E dV$. اي ان الطاقة المغناطيسية موزعة بكثافة قدرها : $(\frac{1}{2}(H.B))$

$$W_B = \frac{dW_B}{dV} = \frac{1}{2}\mathrm{H.B} \quad ,\mathrm{but} \quad \mathrm{B} = \mu\mathrm{H} \quad \mathrm{then:} \quad W_B = \frac{1}{2}\mu \mathrm{H}^2$$

وهذه المعادلة تخص الاوساط المادية ذات الخواص الخطية المتساوية الخواص في كل الاتجاهات . وفي الفراغ :

$$W_B = \frac{1}{2}\mu_o \mathrm{H}^2$$

(12 – 7) تعميم قانون امبير وتيار الازاحة :-

Generalization of Amperes law and Displacement current

من قانون امبير:

$$\nabla \times \mathrm{H} = \mathrm{J} \quad \mathrm{and} \quad \nabla.\nabla \times \mathrm{H} = \nabla.\mathrm{J},$$

ولكن تباعد التفاف اي قيمة= صفر $\therefore \quad \nabla.\nabla \times H = 0\,, \quad \nabla.J = 0 \,\ldots\ldots.(1)$

ولكن من معادلة الاستمرارية :-

$$\nabla.\mathrm{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \ldots\ldots.(2)$$

ونتيجة لهذا التناقض او الاختلاف بين المعادلتين (1) و(2) اضاف ماكسويل تيار اخر هو تيار الازاحة الناتج من تغير المجال مع الزمن والذي يعطى بالمعادلة :

$$J_d = \frac{\partial D}{\partial t} = \epsilon_o \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\therefore\ \nabla.\nabla\times H = \nabla.J + \nabla.J_d$$

$$\therefore\ \nabla\times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

وهي احدى معادلات ماكسويل , ان ادخال الحد الثاني من الطرف الايمن يطلق عليه تيار الازاحة يمثل احدى الاضافات التي اضافها ماكسويل للنظرية الكهرومغناطيسية . اي ان المجال المغناطيسي لاينشأ عن وجود تيار التوصيل الاعتيادي وانما ينشأ عن وجود مجال كهربائي متغير كما هو الحال في تغير المجال الكهربائي بين لوحي متسعة في حالة شحنها او تفريغها .

(13 – 7) معادلات ماكسويل : *Maxwell Equations*

من المعلوم ان مجال مغناطيسي متغير يولد ق . د . ك محتثة او مايسمى بالحث الكهرومغناطيسي وان تغير المجال الكهربائي يولد مجال مغناطيسي , ومن هذه المبادئ تمكن ماكسويل من وضع فروض نظريته ومعادلات هي خلاصة الدراسات التي قام بها كاوس وفاراداي وامبير والتي تعد من الانجازات العلمية الكبيرة لكونه الاساس الذي تعمل بموجبه الاجهزة الكهرومغناطيسية مثل المحركات واجهزة البث والتسلم والحاسبات

1- عندما تكون المجالات متغيرة مع الزمن اي ان : *B=B(t)*, *E=E(t)* تكون معادلات ماكسويل كالاتي :

الصيغة التفاضلية	الصيغة التكاملية
1) $\nabla\times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$	$\oint H.d\ell = \oint_S \left(J + \frac{\partial D}{\partial t}\right).ds$
2) $\nabla\times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$	$\oint E.d\ell = \oint_S -(\frac{\partial B}{\partial t}).dS$
3) $\nabla.D = \rho$	$\oint_S D.dS = \int_V \rho dV$
4) $\nabla.\mathrm{B} = 0$	$\oint_S B.dS = 0$

المعادلة الاولى تمثل قانون امبير والمعادلة الثانية تعبر عن قانون فاراداي والمعادلة الثالثة تمثل قانون كاوس والمعادلة الرابعة هي تعبير عن عدم وجود قطب مغناطيسي واحد .

اما في حالة كون المجالات ثابتة وغير متغيرة مع الزمن مثل $B \neq B(t)$, $\mathrm{E} \neq \mathrm{E(t)}$ فان المعادلات رقم (1) و (2) ستصبح :

$$\nabla\times H = J \quad and\ \nabla\times E = 0$$

2- معادلات ماكسويل في الفراغ حيث $J = 0$, $\rho = 0$ تعطى بالشكل الاتي:

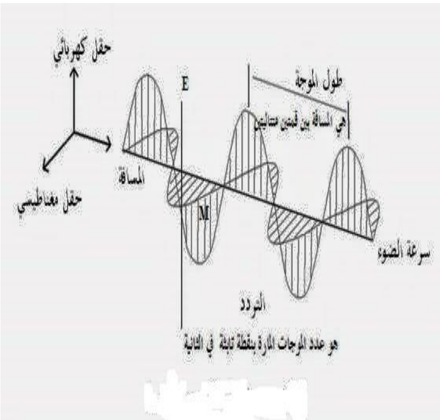
الصيغة التكاملية	الصيغة التفاضلية
$\oint H.d\ell = \oint_S \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right).ds$	1) $\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t}$
$\oint E.d\ell = \oint_S -(\frac{\partial B}{\partial t}).dS$	2) $\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t}$
$\oint_S D.dS = 0$	3) $\nabla.D = 0$
$\oint_S B.dS = 0$	4) $\nabla.\mathrm{B} = 0$

(7 – 14) الموجة الكهرو مغناطيسية : *Electromagnetic Wave*

تعتمد نظرية ماكسويل على مبدأين اساسيين :

1- المجال الكهربائي المتغير مع الزمن في الفضاء ينتج مجال مغناطيسي عمودي عليه ومتفق معه في الطور.
2- المجال المغناطيسي المتغير مع الزمن في الفضاء ينتج مجال كهربائي يكون ايضا عمودي عليه وبنفس الطور.

وبناء على هذين المبدأين فان المجالين الكهربائي والمغناطيسي ينتشران في الفضاء من نقطة الى اخرى وهما متلائمان ومتفقان بالطور وعموديان على خط انتشارهما مكونان مايسمى بالموجة الكهرومغناطيسية . كما توصل ماكسويل الى ان سرعة انتشار الموجات الكهرومغناطيسية في الفراغ تساوي سرعة انتشار الضوء ($3\times10^8 m/sec$) , كما تتوزع طاقة الموجة الكهرومغناطيسية المنتشرة في الفراغ بصورة متساوية بين المجالين الكهربائي والمغناطيسي. اما في الاوساط المادية فسرعة انتقال الموجة الكهرومغناطيسية تعتمد على الخواص الكهربائية والمغناطيسية لذلك الوسط.



$$E = \hat{i}E_o e^{i(\omega t + kz)} \quad (x - direction)$$

$$H = \hat{j}H_o e^{i(\omega t + kz)} \quad (y - direction)$$

وعليه يكون انتشار الموجة باتجاه $z -$.

ومن اهم تطبيقات معادلات ماكسويل هو استخدامها في اشتقاق معادلة الموجة

اشتقاق معادلة الموجة العامة :-

اولا : بدلالة المجال الكهربائي *(E)* :-

$$\nabla \mathrm{X} \mathrm{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

بأخذ الالتفاف للطرفين :

$$\nabla X \nabla X E = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times B = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times H$$

من المتطابقة (حفظ) $\nabla \mathrm{X} \nabla \mathrm{X} \mathrm{E} = \nabla(\nabla . E) - \nabla^2 E$

$$as: \quad \nabla \times H = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\therefore \quad \nabla.(\nabla.\mathrm{E}) - \nabla^2 E = -\mu \frac{\partial}{\partial t}\left(J + \frac{\partial D}{\partial t}\right)$$

$$but: \quad J = gE, \quad and \quad D = \in E$$

$$\nabla.(\nabla.E) - \nabla^2 E = -\mu \frac{\partial}{\partial t}\left(gE + \in \frac{\partial E}{\partial t}\right) = -\mu g \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

وعند تطبيق هذه المعادلة على فضاء شحنته طليقة حرة بحيث $\nabla . D = 0$ نحصل على فضاء خالي من الشحنات $\nabla.\mathrm{E} = \frac{\rho}{\in_o} = 0,$

$$\rho = 0$$

$$-\nabla^2 E = -\mu g \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 E - \mu g \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

اشتقاق معادلة الموجة في الفراغ :-

$$\nabla \times \mathrm{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}$$

بأخذ الالتفاف للطرفين :

$$\nabla \times \nabla \times E = -\frac{\partial}{\partial t} \nabla \times B = -\mu \frac{\partial}{\partial t} \nabla \times H$$

من المتطابقة (حفظ) $\nabla \times \nabla \times \mathrm{E} = \nabla(\nabla . E) - \nabla^2 E$

$$as: \quad \nabla \times B = \mu_o \frac{\partial D}{\partial t} = \mu_o \in_o \frac{\partial E}{\partial t}$$

$$\therefore \quad \nabla.(\nabla.E) - \nabla^2 E = -\mu_o \in_o \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad , \quad but: \ \nabla.E = 0$$

$$\nabla^2 E = \mu_o \in_o \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\therefore \ \nabla^2 E - \mu_o \in_o \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0$$

وهي معادلة الموجة التفاضلية في الفراغ.

$$also: \quad \nabla^2 B = \mu_o \in_o \frac{\partial^2 B}{\partial t^2}, \quad and \quad \frac{1}{C^2} = \mu_o \in_o \quad therfore \quad \nabla^2 E = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 B = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 B}{\partial t^2}$$

مثلا اذا اعطي لك المجال بدلالة العلاقة :-

$$E(r,t) = E_o e^{-i\omega t}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = E_o e^{-i\omega t}(-i\omega) = -i\omega E, \quad and \quad \frac{\partial^2 E}{\partial t} = E_o e^{-i\omega t}(i\omega)^2 = -\omega^2 E$$

وعليه تصبح المعادلة العامة :- بعد تعويض الاشتقاقات اعلاه في المعادلة العامة.

$$\nabla^2 E - g\mu \frac{\partial E}{\partial t} - \mu \in \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad therore \quad (\nabla^2 E_o + ig\mu\omega E_o + \omega^2 \in \mu E_o)e^{-i\omega t} = 0$$

$$\therefore \ (\nabla^2 E \ + ig\mu\omega E \ + \omega^2 \in \mu E \ ) = 0$$

مثال/ اذا كان المجال الكهربائي معطى بالعلاقة الاتية : $E = E_S e^{+i\omega t}$ باتجاه محور z اوجد معادلة الموجة في الفراغ.

الحل / من معادلة الموجة في الفراغ بدلالة المجال الكهربائي: $\nabla^2 E = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{C^2}\frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} = i\omega E_s e^{i\omega t}, \quad and \quad \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = iwiwE_s e^{i\omega t} = -\omega^2 E_s e^{i\omega t}$$

$$\therefore \ \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{-\omega^2}{C^2} E_s e^{i\omega t}$$

(15 – 7) خواص الموجة الكهرومغناطيسية : *The Properties Of Electromagnetic Wave*

1- تنتقل الموجة الكهرومغناطيسية في الفراغ بسرعة الضوءاما في الاوساط المادية فتعتمد على الخواص الكهربائية والمغناطيسية لذلك الوسط.
2- المجالان الكهربائي والمغناطيسي يتذبذبان بطور واحد وبصورة عمودية على بعضهما في الفضاء وعموديان على خط انتشارهما.
3- طاقة الموجة الكهرومغناطيسية تتوزع بين المجالين الكهربائي والكهرومغناطيسي بصورة متساوية.
4- عند اصطدامهما بمادة قد تتحول الى طاقة (حرارية ، كهربائية او ميكانيكية .... الخ)
5- للطاقة مظاهر متعددة (ضوئية ، حرارية ،وهذا ناتج عن اختلافها بالتردد او الطول الموجي)

ان مدى اطوالها يمتد من الموجات ذات الاطوال الموجية الاطول (الموجات الراديوية) الى الموجات ذات الطول الموجي الاقصر (موجات كاما) .

↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
الموجات الراديوية	الموجات المايكروية	الاشعة تحت الحمراء(*IR*)	الضوء المرئي *visible light*	الاشعة فوق البنفسجية (*UV*)	الاشعة السينية *X-Ray*	اشعة كاما $\gamma - ray$

س / اثبت ان تباعد متجه كثافة الفيض المغناطيسي يساوي صفر ($\nabla.\mathrm{B} = 0$), او هل للمغناطيس قطب واحد ؟ اثبت ذلك رياضيا .

الحل /

$$B(r_2) = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \frac{J(r_1) \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} dV_1$$

بأخذ التباعد للطرفين :

$$\nabla.\mathrm{B} = \frac{\mu_o}{4\pi}\int \nabla.\left[\frac{J(r_1) \times (\vec{r}_2 - \vec{r}_1)}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}\right] dV_1$$

حسب الفرضية:

$$\nabla.(\mathrm{A} \times \mathrm{B}) = \mathrm{B}.\nabla \times \mathrm{A} - \mathrm{A}.\nabla \times \mathrm{B}, \;\; \mathrm{as}: \vec{J}(\mathrm{r}) = \mathrm{A} \;\; \mathrm{and} \;\; \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = \mathrm{B}$$

$$\vec{\nabla}.\vec{J}(r_1) \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}.\vec{\nabla} \times \vec{J}(r_1) - \vec{J}(r_1).\vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3}$$

ولكن $\vec{\nabla} \times \vec{J}(r_1) = 0$ لان ∇ توخذ الى r_2 وليس الى r_1 اذن ثابتة ومشتقة الثابت صفر وكذلك -:

$$\vec{\nabla} \times \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|^3} = 0 \quad as\ we\ proved\ befor\ that\ \nabla \times \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|^3} = 0$$

تم اثباته في الفصل الاول اذن -:

$$\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$$

هذايعني انه لايوجد مصدر منفرد للمغناطيسية ، اي عدم وجود قطب شمالي منفرد او جنوبي ،فاذا وجد احدهما وجد الاخر ذاتيا.