الفصل الأول

تفاعل الإشعاع مع المادة

تمهيد لبعض المفاهيم الاساسية

الليزر : LASER كلمة مأخوذة من عبارة

"Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation."

أي تضخيم الضوء بواسطة الانبعاث المحفز للإشعاع .

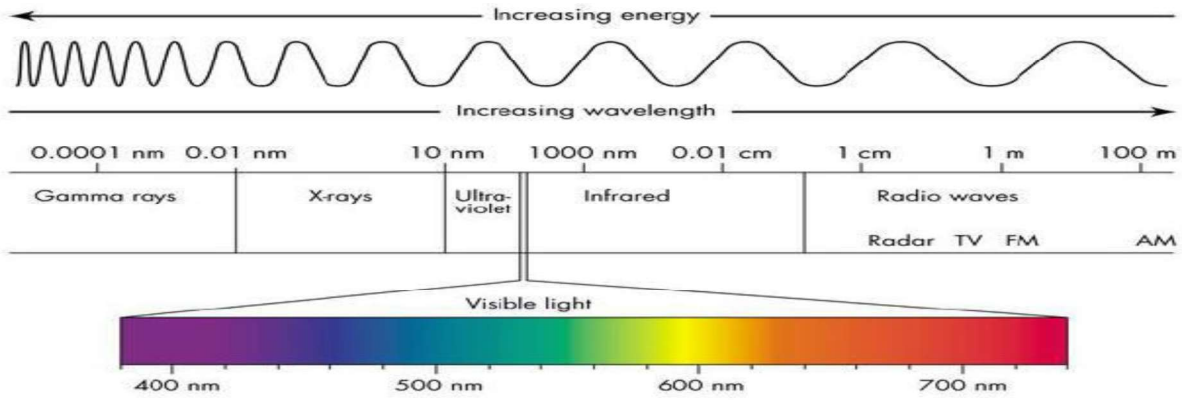
يعتبر الليزر واحد من أنجح الحلول ، ويعرف بـــ "حل يبحث عن مشـكلة". وهو تطبيق أســاســي في مختلف المجالات المدنية والعسكرية. حيث يستخدم في الطب والصناعة والاتصالات بالألياف البصرية وتكنولوجيا المعلومات والالكترونيات الاستهلاكية. نتيجة للتطور العلمي والتكنولوجي الســريع الذي شــهدناه في مختلف مجالات الحياة البشــرية ، والذي أدى إلى ظهور تحديات ومشاكل جديدة نتيجة لهذا التطور، أصبح من الضروري إيجاد حلول علمية وعملية متقدمة لحل تلك المشاكل والتحديات.

قام ثيودور ميمان بتشــغيل أول ليزر في 16 مايو 1960 في مختبر هيوز للأبحاث في كاليفورنيا ، من خلال إضاءة مصباح فلاش عالي الطاقة على قضيب ياقوت ذات أسطح مغطاة بالفضة.

الليزر هو إشعاع كهرومغناطيسي تتساوى فوتوناته في التردد وتتطابق في جهة الموجة ، حيث تتداخل موجات الفوتونات بشكل بنّاء في حزمة ذات طاقة عالية مع تماسك(تشاكه) زماني ومكاني وبزاوية انفراج صغيرة جدًا. يمكن ترتيب شعاع الليزر الناتج في موجات مستمرة أو نبضات ذات تردد عال ومدة نبض قصيرة جدًا. حجم بقعة حزمة الليزر تتراوح من عُشر قطر شعرة الإنسان إلى قطر مبنى كبير جداً.

طيف اشعة الليزر والأطوال الموجية

يعتمد لون شــعاع الليزر على طول الموجة ، والذي يمكن تغييره بدقة حيث تتراوح الأطوال الموجية التي يمكن الحصــول عليها من أشــعة الميكروويف (1.25 ســم تســمى ميزر) ، والأشــعة تحت الحمراء ، والضــوء المرئي ، والأشــعة فوق البنفسجية ، ثم الأشــعة السينية، كما هو موضح في الشكل (1-1).



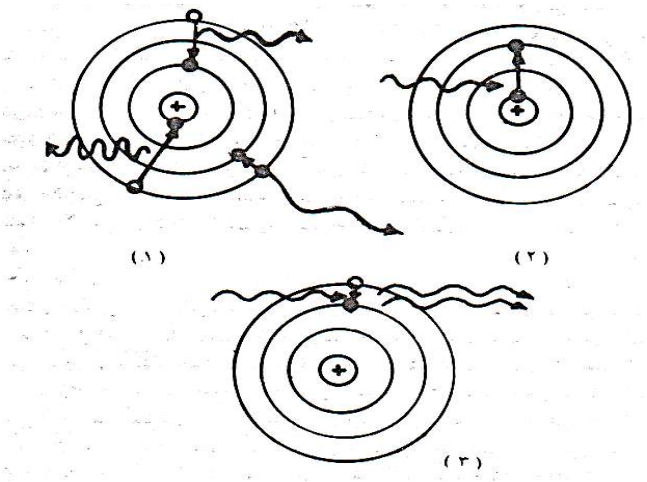
شكل 1-1 طيف الاشعاع الكهرومغناطيسي

Region	Wavelentgh λ (nm) $1nm = 10^{-9}\ m$	Frequency $v = c/\lambda$ (Hz)	$E = hv$ $1\ ev = 1.6 \times 10^{-19}\ J$
Radio	$> 10^8$	$< 3 \times 10^9$	$< 10^{-5}$
Microwave	$10^8 - 10^5$	$3 \times 10^9 - 3 \times 10^{12}$	$10^{-5} - 0.01$
Infrared	$10^5 - 700$	$3 \times 10^{12} - 4.3 \times 10^{14}$	$0.01 - 2$
Visible	700 - 400	$4.3 \times 10^{14} - 7.5 \times 10^{14}$	$2 - 3$
Ultraviolet	400 - 1	$7.5 \times 10^{14} - 3 \times 10^{17}$	$3 - 10^3$
X ray	$1 - 0.01$	$3 \times 10^{17} - 3 \times 10^{19}$	$10^3 - 10^5$
Gamma (γ) ray	< 0.01	$> 3 \times 10^{19}$	$> 10^5$

بنفسجي	نيلي	ازرق	اخضر	اصفر	برتقالي	احمر
400 nm	440 nm	470 nm	530 nm	580 nm	620 nm	700 nm

Table (1-1): The wavelength and energy for several spectrum regions

وضع العالم اينشتاين في بداية القرن العشرين الاساس النظري لعملية انتاج اشعة الليزر ولكن الاستفاده بتطبيقه عمليا لم يأتي الا بعد اربعين عام ، حيث ان الليزر ناتج من عملية الانبعاث المحفز لذرات اوجزيئات وسط معين ويبين الشكل 1-2 : (1): ان الذرة او الجزيئة المتهيجة تبعث تلقائيا (بدون مؤثر خارجي) اشعاعا كهرومغناطيسيا عشوائي في الاتجاه والطور من اجل العودة الى وضع الاستقرار الذي تكون فيه طاقة الذرة اقل مايمكن أي ان الكترون الذرة في مستوى الطاقه الارضي لايفقد ولا يمتص طاقه عند دورانه في هذا المدار تكفي لارتقائه الى مستوى أعلى.



شكل 1-2 : (1)عملية الانبعاث الذاتي العشوائي (2) عملية امتصاص لفوتون ساقط (3) عملية الانبعاث المحفز

ولكي تكون الذرة مهيجة لابد ان تمتص مقدارا من الطاقة على شكل شعاع كهرومغناطيسي(فوتونات) ينتقل فيه الكترون الذرة من مستوى طاقة اوطأ (المستوى الارضي) الى مستوى اعلى بالطاقة وتسمى تلك بعملية الامتصاص لاحظ الشكل 1-2 : (2). وهنالك طرق مختلفه لتحريض او لاثارة الالكترون في الذره كالتصادم المتكرر نتيجة زيادة درجة حرارة الغاز مثلا ،وتدعى طرق التحريض هذه بطريقة الضخ (أي ضخ ذرات الماده من المستويات الواطئه لها عموما الى المستويات الاعلى منها) ومعظم هذه الطرق مستخدمه في عمل انبعاث اشعة الليزر.

وعندما تكون الذره متهيجه فانها ستحاول العودة الى موضع الاستقرار عن طريق انتقال الالكترون من مستوى طاقه عالي الى مستوى طاقه واطئ يصاحبها انبعاث طاقه (فوتونات) لاحظ الشكل 1-2 : (3) تدعى تلك بعملية الانبعاث وهي على نوعين :

1- انبعاث تلقائي :

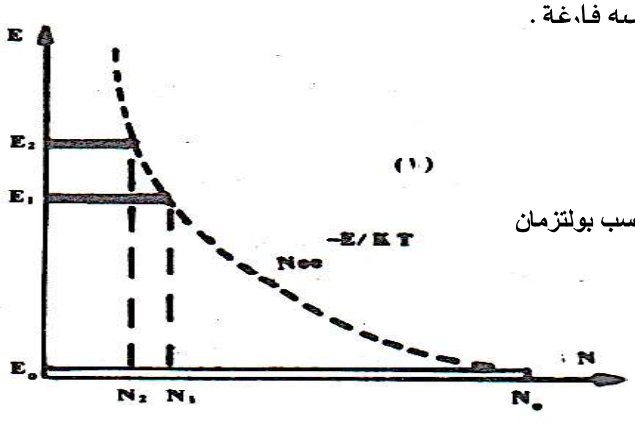
هو الانبعاث الذي يحصل عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقه عالي إلى مستوى طاقه واطئ بصوره تلقائيه وبدون مؤثر خارجي ونتيجة للانتقال التلقائي هذا فأن الذره ستبعث فوتون ذو طاقه مساويه لفرق الطاقه بين المستويين.ان جميع مصادر الضوء التقليديه كمصباح بخار الصوديوم، أو بخار الزئبق تعمل على اساس الانبعاث التلقائي.

2- الانبعاث المحفز

يتم هذا الانبعاث عن طريق تحفيز الذره وهي في المستوى المتهيج لكي تنتقل الى مستوى طاقة اوطأ ويتم ذلك بواسطة اصطدام هذه الذره بفوتون له طاقه مساوية تماما الى فرق الطاقة بين المستويين مما يؤدي الى انبعاث فوتون ثان له نفس التردد ونفس الطور للفوتون المحفز. وسنتطرق لاحقا بشيء من التفصيل الى هذين الانبعاثين وصفاتهما . وعموما ان احتمالية حدوث الانبعاث المحفز في وسط ذري او جزيئي في حالة التوازن تكون ضعيفة حيث ان الصعوبه في حالة الموجات المرئية تقع في تأهيل المستوى الذي سيحفز ومع تطور فكرة التأهيل العكسي وتقنية تنفيذه اصبح بالامكان تطبيق فكرة الانبعاث المحفز في مدى الضوء المرئي والحصول على الليزر.

دالة التوزيع لبولتزمان

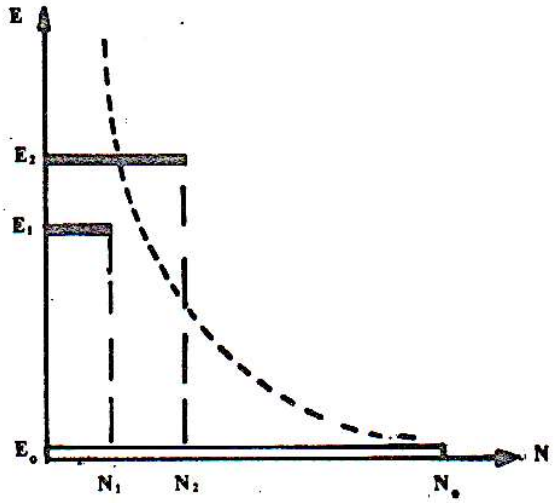
عندما يكون النظام الذري او الجزيئي لوسط معين في حالة توازن ثرموداينميكي ، مثلا غاز بدرجة حرارة T فان ذرات الوسط (او جزيئاته) تتوزع على مستويات الطاقة وفق دالة توزيع معينة تدعى دالة التوزيع لبولتزمان حيث تتناقص عدد الجزيئات المتواجدة في وحدة الحجم في مستوى ما (يدعى بتأهيل المستوى N) مع الزيادة في طاقة المستوي وكما موضح في الشكل 1-3 . فكلما كانت فاصلة الطاقة بين مستويين اكبر (طول الموجة لها تكون اصغر $E = h\nu = hc/\lambda$) كلما كان الفرق في تأهيل المستويين اكبر. لمثل هذه الاوساط وفي درجة حرارة الغرفة يمكن اعتبار جميع ذرات الوسط (او جزيئاته) تقريبا في المستوى الارضي (E_0) اوطأ مستوى للطاقة) وان المستويات الاعلى منه تكون شبه فارغة .



شكل 1-3 التأهيل الطبيعي لمستويات الطاقة حسب بولتزمان

التأهيل العكسي

في الاوساط التي يكون فيها فاصل الطاقة بين مستويات ذراتها او جزيئاتها كبير نسبيا (طول الموجة يقع في المدى المرئي) يكون تأهيل المستوى الاعلى صغير واحنمالية حدوث عملية الانبعاث المحفز واطئة . ولتنشيط هذه العملية بين مستويين للطاقة يجب ضخ الطاقة الى النظام بشكل يجعل تأهيل المستوى الاعلى اكثر من المستوى الاوطأ منه . اي الأخلال بحالة التوازن وبالتالي يتحقق التأهيل العكسي بين المستويين كما في الشكل 1-4. فاذا تم تسليط شعاع كهرومغناطيسي بتردد يناسب فرق الطاقة بين هذين المستويين ستبدأ عملية الانبعاث المحفز وسيتضخم الاشعاع الساقط وعندها لا يمكن تطبيق قو انين الاتزان الثرموداينميكي على هذا النظام .



شكل 1-4 التأهيل العكسي

المرنان البصري

تجويف رنيني الغرض منه تقوية التذبذب وتغذيته والعمل على ديمومته وهو جزء ضـــروري في جهاز الليزر حيث يوضـــع الوســـط الليزري في داخله . حيث ان ارتداد الاشـــعة ذهابا و ايابا (بســـب المرايا المكونة له) يؤدي الى تكوين الموجات الو اقفة التي تمنح فرصـة تزويد الوسـط نفسـه بنفسـه (التغذية الاسـترجاعية) بالفوتونات المطلوبة لعملية الانبعاث المحفز. ولمرنان الليزر تصـاميم معينة غير مغلقة وسـنتطرق لانواعه ومميزات كل نوع لاحقا .

أشعاع الجسم الاسود Black Body Radiation

الجسم الاسود عبارة عن تجويف مملوء بوسط عازل متجانس الصفات وجدرانه التي عند درجة حرارة معينة T سوف تبعث اشعاع كهرومغناطيسي باستمرار كما انها تستلم ما يسقط عليها من اشعاع كهرومغناطيسي فاذا تساوى معدل الانبعاث مع معدل الامتصاص يتحقق شرط التوازن عند اي موضع داخل التجويف او عند جدرانه ويطلق على اشعاع هذا التجويف باشعاع الجسم الاسود . معامل الامتصاصية A يعطى بالعلاقة

Absorption coefficient (A) = absorption rate (a) / emission rate (e)

For black body A=1 because a = e

يمتاز سطح الجسم الاسود بما يلي :

1. يمتص جميع الاشعة الساقطة عليه
2. يبعث اشعاع بأقصى شدة وبجميع الاتجاهات والاطوال الموجية

تم تطوير نظرية توزيع الطاقة لإشعاع الجسم الأسود من قبل العالم بلانك وظهرت لأول مرة في عام 1901. حيث أفترض بلانك أن الطاقة يمكن أن تمتص أو تنبعث فقط في وحدات منفصلة أو فوتونات محملة بالطاقة

$$E = h\nu$$

The constant of proportionality is h = 6.625 × 10−34 J s.

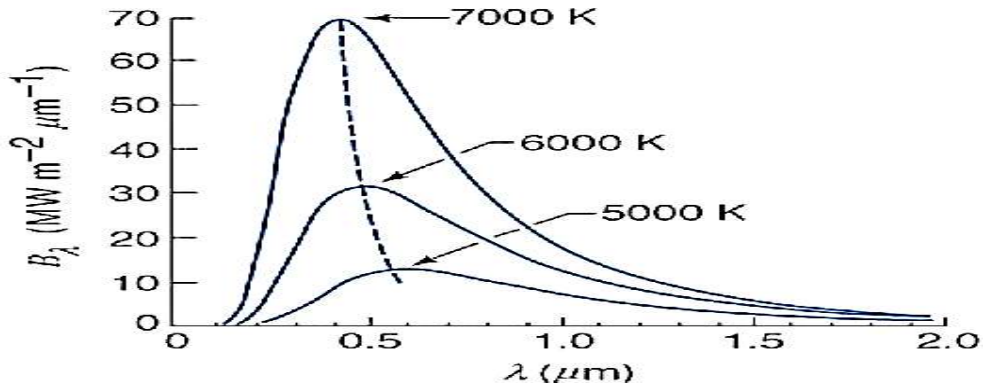
وقد اوضح بلانك أن شدة الإشعاع المنبعث من الجسم الأسود تعطى بواسطة دالة بلانك Planck function B_λ

$$B_\lambda = \frac{c_1 \ \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{c_2}{\lambda T}\right) - 1}$$

where c_1 and c_2 are constants

$$c_1 = 2\pi hc^2 = 3.74 \times 10^{-16}\, Wm^{-2} \qquad and \qquad c_2 = hc/k = 1.44 \times 10^{-2}\, mK$$

وعند سم Planck function B_λ كدالة ذات طول موجي على مقياس خطي ، فإن الطيف الناتج من الشدة أحادية اللون يظهر المنحني الموضح في الشكل ادناه



شكل (1-5) انبعاث الجسم الأسود (دالة بلانك) لدرجات الحرارة المطلقة كما هو محدد ، تم رسمها كدالة لطول الموجة

قانون فين للإزاحة The Wien's Displacement Law

قام العالم الفيزيائي الألماني فلهلم فيين بوضعه وينص على:

" ان انزياح قمم توزيع الاطوال الموجية للأشعة الحرارية الصادرة من جسم أسود نحو أطوال موجة قصيرة مع ارتفاع درجة حرارة الجسم الأسود"

والصيغة الرياضية لقانون فين كالآتي:

$$\lambda_m = \frac{0.0029}{T}$$

Where λ_m is expressed in meter and T in degrees kelvin.

فكلما ارتفعت درجة حرارة الجسم الأسود كلما انزاحت طول الموجة والتي عندها يصدر الجسم أقصى إشعاع له كما في الشكل (1-5). ولهذا يشع الحديد الساخن أشعة حمراء إلى أحمر غامق ، أما الحديد المنصهر فيشع أشعة في نطاق الضوء الأبيض.

مثال/ كم تبلغ درجة حرارة الشمس؟ اذا كان الطول الموجي لأقصى اشعاع شمسي يبلغ تقريبا 0.475 μm

Solution:

$$\lambda_m = \frac{0.0029}{T} \qquad T = \frac{0.0029}{\lambda_m} = \frac{0.0029}{0.475\times10^{-6}} = 6105\ K$$

قانون ستيفان - بولتزمان The Stefan-Boltzmann Law

تمّ اكتشاف هذا القانون تجريبيّاً على يد ستيفان عام 1879م، ثمّ برهنَهُ رياضياً بولتزمان عام 1884م . و ينص قانون ستيفان - بولتزمان على

"أنَّ شدة الطاقة الكاملة المنبعثة من الجسم الأسود (واط في الثانية لكل وحدة مساحة) تتناسب مع القوة الرابعة لدرجة حرارة الجسم (كلفن).

والصيغة الرياضية كالآتي:

$$I = P/A = \sigma T^4$$

where σ is a constant equal to $5.67 \times 10^{-8}\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$, P power and A area, I intensity

مثال / يبلغ نصف قطر فتيل السخان 2 مم وطوله 200 مم. إذا كانت درجة حرارة سطحه 2000 كلفن فما صافي القدرة المشعة؟

Solution:

$$I = P/A = \sigma T^4$$

• Surface area of cylinder is given by

$A = 2\pi r l = 2 \times 3.14 \times (2 \times 10^{-3}\ m) \times 0.2m = 2.51 \times 10^{-3}\ m^2$

$P = (5.67 \times 10^{-8})(2.51 \times 10^{-3})(2000)^4 = 2270\ W = 2.27\ kW$

حساب كثافة طاقة اشعاع الجسم الاسود ρ عند التوازن

ان كثافة طاقة اشعاع الجسم الاسود ρ عند التوازن تمثل مقدار الطاقة الموجودة في وحدة الحجم من التجويف ويعبر عنها بدلالة المجال الكهربائي E(t) والمجال المغناطيسي H(t) وتعطى بالعلاقة الأتية :

$$\rho = \frac{1}{2}\,\varepsilon\, E^2(t) + \frac{1}{2}\,\mu\, H^2(t)$$

حيث ان ε : السماحية الكهربائية μ : النفوذية المغناطيسية للوسط الذي يملأ التجويف .

ان طاقة اشعاع الجسم الاسود هي دالة للتردد ، اي ان طاقة الإشعاع الكهرومغناطيسي تتوزع على قيم مختلفة للتردد ويعرف هذا بتوزيع الطاقة الطيفي ρ_ν ويمثل المقدار $\rho_\nu d\nu$ كثافة طاقة الاشعاع في مدى تردد محصور بين ν و $\nu + d\nu$ وعليه تكون العلاقة بين ρ و ρ_ν كالاتي :

$$\rho = \int_0^x \rho_\nu d\nu$$

س/برهن ان دالة التوزيع الطيفي دالة عامة تعتمد فقط على تردد ودرجة حرارة التجويف ولا تعتمد على شكله او طبيعة جدرانه؟

البرهان:

باستعمال مبادئ الثرمو داينميك نفرض :

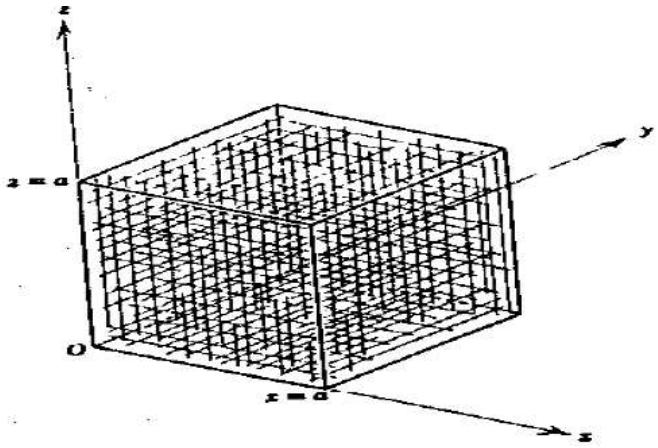
1. وجود تجويفين وبشكلين مختلفين
2. درجة حرارة جدران كل منهما T وتبقى هذه الدرجة منتظمة لكل منهما حيث يرتبط الاثنان بمنظم لدرجة الحرارة وليكن بدرجة T
3. ان كثافة الطاقة لتردد معين ν للتجويف الاول هي ρ'_ν وللتجويف الثاني ρ''_ν

فاذا كانت ρ'_ν اكبر او اصغر من ρ''_ν فذلك يعني وجود جريان للطاقة الكهرومغناطيسية من احدهما للأخر وذلك يخالف القانون الثاني للثرموداينمك وما دام التجويفين بدرجة حرارة واحدة فيجب ان تكون $\rho'_\nu = \rho''_\nu$ وكذلك تكون لجميع الترددات

س/ ما هو شكل دالة التوزيع الطيفي للدالة $\rho(\nu, T)$ ؟

ج/ استنادا لفرضية الضوء الكمي للعالم بلانك تم اشتقاق هذه الدالة ولما كانت الدالة ρ_ν لا تعتمد على شكل التجويف ولا على طبيعة المادة العازلة بداخله ، سنفرض :

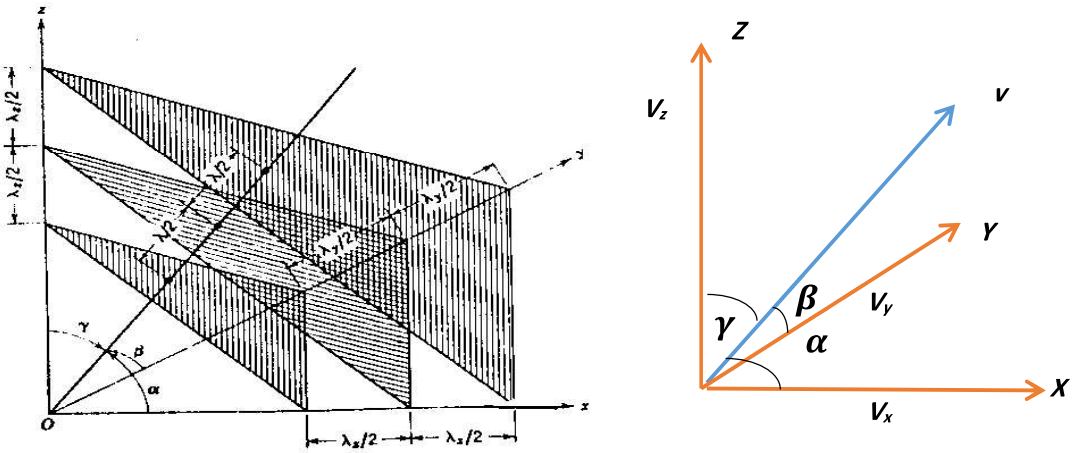
1- وجود تجويف بشكل مكعب طول ضلعه a كما في شكل 1-5 ذو جدران موصلة ومملؤة بانتظام بمادة عازلة



الشكل 1-5

2- لحساب ρ_ν نبدأ بحساب توزيع المجال الكهرومغناطيسي للموجات الو اقفة المتواجدة داخل التجويف والتي تحدث نتيجة للانعكاسات المتتالية عن الجدران ويمكن تحليل هذا التذبذب الى ثلاثة مركبات باتجاه الاحداثيات المتعامدة والتي تقع على امتدادها الأضلاع الثلاثة للتجويف ولتأخذ مثلا المركبة باتجاه المحور x فالموجة الو اقفة بهذا الاتجاه تشكل عقدة عند كل جدار مقابل ، اي عند الموضع x=0 والموضع x=a وكذلك الحال للمركبتين باتجاه y, z وبهذا يكون التذبذب بصيغ تحددها طول الموجة او التردد .

3- وجود شعاع طول موجته λ بتردد ν يسير باتجاه تحدده ثلاث زوايا هي α, β, γ يصنع مساره مع الاحداثيات الثلاثة على التوالي كما في الشكل 1-6 . وهذا الاشعاع يمثل موجة و اقفة ما دامت مركباته الثلاثة موجات و اقفة .



الشكل 1-6

$$v = c/\lambda$$

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{v} \rightarrow v_x = v\cos\alpha \rightarrow \frac{c}{\lambda_x} = \frac{c}{\lambda}\cos\alpha \quad \therefore \lambda_x = \frac{\lambda}{\cos\alpha}$$

$$\cos\beta = \frac{v_y}{v} \rightarrow v_y = v\cos\beta \rightarrow \frac{c}{\lambda_y} = \frac{c}{\lambda}\cos\beta \quad \therefore \lambda_y = \frac{\lambda}{\cos\beta}$$

$$\cos\gamma = \frac{v_z}{v} \rightarrow v_z = v\cos\gamma \rightarrow \frac{c}{\lambda_z} = \frac{c}{\lambda}\cos\gamma \quad \therefore \lambda_z = \frac{\lambda}{\cos\gamma}$$

ولما كانت المسافة بين عقدتين متتاليتين للشعاع تساوي $\lambda/2$ وبالتالي نكون موقع العقد للمركبات الثلاث كالاتي :

$$\frac{\lambda_x}{2} = \frac{\lambda}{2\cos\alpha} \quad , \quad \frac{\lambda_y}{2} = \frac{\lambda}{2\cos\beta} \quad , \frac{\lambda_z}{2} = \frac{\lambda}{2\cos\gamma} \qquad .....(1)$$

ولحساب توزيع المجال الكهرومغناطيسي للموجات الو اقفة المتواجدة داخل التجويف نركز على مركبة المجال الكهربائي في الاشعاع الكهرومغناطيسي حيث تكون:

$$E(x,t) = A\ \sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_x}\right)\ \sin(2\pi\nu t)$$

$$E(y,t) = B\ \sin\left(\frac{2\pi y}{\lambda_y}\right)\ \sin(2\pi\nu t)$$

$$E(z,t) = C\ \sin\left(\frac{2\pi z}{\lambda_z}\right)\ \sin(2\pi\nu t)$$

حيث ان A,B,C تمثل سعة الموجة باتجاه المحاور الثلاث

ان المقدار $\sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda_x}\right)$ يتلاشى للقيم $\frac{2x}{\lambda_x} = 0, 1, 2, 3, \ldots..$ لذا تكون المسافة بين عقدة واخرى $\Delta x = \frac{\lambda_x}{2}$

وبالمثل تكون الحالة للمركبتين الاخريتين باتجاه y , z. ان المركبات الثلاث تحقق شرط حدوث العقدة عند الموضع $x=0, y=0$, $z=0$ ولجعل تلك المعادلات تحقق ايضا شرط حدوث العقدة عند الموضع $x=-a$, $y=a$, $z=a$ نجعل :

$$\frac{2x}{\lambda_x} = n_x \quad where \quad n_x = 0, 1, 2, 3 \ldots\ldots$$

$$\frac{2y}{\lambda_y} = n_y \quad where \quad n_y = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

$$\frac{2z}{\lambda_z} = n_z \quad where \quad n_z = 0, 1, 2, 3, \ldots\ldots$$

وبتعويض معادلة 1 بالمعادلة الاخير نحصل

$$\frac{2a}{\lambda}\cos\gamma = n_z \qquad \frac{2a}{\lambda}\cos\beta = n_y \qquad \frac{2a}{\lambda}\cos\alpha = n_x$$

وبالتربيع للطرفين وجمع المركبات نحصل :

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = \frac{4a^2}{\lambda^2}\,(cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma)$$

ولكن $(cos^2\alpha + cos^2\beta + cos^2\gamma) = 1$

$$\therefore \frac{2a}{\lambda} = \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)^{1/2}$$

حيث تأخذ كل من n_x , n_y , n_z جميع القيم العددية الممكنة وتصف هذه المعادلة الحدود الممكنة للتذبذب داخل التجويف اي تحديد الطول الموجي للموجات الكهرومغناطيسية التي يحتويها التجويف

ويمكن كتابتها بدلالة التردد

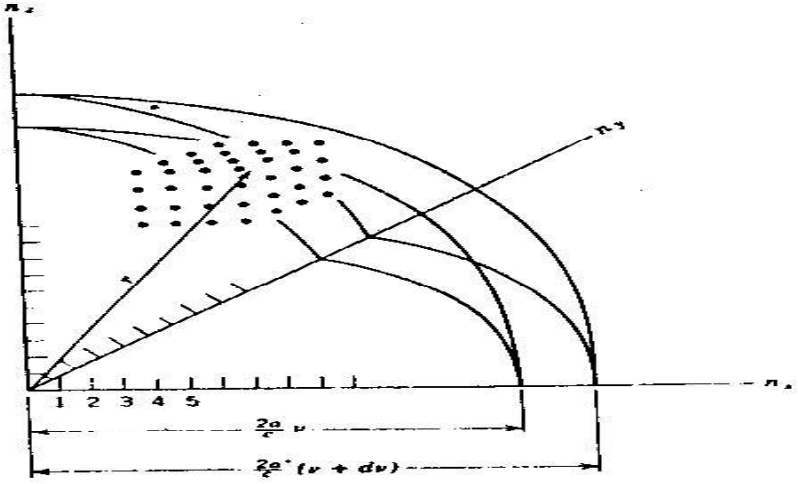
$$v = \frac{c}{\lambda} = \frac{c}{2a}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)^{1/2} \quad \text{..... (2)}$$

نفرض شبيكة مكعبة الشكل يمكن وصف كل نقطة من نقاطها بمجوعة الاعداد n_x , n_y , n_z كما في الشكل 1-7 . حيث ان كل نقطة من نقاط الشبيكة تناظر ترددا مسموحا مقداره $N_v\,dv$ ومساويا للمقدار $N_r\,dr$ وهو عدد النقاط الواقعة في قشرة كروية نصف قطرها r وسمكها dr حيث ان البعد r يعطى بالعلاقة الاتية :

$$r = \left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)^{1/2} \quad \text{..... (3)}$$

وبتعويض معادلة (2) في معادلة (3) نحصل

$$r = \frac{2av}{c}$$



الشكل 1-7

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3 \qquad \rightarrow \quad dV = 4\pi r^2\,dr$$ حجم القشرة الكروية

حيث ان المقدار $N_r\,dr$ يساوي حجم القشرة الكروية مضروبا في الكثافة العددية لنقاط الشبيكة

$$N_r dr = \frac{1}{8} dV = \frac{1}{2}\pi r^2\, dr = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{2av}{c}\right)^2 \left(\frac{2a}{c}\, dv\right) = \frac{4\,\pi\, a^3 v^2\, dv}{c^3}$$

ونظرا لوجود موجتين مستقلتين تناظران حالتي الاستقطاب الدائري للاشعاع الكهرومغناطيسي لذا يضاعف الناتج اعلاه عند حساب الترددات المسموحة الو اقعة في مدى التردد المعطى وبهذا تكون :

$$N_v dv = \frac{8\,\pi\, a^3 v^2\, dv}{c^3} \quad \text{..... (4)}$$

ان هذا العدد من صيغ التذبذب لا يعتمد على شكل التجويف لذا يمكن الاستعاضة عن a^3 بحجم التجويف V

$$N_v dN_v = \frac{8\,\pi\, V v^2\, dv}{c^3} \quad \text{..... (5)}$$

حساب معدل الطاقة المر افقة لموجة و اقفة تتذبذب بصيغة ترددها ν

اولا : حسابات رالي – جينز (المعالجة الكلاسيكية)

حسب الفيزياء التقليدية ، يمكن ان تتخذ طاقة الموجة اي قيمة تتراوح بين الصفر واللانهاية ، والقيمة الحقيقية تتناسب مع مربع متوسط سعة الموجة ولكن عندما يحوي الجهاز على عدد كبير من الموجات الو اقفة وهو اشعاع في حالة توازن حراري مع بعضه البعض بدرجة حرارة T فان جهازا كهذا وحسب النظرية التقليدية للميكانيك الاحصائي يكون خاضعا لاحتمالية توزيع معين للطاقة تعطى شكل دالة التوزيع لها بدلالة درجة الحرارة كما يعين معدل الطاقة باستخدام احتمالية التوزيع لبولتزمان وتكون الاحتمالية dp لتردد معين لتجويف تقع طاقة الاشعاع فيها بين المقدار E و $dE+E$ على النحو الاتي :

$$dp = Ce^{-E/kT}\, dE$$

حيث C مقدار ثابت ، K ثابت بولتزمان .. عند استخدام هذه المعادلة يكون معدل الطاقة $\overline{E}$ لتردد صيغة تذبذب معينة :

$$\overline{E} = \frac{\int_0^\infty E\ \ e^{-E/kT}\, dE}{\int_0^\infty e^{-E/kT}\, dE}$$

وبحل التكامل ينتج

$$\overline{E} = kT \quad \text{..... (6)}$$

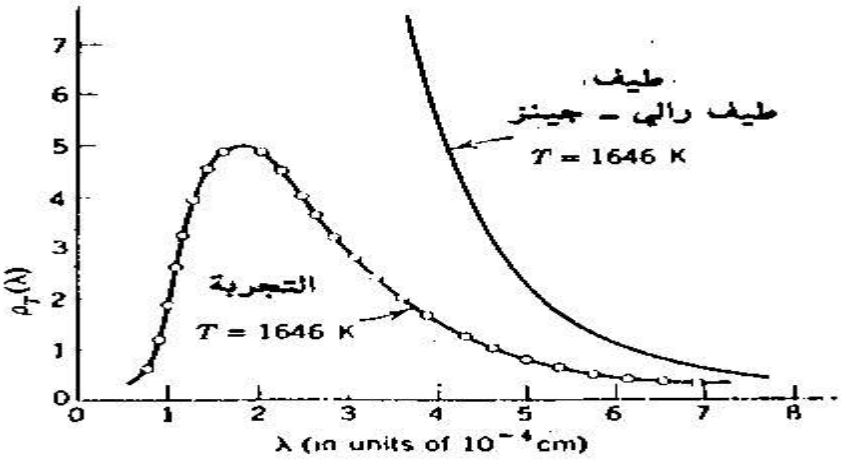
وبهذا تكون كثافة الطاقة في مدى تردد محصور بين ν و $dv+\nu$ لطيف اشعاع الجسم الاسود ولتجويف بدرجة حرارة T هي حاصل ضرب معدل الطاقة لصيغة تذبذب واحدة معادلة (6) وعدد صيغ التذبذب المتواجد معادلة (5) في هذا المدى مقسوما على حجم التجويف اي ان

$$\boldsymbol{\rho_v}(T,v)dv = \frac{8\,\pi\,v^2}{c^3}\;KT\;\;dv$$

ويمكن كتابتها بعد التقريب بدلالة طول الموجة حيث تمثل التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود حسب حسابات رالي – جينزوكما باتي

$$\boldsymbol{\rho_\lambda}(T,\lambda)d\lambda = \frac{8\,\pi}{\lambda^4}\;KT\;\;d\lambda$$

ويوضح الشكل 1-8 مقارنة بين طيف رالي- جينزوالنتائج التجريبية وكما يتضح عدم انطباق الحسابات النظرية مع الحسابات التجريبية عند الاطوال الموجية القصيرة اي عند الطاقات العالية للاشعاع .



الشكل 1-8 مقارنة بين طيف رالي- جينزوالنتائج التجريبية

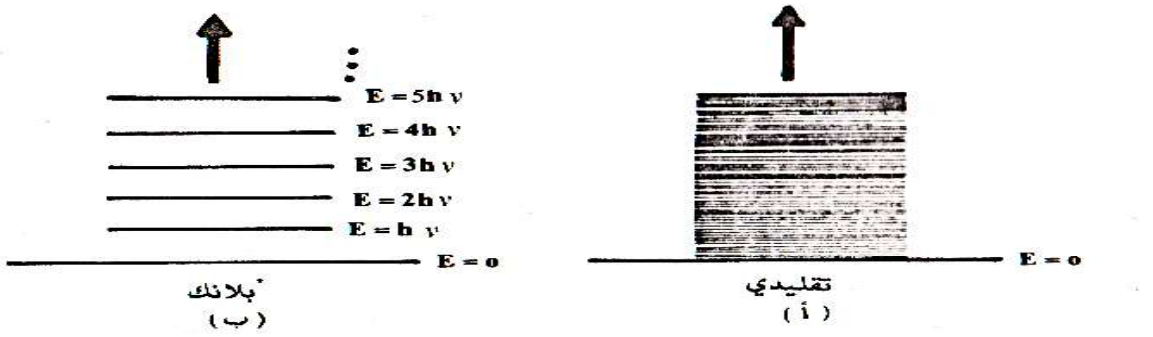
ثانيا : حسابات بلانك (للمعالجة الكمية)

بقيت مسألة التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود غيرمحلولة حتى بداية القرن العشرين حين ادخل بلانك فرضية الضوء الكمي التي تنص على ان طاقة التردد لتجويف اشعاع كهرومغناطيسي لا يمكن ان تأخذ اي قيمة كيفما اتفق كما في معادلة $\overline{E} = \boldsymbol{kT}$ بل ان الطاقة يجب ان تأخذ قيما معينة محددة ويجب ان تكون هذه القيم مضاعفات عددية لكمية اساسية تتناسب مع تردد صيغة التذبذب للاشعاع . بمعنى اخر، فرض بلانك ان طاقة التذبذب E لصيغة معينة بتردد ν تعطى بالعلاقة:

$$\boldsymbol{E = nhv} \qquad \ldots\ldots\ (7)$$

حيث $\boldsymbol{n = 0, 1, 2 \ldots\ldots}$: h ثابت بلانك ويساوي $\boldsymbol{6.625 \times 10^{-34}\ j.s}$

ان في مضمون هذه الفرضية تحديد لكيفية التعامل مع داخل التجويف وجدرانه ، اي ان التعامل مع اشعاع الجسم الاسود يتم على اساس التعامل مع دفعات اوكمات من الطاقة مقدار كل كم يساوي $h\nu$ ويطلق على الكم (فوتون) كما في شكل(1-9)



مقارنة بين الطاقة التي يمكن ان يتخذها مذبذب يتذبذب بحركة توافقية بسيطة. (أ) حسب الميكانيك التقليدي (ب) حسب فرضية « بلانك » .

شكل(1-9)

وفقا لهذه الفرضية يكون معدل الطاقة لصيغة معينة من التذبذب على النحو الاتي :

$$\overline{E} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} n\, h\, \nu\, e^{-nh\nu/kT}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-nh\nu/kT}}$$

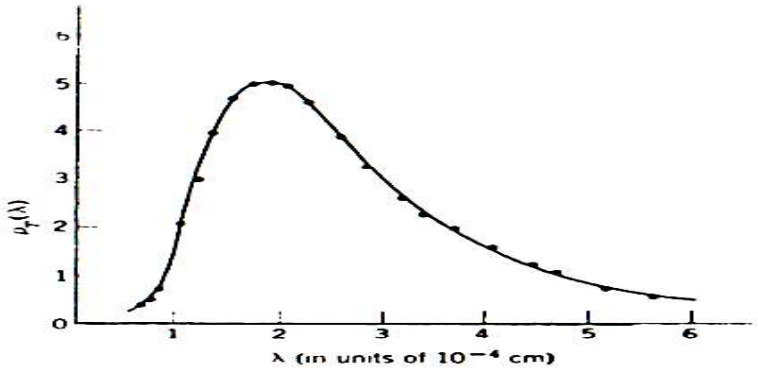
$$\overline{E} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}-1} \qquad \ldots\ldots (8)$$

$$\rho_\nu(T,\nu)d\nu = \frac{8\,\pi\, h\, \nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT}-1}\, d\nu$$

وبدلالة طول الموجة وبعد التقريب نحصل

$$\rho_\lambda(T,\lambda)d\lambda = \frac{8\,\pi\, hc}{\lambda^5\ e^{hc/k\lambda T}-1}\, d\lambda$$

هذا يمثل التوزيع الطيفي لاشعاع الجسم الاسود كما وجده بلانك والذي هو في تو افق تام مع القيم التجريبية كما هو واضح في شكل(1-10)



شكل(1-10)

ان معدل عدد الفوتونات $\overline{q}$ يعطى بالعلاقة الاتية

$$\overline{q} = \frac{\overline{E}}{h\nu} = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

ان العلاقة بين كثافة الطاقة ρ والشدة I

$$\rho = \frac{4}{c} I$$

معادلات الأنبعاث الذاتي spontaneous emission equations

نفرض ان هناك نظام ذري ذو مستويين للطاقة بحيث $E_2 > E_1$ كما في الشكل(1-11) وللسهولة نفرض ان E_1 هو المستوى الأرضي لذرة المادة ، وان الذرة في البداية تقع في المستوي (2) وبسب كون طاقة المستوى (2) اكبر من المستوى (1) فالذرة طبيعيا (تلقائيا) تحاول الاضمحلال الى المستوى (1) وبهذا تحرر طاقة بمقدار $E_1 - E_2$ على شكل (فوتونات)موجة كهرومغناطيسية . هذه الظاهرة تدعى بالانبعاث الذاتي ، وتردد الموجة يعبر عنها بدلالة قانون بلانك اي

$$\nu = \frac{E_2 - E_1}{h}$$

واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_2 في المستوى (2) في الزمن t سيكون معدل الاضمحلال $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{sp}$ متناسبا مع العدد N_2 اي ان :

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{sp} = -AN_2$$

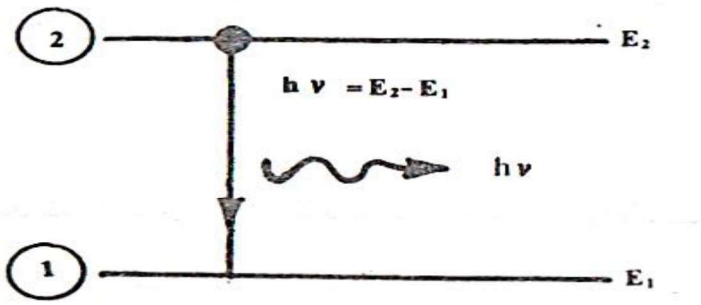
حيث A : احتمالية الانبعاث الذاتي (معامل أينشتاين) ويساوي مقلوب لزمن بقاء الذرة في المستوى المتهيج (متوسط زمن عمر الانبعاث الذاتي τ_{sp}) اي ان :

$$A = \frac{1}{\tau_{sp}}$$ وحداته sec^{-1}

<u>ان الانبعاث الذاتي على نوعين هما</u> :

1- الاضمحلال المشع يصاحبه انبعاث موجة كهرومغناطيسية

2- الاضمحلال غير المشع لا يصاحبه انبعاث موجة كهرومغناطيسية . حيث تخسر الذرة فرق الطاقة بين المستويين عن طريق اصطدامها بما حولها من ذرات او جزيئات مماثلة او مخالفة او عن طريق اصطدامها بجدران الأناء الذي يحويها . ويعتمد الفقدان على طبيعة المادة وحالتها وكذلك طبيعة المادة التي تتبادل معها الطاقة لذلك تكون عملية الاضمحلال غير المشع معقدة ومتشعبة.



الشكل(1-11) الانبعاث الذاتي

معادلات الأنبعاث المُحفز stimulated emission equations

نفرض ان الذرة موجودة ايضا في المستوى (2) ولكن هذه المرة بحضور اشعاع كهرومغناطيسي متواجد في الوسط وبتردد ν بحيث ان $h\nu$ يساوي تماما $E_2 - E_1$ الفرق بين طاقتي المستويين (1) و(2) . عند توفر هذا الشرط اي عندما يكون تردد الموجات الساقطة مساوي لتردد الانتقال الذري فهناك احتمالية محدودة لهذا الاشعاع ان يحفز الذرة التي هي في المستوى (2) ويجبرها على الانتقال الى المستوى الأوطأ (1) وفي هذه الحالة يتحرر فرق الطاقة $E_2 - E_1$ للذرة المنتقلة على شكل موجات كهرومغناطيسية تضاف الى الموجة الساقطة وتتحد صفاتهما معا بشكل خاص لاحظ الشكل(1-12) . ففي هذه الحالة وبسبب كون عملية الانبعاث المحفز عملية اضطرارية من قبل الموجة الساقطة فالموجة المنبعثة من اي ذرة محفزة في المستوى (2) تكون متحدة في الطور مع الموجة الساقطة وبنفس اتجاهها . ويمثل ذلك الفرق بين الأنبعاث المحفز والأنبعاث الذاتي يحصل بصورة تلقائية بمجرد وجود الذرة في حالة متهيجة فالذرة المضمحلة تبعث اشعاعا كهرومغناطيسيا لا يكون له علاقة طور محددة بتلك التي تبعثه ذرة اخرى متواجدة في المستوى ذاته كما ان هذا الاشعاع قد ينتقل باي اتجاه في الفضاء .

واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_2 في المستوى (2) في الزمن t سيكون معدل الانتقال $\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st}$

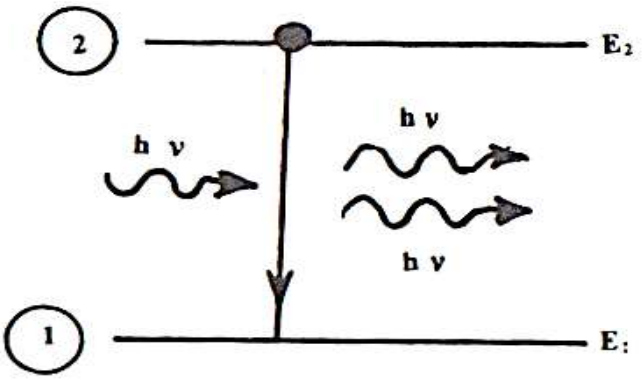
نتيجة الأنبعاث المحفز :

$$\left(\frac{dN_2}{dt}\right)_{st} = -W_{21}N_2$$

حيث W_{21} : احتمالية الانتقال المحفز وكما هو الحال للمعامل A يكون للمعامل W وحدات sec^{-1} ولكن المقدار W لا يماثل المقدار A من ناحية كون W لا يعتمد فقط على الانتقال المحدد بين المستويين (1) و(2) و انما يعتمد ايضا على شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط . ولموجة كهرومغناطيسية مستوية يكون :

$$W_{21} = \sigma_{21}\, F$$

حيث يمثل المقدار F التدفق الفوتوني للموجة الساقطة اما ثابت التناسب σ_{21} فهو كمية لها ابعاد المساحة وتدعى بمقطع الانبعاث المحفز وتعتمد فقط على صفات الانتقال المعطى .



الشكل(1-12) الانبعاث المحفز

معادلات الأمتصاص Absorption equations

لنفرض الان ان الذرة متواجدة في المستوى الأوطأ الأرضي للطاقة (المستوى 1) فانها ستبقى هناك مالم تتعرض الى محرض خارجي . فعند تعرض الوسط الى اشعاع كهرومغناطيسي ذي تردد ν بحيث ان $h\nu$ يساوي تماما $E_2 - E_1$ الفرق بين طاقتي المستويين (1) و (2) . عند توفر هذا الشرط اي عندما يكون تردد الموجات الساقطة مساوي لتردد الانتقال الذري فهناك احتمالية محدودة للذرة للأرتقاء الى المستوى الاعلى (2) اذ تغذي الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة الذرة بمقدار فرق الطاقة $E_2 - E_1$ الذي تحتاجه لأتمام عملية الأنتقال وتدعى بعملية الأمتصاص لاحظ الشكل(1-13)

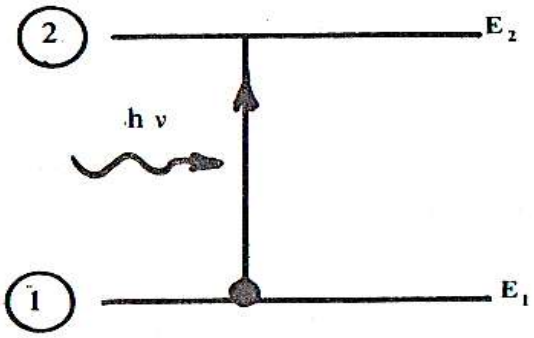
واذا فرضنا ان وحدة الحجم تحوي عدد من الذرات N_1 في المستوى (1) في الزمن t سيكون معدل الأمتصاص

$$\left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{ab} = -W_{12}N_1 \qquad \left(\frac{dN_1}{dt}\right)_{ab}$$

حيث W_{12} : احتمالية الامتصاص وحداته sec^{-1} وتعتمد ايضا على شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط وكذلك على الانتقال الذري بين المستويين المعنيين . ولموجة كهرومغناطيسية مستوية يكون :

$$W_{12} = \sigma_{12} F$$

حيث يمثل المقدار F التدفق الفوتوني للموجة الساقطة اما ثابت التناسب σ_{12} فهو كمية لها ابعاد المساحة وتدعى بمقطع الأمتصاص وتعتمد فقط على صفات الانتقال المعطى .



الشكل(1-13) عملية الامتصاص

ان مقطعي الأمتصاص والأنبعاث المحفز متساويان $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ وهذا يعني تساوي احتمالية عمليتي الأمتصاص والأنبعاث المحفز $W_{12} = W_{21}$ عند تواجد الذرة في اشعاع كهرومغناطيسي مناسب وهي نتيجة توصل اليها اينشتاين لذلك يمكن الأكتفاء بكتابة الرمز σ وكذلك الرمز W ليشير الى مقطع الأنتقال او احتماليته على التوالي كما يمكن القول ان عملية الانبعاث المحفز هي عملية امتصاص سالبة (او باتجاه معاكس).

معدل الأمتصاص ومعدل الأنبعاث المحفز

يعتبر النظام الذري نظاما مكمما يمكن وصفه حسب الميكانيك الكمي في حين يعامل المجال الكهرومغناطيسي للموجة الساقطة بطريقة تقليدية اي باستخدام معادلات ماكسويل . فاذا كان لدينا نظاما ذريا ذو مستويين للطاقة ونفرض بأن الذرة متواجدة في الزمن $t=0$ في الحالة الأرضية المستوى (1) وبحضور مجال مغناطيسي يسقط بكثافة طاقة ρ وبتردد احادي v (اي تردد زاوي $w = 2\pi v$) . ان وجود المجال يمثل اضطرابا للذرة وهو اضطراب معتمد على الزمن ويؤدي الى حدوث احتمالية لتواجد الذرة في حالة نهائية تختلف عن وضعها الأبتدائي عندما تكون الطاقة التي يحملها الاضطراب مساويا الى فرق الطاقة لحالتي الذرة .

ان الذرة وهي في المستوى الأبتدائي (1) تكتسب طاقة اضافية $\grave{H}$ نتيجة الفعل المتبادل بينها وبين الموجة الكهرومغناطيسية فمثلا قد تكتسب الذرة هذه الطاقة نتيجة للفعل المتبادل بين عزم ثنائي القطب الكهربائي للذرة μ_e والمجال الكهربائي E للموجة الساقطة اي ان $\grave{H} = \overrightarrow{\mu_e} + \vec{E}$ كذلك قد يحدث الانتقال نتيجة اكتساب الذرة لطاقة نتيجة الفعل المتبادل لعزم ثنائي القطب المغناطيسي للذرة μ_m مع المجال المغناطيسي B للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة .

ولوصف الفعل المتبادل يتطلب الميكانيك الكمي ادخال هاملتون $\grave{H}$ (معادلة تصف حركة نظام مكون من جسيمات وتعطي طاقته كدالة لموضع الجسيمات و وزخم حركتها)حينئذ يكون هاملتون الذرة الكلي :

$$H = H_0 + \grave{H}$$

حيث ان H_0 هو هاملتون الذرة في حالة غياب المجال الكهرومغناطيسي الخارجي (ذرة غير مضطربة) .

يمكن دراسة التغير الزمني لدالة الموجة ψ للذرة من معادلة شرودنكر المعتمدة على الزمن اي :

$$H\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$$

$$where \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad and \quad i = \sqrt{-1}$$

لحل هذه المعادلة بدلالة ψ يتم ادخال الدالة الذاتية غير المضطربة لكل من المستويين (1) و(2) وهما على التوالي :

$$\psi_1 = \mu_1 e^{-iE_1 t/\hbar} \qquad and \qquad \psi_2 = \mu_2 e^{-iE_2 t/\hbar}$$

بشرط ان تحقق كل من μ_1 , μ_2 معادلة شرودنكر غير المعتمدة على الزمن اي ان :

$$H_0 \mu_j = E_j \, \mu_j \qquad where \quad j=1,2,.....$$

اما عندما تكون الذرة تحت تأثير الموجة الكهرومغناطيسية الساقطة فتكون دالة الموجة للذرة كالأتي :

$$\psi = a_1(t)\psi_1 + a_2(t)\psi_2$$

حيث تكون a_2 , a_1 اعداد معقدة معتمدة على الزمن

كذلك فان المعاملات $|a_1|^2$, $|a_2|^2$ تعطي الأحتمالية في الزمن t لتواجد الذرة في المستوى (1) و(2) على التوالي ومرتبطين بالعلاقة :

$$|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$$

لذا عند احتساب احتمالية الأنتقال W_{12} يجب حساب الكمية $|a_1(t)|^2$ او المقدار $|a_2(t)|^2$ حيث ان :

$$W_{12} = \frac{|a_2(t)|^2}{t}$$

يمكن حساب المقدار W_{12} في حالة كون الفعل المتبادل والمسبب للانتقال الذري يأتي نتيجة الفعل المتبادل بين المجال الكهربائي للموجة الكهرومغناطيسية الساقطة وعزم ثنائي القطب الكهربائي للذرة والمتمثل بالمعادلة :

$$\hat{H} = e\vec{E}(\vec{r}.t).\vec{r}$$

حيث e شحنة الألكترون المنتقل ، $\vec{r}$ المتجه الذي يحدد الموقع ، $\vec{E}(\vec{r}.t)$ المجال الكهربائي في الموضع $\vec{r}$

ان طول الموجة الساقطة اكبر بكثير مقارنة بالابعاد الذرية ضمن المدى المرئي للطيف الكهرومغناطيسي فمثلا طول الموجة للضوء الاصفر 500 نانومتر بينما الابعاد الذرية تكون بحدود 0.1 نانومتر وعندها يمكن التوصل للتعبير الاتي :

$$W_{12} = \frac{\pi}{3\ n^2\ \varepsilon_0\ \hbar^2}\ |\mu_{21}|^2\ \rho\ g(\Delta\omega)$$

حيث n : معامل الأنكسار للنظام الذري و ε_0 سماحية الفراغ و μ_{21} : عنصر مصفوفة عزم ثنائي القطب الكهربائي حيث تكون :

$$\mu_{21} = e\int \mu_2\ \vec{r}\ \mu_1 dV$$

حيث V الحجم ، $|\mu_{21}|$ مقدار المتجه $\overrightarrow{\mu_{21}}$ وهو متجه يحدد موضع الذرة بالنسبة لأتجاه المجال الكهربائي للموجة الكهربائية الساقطة .

بينما المقدار $g(\Delta\omega)$ دالة شكل الخط الطيفي بينما $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ يمثل مدى التردد الذي تتعرض اليه الذرة مع الزمن حيث ان الذرة لا تتعرض لأشعة احادية الموجة بتردد واحد يساوي w_0 بل بتوزيع طيفي معين يعطى بالدالة $g(\Delta w)$ وان هذه الدالة معيارية للمقدار 1 وشكلها يعتمد على الظاهرة التي تسبب تعريض الخط الطيفي. وغالبا ما يعبر عن هذا الشكل بدالة لورنتز انظر شكل (1-14).

ويمكن كتابة معادلة W_{12} (احتمالية الامتصاص) بدلالة شدة الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط I وسرعة الضوء في الفراغ c_0

$$I = \frac{\rho c_0}{n}$$

$$W_{12} = \frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar^2}\ |\mu_{21}|^2\ I\ g(\Delta\omega)$$

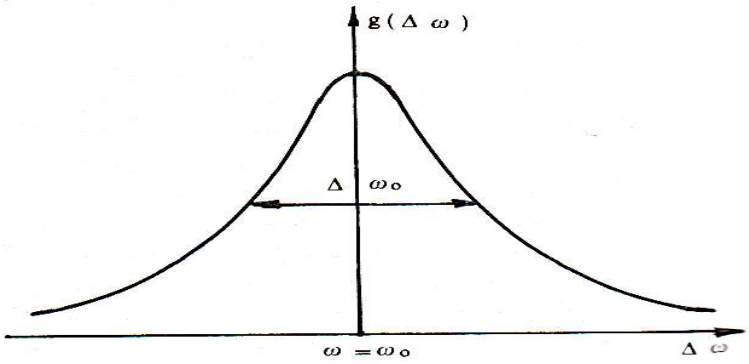
وبنفس طريقة اشتقاق احتمالية الأنبعاث المحفز W_{12} وهذا يتضمن كون $|\mu_{21}| = |\mu_{12}|$ اي ان :

$$W_{12} = W_{21} = W$$

اي ان احتمالية الأنبعاث المحفز تساوي احتمالية الأمتصاص وبالتالي فان الأحتمالية تصبح :

$$W = \frac{\pi}{3\ n^2\ \varepsilon_0\ \hbar^2}\ |\mu|^2\ \rho\ g(\Delta\omega)$$

$$W = \frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar^2}\ |\mu|^2\ I\ g(\Delta\omega)$$



شكل(14-1): منحني لورنتز حيث Δw_0 عرض المنحني عند منصف الشدة

الأنتقالات المسموحة والممنوعة

يتبين من معادلة الأحتمالية ان المقدار W يساوي صفر عندما تكون $|\mu|$ تساوي صفر وهذا يحدث عندما تكون الدالتين μ_1 و μ_2 كلاهما متناظرتين او كلاهما ذي تناظر عكسي اي يقال للدالة $\mu(\vec{r})$ بانها متناظرة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = \mu(-\vec{r})$ او ان لها تناظر عكسي عندما يكون $\mu(\vec{r}) = -\mu(-\vec{r})$

ولكن متى تكون الدوال الموجية $\mu(\vec{r})$ متناظرة او ذات تناظر عكسي . ان هذا يحدث عندما يكون الهاملتون $H_0(\vec{r})$ للنظام الذري غير متغير عند الأنقلاب اي ان الهاملتون $H_0(\vec{r})$ للذرة لاتتغير اشارته عند التعويض عن المتجه $(\vec{r})$ بالمتجه $(-\vec{r})$

$$H_0(\vec{r}) = H_0(-\vec{r})$$

وهذا يؤدي الى

$$\mu_n(\vec{r}) = \pm\ \mu_n(-\vec{r})$$

هذا يعني عندما يكون الهاملتون $H_0(\vec{r})$ متناظرا كانت الدوال الذاتية متناظرة او ذات تناظر عكسي وعندها يقال ان الدوال الذاتية لها تماثل ، وهذا التماثل يكون اما :

1. تماثل فردي : في حالة لها تناظر عكسي بسبب انقلاب الاشارة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = -\mu(-\vec{r})$
2. تماثل زوجي : في حالة لها تناظر بسبب عدم انقلاب الاشارة عندما يكون $\mu(\vec{r}) = \mu(-\vec{r})$

وبهذا يمكن القول بأن انتقالات ثنائي القطب الكهربائي تحصل فقط بين حالات الذرة او مستويات الطاقة لها ذي التماثل المضاد (اي انتقالات التماثل الفردي – الزوجي وبالعكس ايضا) ويدعى ذلك بشرط قاعدة الانتقاء والتي تحدد حدوث مثل هذه الأنتقالات . فاذا كان المقدار W يساوي صفر قيل ان الأنتقال ممنوع لثنائي القطب الكهربائي . لكن هذا لا يعني ان الذرة لا تستطيع الانتقال من حالة الى اخرى بسبب تأثير الأشعاع الكهرومغناطيسي الساقط فقد يحدث انتقالا نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب المغناطيسي او نتيجة الفعل المتبادل لرباعي القطب الكهربائي فقاعدة الأنتقاء لثنائي القطب المغناطيسي تسمح بالانتقال بين الحالات التي لها تماثل متشابه (زوجي وزوجي او بين فردي وفردي) في حين ان مثل هذه الانتقالات ممنوعة حسب قاعدة الانتقاء لثنائي القطب الكهربائي والعكس صحيح .

س / اثبت ان احتمالية حدوث الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب الكهربائي W_e اكبر بكثير من الأحتمالية لنظيره المغناطيسي W_m ؟

ج/ اذا فرضنا بأن شدة الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط والو اقع في مدى الضوء المرئي متساويا في كلتا الحالتين فيمكن تمثيل النسبة بين احتماليتي الانتقال بصورة تقريبية كالأتي :

$$\frac{W_e}{W_m} = \left(\frac{e\ a\ E_0}{\beta\ B_0}\right)^2 = \left(\frac{e\ a\ c}{\beta}\right)^2 = \left(\frac{1.6 \times 10^{-19} \times 0.05 \times 10^{-9} \times 3 \times 10^8}{9.27 \times 10^{-24}}\right)^2 \approx 67000$$

حيث e شحنة الالكترون ، a نصف قطر الذرة ، c سرعة الضوء ، β بورماكنيتون ويساوي 9.27×10^{-24} امبير\م2

E_0 و B_0 سعتا المجال الكهربائي والمغناطيسي على التوالي حيث $E_0 = B_0\ c$

ويتبين من خلال ما تقدم ان احتمالية حدوث الانتقال نتيجة الفعل المتبادل لثنائي القطب الكهربائي اكبر بكثير من الاحتمالية لنظيره المغناطيسي وهذا يعود الى ان طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب الكهربائي اكبر بكثير من طاقة التعامل المتبادل عبر ثنائي القطب المغناطيسي.

مقاطع الانتقال ومعاملات الامتصاص والكسب

لموجة كهرومغناطيسية مستوية منتظمة الشدة I فان احتمالية الانتقال تتناسب طرديا مع التدفق الفوتوني له F اي ان :

$$\sigma = \frac{W}{F} = \frac{\frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar^2}\ |\mu|^2\ I\ g(\Delta\omega)}{\frac{I}{\hbar\omega}}$$

$$F = \frac{I}{\hbar\omega} \qquad (\omega \text{ يمثل التردد الزاوي})$$

$$W = \frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar^2}\ |\mu|^2\ I\ g(\Delta\omega)$$

$$\boldsymbol{\sigma = \frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar}\ |\mu|^2\ \omega\ g(\Delta\omega)}$$

ويبدو واضحا من المعادلة ان مقطع الأمتصاص σ يعتمد على المادة وكذلك على تردد الموجة الساقطة . كذلك يكون مقطع الانتقال للانبعاث المحفز يساوي مقطع الانتقال للامتصاص .

ويرتبط مقطع الأمتصاص σمع معامل الأمتصاص α بالعلاقة التالية :

$$\boldsymbol{\alpha = \sigma\ (N_1 - N_2)}$$

فاذا كان تأهيل المستوى الأوطأ N_1 اكبر من تأهيل المستوى الأعلى N_2 فان المقدار α مقدار موجب . وبالتعويض عن σ

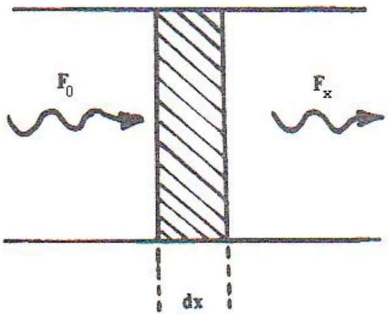
$$\alpha = \frac{\pi}{3\ n\ \varepsilon_0\ c_0\ \hbar}\ |\mu|^2\ \omega\ (N_1 - N_2)\ g(\Delta\omega)$$

وبهذا الشكل ، يعتمد المعامل الجديد $\boldsymbol{\alpha}$ على تأهيل المستويين لذرات المادة وهذه الكمية تبدو اكثر ملائمة لوصف الفعل المتبادل بين الاشعاع الكهرومغناطيسي الساقط وذرات المتعاملة معه وخاصة في الحالة التي يتغير فيها تأهيل المستويين مع الزمن كما هو الحال مع الليزر.

في حالة الليزر يكون $(\boldsymbol{N_1 < N_2})$ وبالتالي سيكون معامل الامتصاص سالب وفي هذه الحالة تتضخم الموجة الساقطة بدلا من ان تضعف نتيجة الامتصاص من قبل الوسط ، وذلك يدعى بمعامل الكسب $\boldsymbol{G}$ وهو كمية موجبة اي $\boldsymbol{G = -\alpha}$

عند سقوط سيل فوتوني F على وسط متجانس باتجاه x فان التغير في هذا التدفق dF نتيجة عبوره مسافة dx في الوسط

يمكن التعبير عنه بالمعادلة $$dF = -\alpha F dx$$



شكل 1-15

$$\int_{F_0}^{F_x} \frac{dF}{F} = -\alpha \int_0^x dx$$

$$ln \frac{F_x}{F_0} = -\alpha x$$

حيث ان F_0 التدفق الساقط و F_x التدفق بعد قطعه مسافة x

$$F_x = F_0 \ e^{-\alpha x}$$

وبدلالة الشدة I للاشعاع وحسب العلاقة $F = \frac{I}{\hbar\omega}$ فان المعادلة تصبح

$$I_x = I_0 \ e^{-\alpha x}$$ قانون بير لامبرت Beer–Lambert law

حسابات اينشتاين للمعاملات الأحتمالية

لما كان انبعاث الخط الطيفي لانتقال معين لا يعتمد فقط على تأهيل المستوي الاعلى بل ايضا على احتمالية حدوث هذا الأنتقال .

افترض اينشتاين وجود مادة في تجويف للأشعاع الكهرومغناطيسي حيث تكون جدران التجويف بدرجة حرارة منتظمة (T) وعند حصول التوازن الحراري ينتشر الأشعاع الكهرومغناطيسي خلال التجويف فيصيب المادة المغمورة فيه ويكون لهذا الاشعاع توزيع طيفي كثافته ρ_v .وعلى افتراض وجود مستويين لطاقة ذرات المادة (شكل 1-16) وتأهيل هذين المستويين N_1 و N_2 ذرة لكل متر مكعب على التوالي فاحتمالية حدوث العمليات الثلاث (الأمتصاص ، الانبعاث الذاتي ، الانبعاث المحفز) بين هذين المستويين تكون بالشكل الاتي :

1- <u>الانبعاث الذاتي</u>

ويحدث من المستوى 2 الى المستوى 1 باحتمالية مقدارها A_{21} ذرة لكل ثانية وبأنبعاث طاقة تساوي hv_{12} وان عدد مثل هذه الأنتقالات في الثانية الواحدة وفي المتر المكعب من المادة يساوي ($A_{21} N_2$)

2- <u>الأمتصاص</u>

ويحدث نتيجة وجود مادة في وسط اشعاع كهرومغناطيسي وبكثافة ρ_{v12} حيث ان ذرة المادة في المستوى 1 قد تمتص هذا الأشعاع وتقفز الى المستوى 2 بأحتمالية تساوي W_{12} ذرة لكل ثانية حيث ان :

$$W_{12} = B_{12} \rho_{v12}$$

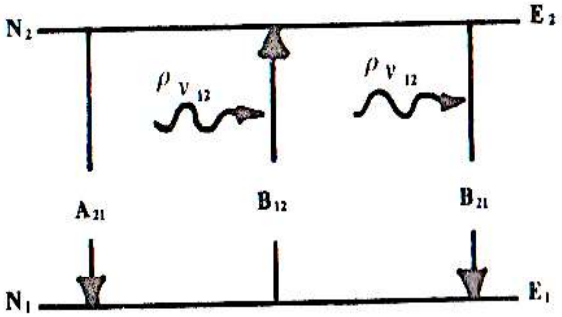
حيث المقدار B_{12} ثابت ويدعى بمعامل B - لأينشتاين . اما عدد الأنتقالات من المستوى 1 الى المستوى 2 في الثانية الواحدة وللمتر المكعب من المادة ف يساوي ($W_{12} N_1$)

3- <u>الأنبعاث المحفز</u>

ويحدث ايضا نتيجة وجود مادة في وسط اشعاع كهرومغناطيسي وبكثافة ρ_{v12} حيث ان ذرةالمادة في المستوى 2 قد تتحفز بسبب الأشعاع وتقفز الى المستوى 1 بأحتمالية تساوي W_{21} ذرة لكل ثانية حيث ان :

$$W_{21} = B_{21}\,\rho_{v12}$$

حيث المقدار B_{21} ثابت ويدعى بمعامل B - لأينشتاين . اما عدد الأنتقالات من المستوى 2 الى المستوى 1 في الثانية الواحدة وللمتر المكعب من المادة ف يساوي ($W_{21}\,N_2$)



(شكل 1-16)

ولما كانت المادة في حالة توازن ثرموداينميكي فان عدد الانتقالات نحو الأسفل يجب ان يعادل عدد الأنتقالات نحو الأعلى اي ان

$$B_{12}\,N_1\,\rho_{v12} = A_{21}\,N_2 + B_{21}\,N_2\;\rho_{v12}$$

بترتيب الحدود والقسمة على N_2

$$\rho_{v12} = \frac{A_{21}\,N_2}{B_{12}\,N_1 - B_{21}\,N_2} = \frac{A_{21}}{B_{12}\,\dfrac{N_1}{N_2} - B_{21}}$$

وباستخدام احصائية بولتزمان لحالة التوازن الثرموداينميكي يكون توزيع ذرات المادة على مستويات الطاقة :

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-h\nu/kT}$$

$$\rho_{v12} = \frac{A_{21}}{B_{12}\;e^{h\nu/kT} - B_{21}}$$

ولكن احتمالية حدوث عملية امتصاص المادة لأشعاع الجسم الأسود مكافئة تماما لأحتمالية حدوث عملية الأنبعاث المحفزلذلك

$$B_{12} = B_{21} = B \quad \text{and} \quad A_{21} = A$$

$$\rho_v = \frac{8\,\pi h\nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$ معادلة بلانك

$$\frac{8\,\pi\,h\,\nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT} - 1} = \frac{A}{B\;e^{h\nu/kT} - B} = \frac{A}{B(e^{h\nu/kT} - 1)}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\,\pi\,h\,\nu^3}{c^3}$$

استنتاجات

1- عندما $h\nu \gg kT$ يمكن اهمال -1 في مقام في معادلة بلانك والذي يناظر المقدار B_{21} (اي يمثل الانتقال المحفز) ان هذا الشرط يتحقق لانتقلات طيفية ترددتها و اقعة في النطاق المرئي وكذلك تحت البنفسجي باستثناء درجات الحرارة العالية اي ان عملية الأنبعاث المحفز تصبح مهملة بالنسبة للانبعاث الذاتي الا اننا يمكن ان نلغي هذا الشرط ونجعل عملية الانبعاث المحفز هي المهينة عن طريق الاخلال بحالة التوازن الثرموداينميكي واحداث ظروف غير طبيعية لا تخضع فيها نسبة تأهيل مستويات الطاقة لأحصائية بولتزمان اي خلق تأهيل عكسي لتنشيط عملية الانبعاث المحفز وهو شرط اساسي للحصول على الليزر.

2- عندما $h\nu \leq kT$

ان هذا الشرط يتحقق لانتقلات طيفية ترددتها و اقعة في نطاق الاشعة تحت الحمراء او الاشعة المايكروية في درجات الحرارة الاعتيادية ولا يمكنا اهمال عملية الأنبعاث المحفز. حيث ان تأهيل المستوي N_2 حسب أحصائية بولتزمان يكون مقاربا N_1 اي الانتقالات نحو الاعلى تساوي الانتقالات نحو الاسفل فضلا عن ان A يتناسب عكسيا مكعب الطول الموجي وبالتالي يكون الانبعاث المحفز اكبر بكثير من الانبعاث الذاتي للموجات الطويلة لوسط يتواجد فيه اشعاع كهرومغناطيسي ذو شدة عالية ويمثل ذلك سر اكتشاف اشعة الميزر قبل الليزر.

مثال: ما هي درجة الحرارة اللازمة لحدوث الفعل الليزري وتوليد الليزر؟

الحل:

نفرض أن الطول الموجي لشعاع الليزر الناتج هو $\lambda=0.55\mu m$ فيكون التردد ν كالآتي:

$$\nu=\frac{c}{\lambda}=\frac{3\times10^{8}\frac{m}{s}}{0.55\times10^{-6}}=5.45\times10^{14}Hz$$

والآن نطبق قانون بولتزمان لتوزيع الذرات والجزيئات

$$\frac{N_2}{N_1}=\exp(-\frac{h\nu}{KT})\Rightarrow 1.1=\exp(-\frac{6.63\times10^{-34}J.s\times5.45\times10^{14}Hz}{KT})$$

$$Ln(1.1)=-\frac{6.63\times10^{-34}J.s\times5.45\times10^{14}Hz}{KT}\Rightarrow$$

$$T=-\frac{6.63\times10^{-34}J.s\times5.45\times10^{14}Hz}{Ln(1.1)\times1.38\times10^{-23}\frac{J}{K}}$$

$$T=-2.7475x10^{5}K$$

ميكانيكية تعريض الخط الطيفي

عند سقوط اشعاع على ذرة معينة فانها سوف تتعامل معه ليس بطول موجي واحد او تردد واحد بل بتوزيع طيفي يعطى بالدالة $g(\Delta\omega)$. وكذلك عندما تنتقل الذرة من مستوى طاقة الى مستوى طاقة اخر لا تبعث او تمتص طول موجة او تردد واحد بل نطاق ضيق من الترددات توصف عادة بدالة تعطي شكل الخط الطيفي للانبعاث او الأمتصاص . ان شكل الخط الطيفي واسباب تعريضه لا يختلف سواء كان ناتجا من انبعاث او امتصاص .

<u>ويمكن ان نصنف تعريض الخط الطيفي الى شكلين رئيسين هما :</u>

1- التعريض المتجانس

ويكون فيه تعريض خط الأنتقال لكل ذرة من ذرات المادة بنفس الكيفية وبشكل متماثل. اي ان لجميعها نفس التردد الذي تتمركز حوله وهو تردد الخط الطيفي نفسه .

2- التعريض غير المتجانس

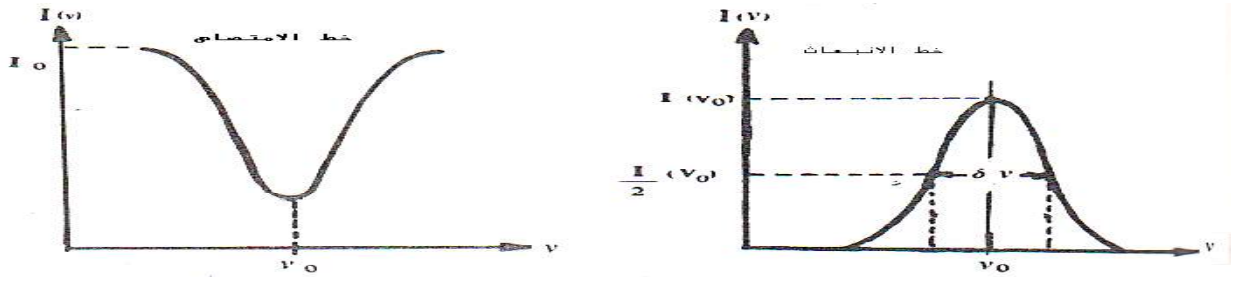
وفيه يتوزع التردد للانتقال على مدى ضيق من الترددات وبهذا تعطي ذرات الجهاز باجمعها خطا طيفيا بعرض معين من دون ان يعاني خط الانتقال لكل ذرة على انفراد اي تعريض.

وسندرج ادناه ثلاث عمليات مختلفة تسبب تعريض الخط الطيفي وتشكل نماذج لهذين الشكلين من التعريض ، حيث تعطي تلك العمليات مجتمعة خطا طيفيا بشكل معين وبعرض محدد يتمركز حول تردد الأنتقال v_0 والذي يدعى بالتردد الرنيني للخط الطيفي . حيث يعين عرض الخط الطيفي عادة بعرض الشكل في الموضع الذي تهبط فيه شدة الأنتقال الى النصف اي

$$I = \frac{1}{2} I_0$$

ويدعى هذا المدى(Δv_0) بعرض الخط الكلي عند منتصف الشدة (FWHM)(full width at half maximum)

كما هو واضح في الشكل (1-17) والذي يوضح شدة الخط الطيفي كدالة للتردد نتيجة عمليتي الأنبعاث والأمتصاص



الشكل (1-17)

التعريض الطبيعي natural broadening

ان الخط الطيفي للأنبعاث التقائي يعاني بطبيعته تعريضا متجانسا نتيجة زمن العمر المحدود لمستويي الطاقة τ_1 , τ_2 ذات العلاقة بعملية الأنتقال واللذين يحدث بينهما الأنتقال فمستوى الطاقة لا يمكن ان يتخذ قيمة محددة من الطاقة (E_2 مثلا) ولكن في الو اقع له توزيع ضيق للطاقة يتمركز حول هذه القيمة ويوصف عادة بالمقدار ΔE ، وحسب مبدأ اللادقة تكون :

$$\Delta E \ . \ \Delta t \approx \hbar$$

$$\Delta E \approx \frac{\hbar}{\Delta t}$$

حيث المقدار Δt يمثل الأحتماليةفي الوقت لأيجاد الذرة في مستوى الطاقة $\mathbf{E}$ وتقاس هذه الأحتمالية بمتوسط زمن عمر ذلك المستوي τ . اما التردد Δv المر افق لتوزيع الطاقة ΔE لمستوى الطاقة $\mathbf{E}$

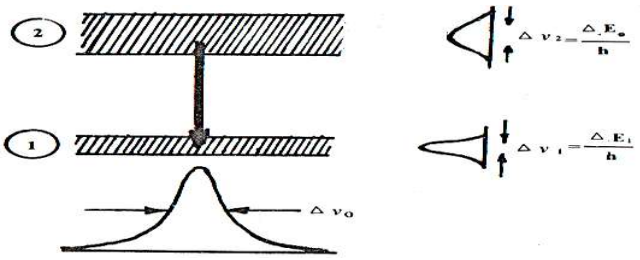
$$\Delta E = h\,\Delta v$$

$$\therefore \quad \frac{h}{2\pi\ \Delta t} = h\,\Delta v \therefore \frac{\hbar}{\Delta t} = h\,\Delta v \qquad but \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

$$\boxed{\Delta v_0 = \frac{1}{2\pi\ \tau}}$$

تمثل Δv_0 عرض الخط الكلي عند منتصف الشدة (FWHM) كما هو واضح في الشكل (1-18) حيث يكون التعريض الطبيعي للخط الطيفي ذو التردد v_0 والحاصل بين مستوي الطاقة $\mathbf{E_1}$ و $\mathbf{E_2}$ كالاتي :

$$\Delta v_0 = \Delta v_1 + \Delta v_2 = \frac{1}{2\pi\ \tau_1} + \frac{1}{2\pi\ \tau_2}$$



الشكل (1-18)

اما شكل الدالة التي تعبر عن شكل الخط الطيفي الناتج بسبب هذا النوع من التعريض فهي دالة لورنتز والتوزيع اللورنتزي ويعطى بالدالة

$$g(\nu-\Delta\nu_0)_L=\frac{\Delta\nu_0}{2\pi}\left[(\nu-\nu_0)^2+\left(\frac{\Delta\nu_0}{2}\right)^2\right]^{-1}$$

وبذلك تكون قيمة الدالة عند القمة اي عند الموضع $\nu=\nu_0$ كالاتي

$$g(0)=\frac{2}{\pi\,\Delta\nu_0}$$

ان هذا التعريض وارد لكل خط طيفي وقد يكون اقل اهمية من بعض اشكال التعريض الاخرى

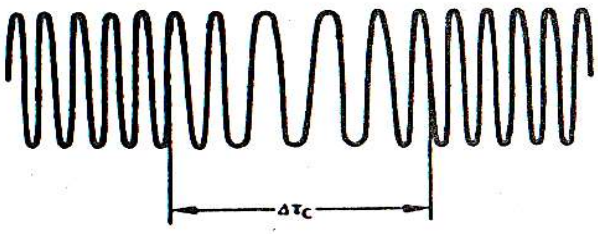
مثال : لو اخذنا خط النيون الاحمر ذو الطول الموجي $632.8\ \text{nm}$ (والوارد في ليزر هيليوم –نيون) والحاصل بين مستويي الطاقة $3s_2$ ($\tau_2=19.6\ n\ sec$) و $3p_4$ ($\tau_1=18.7\ n\ sec$) فان التعريض الطبيعي لهذا الخط يكون :

$$\Delta\nu_0=\frac{1}{2\pi\ \tau_1}+\frac{1}{2\pi\ \tau_2}=\frac{1}{2\times3.14\times18.7\times10^{-9}}+\frac{1}{2\times3.14\times19.6\times10^{-9}}=16.6\ MHz$$

تعريض التصادم collision broadening

هو تعريض متجانس للخط الطيفي سببه تعرض الذرة المشعة او المتصة للتصادم مع ما جاورها من الجزيئات والذرات . فمثلا في حالة الغاز تتصادم الذرة مع ذرات اوجزيئات اخرى مماثلة او مغايرة لها كذلك مع جسيمات متعادلة او مشحونة وحتى مع جدران الاناء الذي يحويها. ان عملية التصادم والتي يكون زمنها قصير جدا تؤثر على الأشعاع وتحدث فيه تغيرا فجائيا في الطور لاحظ شكل(19-1) مما يسبب تعريضا للخط الطيفي ويعتمد مقداره على الزمن ما بين تصادمين τ_c اما شكل الخط الطيفي الناتج عن ذرات المادة والتي تعاني من عملية التصادم فيعطى بدالة لورنتز حيث يكون عرض الخط عند منتصف الشدة.

$$\Delta\nu_0=\frac{1}{\pi\ \tau_c}$$



شكل (19-1) تصرف موجة الاشعاع

الكهرومغناطيسي خلال زمن التصادم τ_c

ويمكن حساب المقدار τ_c من النظرية الحركية للغازت حيث يقدر هذا الزمن بالنسبة بين معدل المسار الحر ومعدل الأنطلاق اي ان

$$\tau_c \cong \frac{(mkT)^{1/2}}{(8\pi)^{1/2}\, Pd^2}$$

حيث P ضغط الغاز و d قطر الجزيئة او الذرة و T درجة الحرارة المطلقة و m كتلة الجزيئة

مثال : في ليزر هيليوم- نيون حيث يكون ضغط الغاز عادة 0.67 ملي بار واذا اخذنا قيمة d لذرة النيون حوالي 2.7×10^{-10} متر ففي درجة حرارة الغرفة تكون $\tau_c = 0.5 \times 10^{-6}$ ثانية بهذا يكون عرض الخط عند منتصف الشدة :

$$\Delta v_0 = \frac{1}{\pi\ \tau_c} = 0.64\ \text{MHz}$$

ومن الواضح ان المقدار τ_c يتناسب عكسيا مع الضغط ولذلك يزداد تعريض الخط بازدياد ضغط الغاز اي مع زيادة تردد التصادم كذلك تسبب عملية التصادم في كثير من الاحيان ازاحة لتردد الخط الطيفي نحو جهة الاحمر (الاطول موجة) او نحو جهة الأزرق (الأقصر موجة)

تعريض دوبلر Doppler broadening

هو تعريض غير متجانس للخط الطيفي حيث تتوزع الترددات للانبعاث على نطاق ضيق يتمركز حول قيمة v_0 المحددة بفرق الطاقة بين المستويين ذات العلاقة. ان تعريض دوبلر للخط الطيفي سببه الحركة العشوائية للذرة التي تكون حركتها باتجاه موافق او مغاير لأتجاه الأشعاع الكهرومغناطيسي وبهذا يكون التردد الذي تتعرض له الذرة اكثر او اقل من v_0 وحسب ظاهرة دوبلر تكون :

$$v_0 = v(1 \mp \frac{V}{c})$$

حيث تمثل V انطلاق الذرة و c سرعة الضوء

اما شكل الخط الطيفي $g(v - v_0)_G$ فيوصف بدالة كاوس (لاحظ شكل 1-20) ويعبر عنها بالدالة

$$g(v - v_0)_G = \frac{2}{\Delta v_0}\left(\frac{ln2}{\pi}\right)^{1/2} exp\left[-\ln 2\left(\frac{v - v_0}{\Delta v_0/2}\right)^2\right]$$

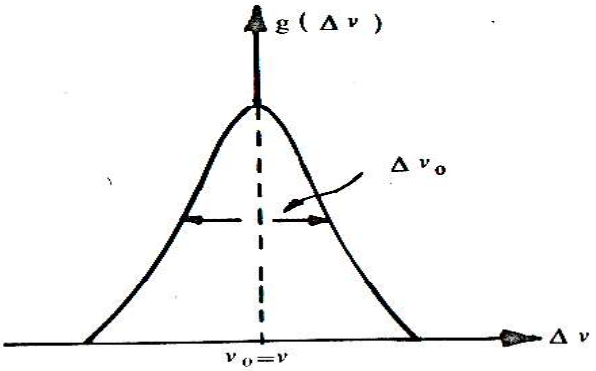
$$\Delta v_0 = \frac{2v_0}{c}\ (\frac{2kT}{m}\ ln\ 2)^{1/2}$$

حيث تمثل T درجة الحرارة المطلقة للوسط k ثابت بولتزمان m كتلة الذرة او الجزيئة .

ولما كان المقدار $(\frac{2kT}{m})^{1/2}$ يساوي المقدار $(\frac{2RT}{M})^{1/2}$ حيث R الثابت العام للغاز M الوزن الجزيئي لدقيقة الوسط وكلاهما يعبر عن السرعة الأكثر احتمالية لدقائق الوسط V_p لذا

$$\Delta v_0 = \frac{2v_0 V_p}{c}\ (\ ln\ 2)^{1/2}$$

$$\Delta v_0 = 7.16 \times 10^{-7}\, v_0 \sqrt{\frac{T}{M}}$$



شكل (1- 20) منحني كاوس حيث Δv_0 يمثل عرض المنحني عند منتصف الشدة

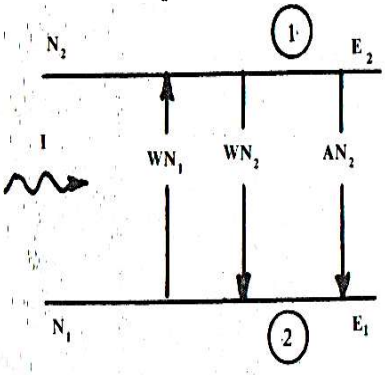
مثال : اذا حسبنا تأثير هذه العملية في تعريض خط طيفي لغاز النيون الذي هو بدرجة حرارة الغرفة ولأنتقال الليزر المعروف بطول الموجة 632.8 نانومتر لوجدنا ان تعريض دوبلر لهذا الخط

$$\Delta v_0 = 1.3\ GHz$$

فلو قارنا هذه القيمة بتلك الناتجة عن التعريض الطبيعي للخط الطيفي ذاته وكذلك الناتجة عن تعريض التصادم له لوجدنا بان تعريض دوبلر هو المهيمن . ويغدو هذا مهملا في درجات الحرارة الواطئة (تبريد الغاز) بينما يهيمن تعريض التصادم في ضرف الضغط العالي للغاز (مثلا في ليزر CO_2 حيث يكون الضغط في حدود 1 جو)

الأشباع

هو حالة تخص وجود ذرات الوسط في مجال كهرومغناطيسي ذو شدة عالية وتردد مناسب . نفرض وجود مستويين للطاقة لذرات مادة في مجال كهرومغناطيسي ذو شدة I وتردد $\omega = \omega_0$ وعموما يكون تأثير هذا المجال على ذرات الوسط ان يجعل تأهيل مستويي الطاقة لها بمقدار متساوي اذ يكون تأهيل المستوى الأوطأ N_1 عادة اكثر من تأهيل المستوى الأعلى N_2 وبهذا تكون عملية الأمتصاص $W N_1$ للانتقال باتجاه الاعلى هو اشد من عملية الأنبعاث المحفز $W N_2$ للانتقال باتجاه الاسفل . ان محاولة جعل تأهيل مستويي الطاقة للذرة بشكل متساوي تحت تأثير مجال كهرومغناطيسي عالي الشدة هو ما نطلق عليه بالاشباع . فلو فرضنا بان للذرة مستويين للطاقة فقط لاحظ شكل (1- 21) . اي ان العدد الكلي لذرات المادة الموجودة في وحدة الحجم N_t



شكل (1- 21)

$$N_t = N_1 + N_2$$

اما الفرق بين تأهيل مستويين الطاقة

$$\Delta N = N_1 - N_2$$

حيث $N_1 > N_2$

ويمكن التعبير عن ΔN بدلالة N_t

$$\Delta N = \frac{N_t}{1 + 2W\tau}$$

حيث يعتمد فرق التأهيل بين مستويي الطاقة على خواص ذرات المادة (متوسط زمن العمر τ للمستوى الاعلى وعلى احتمالية الأنتقال W) ، اي على شدة الأشعاع الساقط I . فعند زيادة I تزداد W وتقل ΔN وعندما تغدو $W\tau \gg 1$ فان ΔN تقترب من الصفر وبهذا تكون $N_1 \approx N_2$ وتساوي تقريبا $\frac{N_t}{2}$ وعندها نحصل على حالة الأشباع بعدها لا يمكن جعل $N_1 < N_2$ بأية حال من الأحوال ومهما زادت شدة الشعاع الساقط .

اما شدة الأشعاع اللازم لحدوث الأشباع I_s فيمكن ان نتوصل بالتعبير عنها بالعلاقة الأتية :

$$I_s = \frac{h\omega}{2\sigma\tau}$$

يمثل المقدار σ مقطع الأمتصاص للانتقال .

ان شدة الأشعاع الساقط I_s تعتمد على المادة وكذلك على تردد الشعاع الساقط

أنقسام مستوى الطاقة

في ما تقدم تعاملنا مع مستوى الطاقة للذرة للسهولة وكأنه مستوى واحد غير منقسم على ذاته ، ولكن وحسب الفيزياء الذرية والأطياف الذرية فان هناك انقسام لمستوى الطاقة ولمعرفة تأثير هذا الأنقسام نفرض لدينا ذرة بمستويين للطاقة E_1 و E_2 وان منقسمين الى عدد g_1 و g_2 على التوالي من التواردات (المستويات الثانوية) وان N_1 تمثل تأهيل مستوى الطاقة 1 بكافة توارده وبافتراض انها جميعا ذات تأهيل متساوي لذا يكون تأهيل احدها i مثلا كالاتي :

$$N_{1i} = N_1/g_1$$

كذلك نستطيع ان نتعامل مع اي انتقال يحدث بين احد توارادات المستوى 2 (j مثلا) الى احد تواردات المستوى 1 (i مثلا) ويرمز له بالانتقال ji كما هو مبين في الشكل (22-1). اما فيما يخص بعض الصفات التي تحدد الانتقال بين المستويين 1 و 2 عموما فيمكن التعبير عنها كما يلي

احتمالية الانتقال

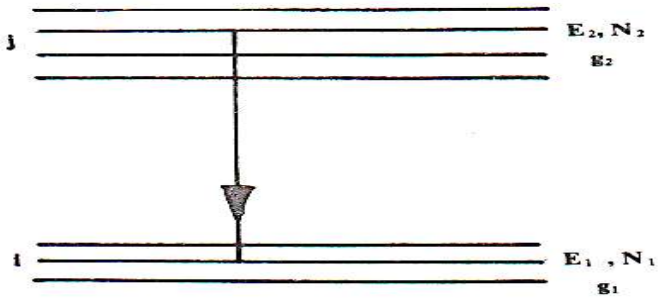
$$W = \sum_{i=1}^{g_1} \sum_{j=1}^{g_2} W_{ij} = \sum_{i=1}^{g_1} \sum_{j=1}^{g_2} W_{ji}$$

امتصاص

$$\sigma_{12} = \frac{W}{g_1 F}$$

انبعاث

$$\sigma_{21} = \frac{W}{g_2 F}$$



شكل (1-22)

ومن ذلك نستنتج $\sigma_{12}\ g_1 = \sigma_{21}\ g_2$

معامل الأمتصاص $\alpha = \sigma_{12}\left(N_1 - N_2 \frac{g_1}{g_2} \right)$

معامل الكسب $G = \sigma_{21}\left(N_2 - N_1 \frac{g_2}{g_1} \right)$

النسبة بين تأهيل المستويين في حالة التوازن $\frac{N_2}{N_1} = \frac{g_2}{g_1}\ e^{-(E_2-E_1)/kT}$

كذلك العلاقة بين معاملات الانتقال B لاينشتاين $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$

يدعى المقدار g بالوزن الاحصائي للمستوى وتعبرعن حالة الأنقسام له ويعتمد على الاعداد الكمية L وS وJ وليس على العدد الكمي M . فمستوى الطاقة ذو العدد الكمي J له انقسام بمقدار(2J+1) في حالة عدم وجود مجال خارجي اي ان g يكون (2J+1)

مستويات الطاقة للجزيئة

الجزيئة عبارة عن تركيب متين مترابط مكون من ذرتين او اكثر متشابهة او مختلفة . وتتألف الطاقة الكلية للجزيء من :

1- طاقة الألكترونات E_e : تحتل المدارات الاخيرة غير المشبعة . وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى يتراوح بين الموجات تحت الحمراء القريبة ممتدة الى المدى المرئي وكذلك الموجات فوق البنفسجية

2- طاقة اهتزازية E_v : وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى الموجات تحت الحمراء

3- طاقة دورانية E_r : وتقع الانتقالات بين مستوياتها في مدى الموجات المايكروية

4- طاقة الحركة العشوائية E_t

وعند دراسة الطيف الجزيئي يؤخذ عادة بأنواع الطاقات الثلاثة الأولى لانها جميعا خاضعة لقوانين الكم في حين لا تكون الطاقة الحركية الانتقالية على العموم مكماة.

في درجة حرارة الغرفة 300 كلفن تكون E_e وE_v اكبر بكثير من KT وهذا يعني ان الجزيئة في حالة التوازن تأخذ اوطأ مستوى للتذبذب للحالة الالكترونية الارضية

مسائل الفصل الأول

س1/ احسب معدل عدد الفوتونات لكل صيغة تذبذب عند التردد 4×10^{14} هرتز لجسم اسود بدرجة حرارة الغرفة 300 كلفن حسب فرضية بلانك؟

$$\overline{q} = \frac{\overline{E}}{h\nu} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{1}{\left(e^{6.625\times10^{-34}\times4\times10^{14}/1.38\times10^{-23}\times300}\right) - 1} = 160 \times 10^{-30}\ photon$$

اذن الجسم الاسود بدرجة حرارة الغرفة يكون اشعاعه ضئيل جدا في مدى الضوء المرئي

س2/ برهن ان $e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1$ $R = \frac{A}{\rho B} =$ (حيث R تمثل النسبة بين معدل الانبعاث التلقائي ومعدل الانبعاث المحفز) ثم جد:

1. قيمة المقدار R لمصباح تنكستن يعمل بدرجة حرارة 2000 كلفن وذات تردد انبعاث مقداره 5×10^{14} هرتز
2. قيمة المقدار R للضوء الاصفر (5900 انكستروم) درجة حرارة الغرفة 300 كلفن
3. بأي درجة حرارة يكون معدل الانبعات المحفز مساويا لمعدل الانبعاث التلقائي للضوء الاصفر (5900 انكستروم)
4. ما هو طول الموجة التي يكون فيها $R = 1$ بدرجة حرارة الغرفة

معادلة بلانك $\rho_v = \frac{8\pi h\nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT}-1}$

$$\frac{A}{B} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3}$$

$$R = \frac{A}{\rho B} = \frac{A}{B} \times \frac{1}{\rho} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \times \frac{1}{\frac{8\pi h\nu^3/c^3}{e^{h\nu/kT}-1}} = e^{h\nu/kT} - 1$$

1. $R = e^{h\nu/kT} - 1 = \left(e^{6.625\times10^{-34}\times5\times10^{14}/1.38\times10^{-23}\times2000}\right) - 1 = 1.63 \times 10^5$

وهذه النتيجة تبين هيمنة الانبعاث التلقائي

2. $R = e^{hc/kT\lambda} - 1 = \left(e^{6.625\times10^{-34}\times3\times10^{8}/1.38\times10^{-23}\times300\times5900\times10^{-10}}\right) - 1 = 2.25 \times 10^5$

3. $R = 1 = e^{hc/kT\lambda} - 1 \rightarrow 2 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}} \rightarrow ln\,2 = \frac{hc}{kT\lambda} \rightarrow T = \frac{hc}{k\lambda ln2} =$
$6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8/1.38 \times 10^{-23} \times 5900 \times 10^{-10} \times 0.693 = 3.5 \times 10^4 K$

4. $R = 1 = e^{hc/kT\lambda} - 1 \rightarrow 2 = e^{\frac{hc}{kT\lambda}} \rightarrow ln\,2 = \frac{hc}{kT\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{kT\,ln2} =$
$6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8/1.38 \times 10^{-23} \times 300 \times 0.693 = 6.9 \times 10^{-5}\ m$

س3 / اذا كانت $\rho_v = \rho\ g(\Delta v)$ اوجد مقطع الامتصاص σ ومعامل الأمتصاص $\propto$ ومعامل الكسب G بدلالة $g(\Delta\omega)$

$$\rho_v = \rho\ g(\Delta v)$$

$$W = B\,\rho_v = B\rho\ g(\Delta v) \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

$$I = \frac{\rho c}{n}$$

$$F = \frac{I}{\hbar\omega} = \frac{\frac{\rho c}{n}}{\frac{h}{2\pi}\,2\pi v} = \frac{\rho c}{nhv}$$

$$\sigma = \frac{W}{F} = \frac{B\,\rho\,g(\Delta v)}{\frac{\rho c}{nhv}} = \frac{Bn\,hv\,g(\Delta v)}{c}$$

$$\propto = \sigma\,(N_1 - N_2) = \frac{Bn\,hv\,g(\Delta v)}{c}(N_1 - N_2)$$

$$G = \sigma\,(N_2 - N_1) = \frac{Bn\,hv\,g(\Delta v)}{c}(N_2 - N_1)$$

س4 / احسب النسبة بين تأهيل مستويين للطاقة بدرجة حرارة الغرفة 300 كلفن حسب احصائية بولتزمان اذا كان الطول الموجي للموجة الساقطة على هذا النظام هو 590 نانو متر؟ ثم جد الطاقة اللازمة لجعل هذه النسبة مساوية للنصف ؟

$$\frac{N_2}{N_1} = \quad e^{-\frac{hv}{kT}} = \quad e^{-\frac{hc}{kT\lambda}} \quad = \left(e^{-6.625\times10^{-34}\times3\times10^{8}/1.38\times10^{-23}\times300\times590\times10^{-9}}\right) = 4.56\times10^{-36}$$

$$When \qquad \frac{N_2}{N_1} = 1/2$$

$$\frac{1}{2} = \quad e^{-\frac{hv}{1.38\times10^{-23}\times300}} \quad = \quad e^{-\frac{hv}{4.14\times10^{-21}}}$$

$$\ln 1 - \ln 2 = -\frac{hv}{4.14\times10^{-21}}$$

$$E = hv\ = 2.86\times10^{-21}\ J$$

س5/ قارن بين تعريض التصادم وتعريض دوبلر للخط الطيفي لغاز النيون في درجة حرارة الغرفة 300 كلفن ولأنتقال الليزر ذي الطول الموجي 632 نانو متر علما ان الوزن الجزيئي للنيون 18.6 وزمن التصادم 0.5×10^{-6} ثانية

$$\Delta v_0)_c = \frac{1}{\pi \tau_c} = \frac{1}{3.14 \times 0.5 \times 10^{-6}} = 0.64\ MHz$$

$$\Delta v_0)_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{3 \times 10^8}{632 \times 10^{-9}} \sqrt{\frac{300}{18.6}}$$
$$= 1.365\ GHz$$

$$\frac{\Delta v_0)_D}{\Delta v_0)_c} = \frac{1.365 \times 10^9}{0.64 \times 10^6} = 2.133 \times 10^3$$

$$\therefore \quad \Delta v_0)_D \gg \Delta v_0)_c$$

اي تعريض دوبلر هو المهيمن

س6/ متى تختصر معادلة بلانك المكممة للطاقة $\bar{E} = \frac{hv}{e^{-hv/kT}-1}$ الى المعادلة التقليدية للطاقة $\bar{E} = kT$

ج/ عندما يكون الطول الموجي λ كبير وهذا معناه ان التردد v صغير حسب العلاقة $v = c/\lambda$ وبالتالي المقدار hv يكون اصغر بكثير من kT

$$\bar{E} = \frac{hv}{e^{-hv/kT} - 1} = \frac{hv}{1 + \frac{1}{1!}\frac{hv}{kT} + \frac{1}{2!}\left(\frac{hv}{kT}\right)^2 + \cdots - 1} = \frac{hv}{\frac{hv}{kT}} = kT$$

حيث ان المقدار hv صغير فيهمل المقدار $\left(\frac{hv}{kT}\right)^2$ (مفكوك تايلور للدالة الأسية...)

س7/ فجوة حجمها 1 سم3 ، احسب عدد صيغ التذبذب فيها والو اقعة في مدى موجي عرضه 10 نانومتر تتمركز حول موجة طولها 600 نانو متر

$$N_v dN_v = \frac{8\pi V v^2\, dv}{c^3} \rightarrow N d\lambda = \frac{8\pi V \frac{c^2}{\lambda^2}\, d(\frac{c}{\lambda})}{c^3} = \frac{8\pi V c^3 \frac{1}{\lambda^2} d\lambda}{c^3 \lambda^2} = \frac{8\pi V d\lambda}{\lambda^4}$$
$$= \frac{8 \times 3.14 \times 1 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-9}}{(600 \times 10^{-9})^4} = 1.9 \times 10^{12}$$ نمطا

س8/ نابض حلزوني يحمل كتلة مقدارها 1 كغم وثابت النابض 20 نت\م يتذبذب بحركة تو افقية بسيطة سعتها 1 سم أ- اذا كانت طاقة النابض مكممة (تخضع لمعادلة بلانك) فما هو العدد الكمي n للنابض ب- اذا تغير n بمقدار 1 فما هو التغير في طاقة النابض ؟ماذا تستنتج؟ $E = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times 20(0.01)^2 = 0.001\ J$

$$v = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2 \times 3.14}\sqrt{\frac{20}{1}} = 0.712\ HZ$$

$$E = nhv \quad \therefore \quad n = \frac{E}{hv} = \frac{0.001}{6.625 \times 10^{-34} \times 0.712} = 2.11 \times 10^{30}$$

$$E = nhv = 1 \times \ 6.625 \times 10^{-34} \times 0.712 = 4.7 \times 10^{-34}\ J$$

وهذا يعني ان مقدار التغير في طاقة النابض صغير جدا (يمكن اهماله) اذا ما تغير العدد الكمي بمقدار 1 وبالتالي فان طاقة النابض اذا ما كممت فان تغيرها ضئيل جدا وان مبدأ تكميم الطاقة يصح فقط في الذرات والجزيئات حيث يكون تأثيره واضح ويمكن قياسه

س9/ في التوزيع الطيفي للجسم الأسود (شكل 1-10) λ_m هي قيمة طول الموجة التي تعطي النهاية العظمى للدالة كما انها تحقق المعادلة $\lambda_m T = 2.9 \times 10^{-3}\ m.K$ (قانون فين للازاحة) احسب مقدار λ_m في درجة حرارة 6000 كلفن ، وما هو اللون المناظر لطول الموجة هذه ؟

$$\lambda_m(6000) = 2.9 \times 10^{-3} \quad \therefore \lambda_m = 4833 \times 10^{-10} m = 483.3\ nm$$

اللون المناظر لطول الموجة هو ازرق مخضر

بنفسجي	نيلي	ازرق	اخضر	اصفر	برتقالي	احمر
400	440	470	530	580	620	700

س10/ على افتراض ان خيط التنكستن لمصباح كهربائي يمثل الجسم الاسود احسب مقدار λ_m (قانون فين للازاحة) في درجة حرارة 2900 كلفن ، وما هو اللون المناظر لطول الموجة هذه ؟

$$\lambda_m(2900) = 2.9 \times 10^{-3} \quad \therefore \lambda_m = 1 \times 10^{-6} m = 1000\ nm$$

على الرغم من ان المصباح يعطي الضوء الابيض ولكن عند النهاية العظمى λ_m تقع ضمن منطقة الاشعة تحت الحمراء وذلك يفسر سبب الحرارة المنبعثة من المصباح

س11/ اذا تضاعفت شدة الضوء المارة مرة واحدة خلال وسط ليزري طوله 0.5 متر. 1- احسب معامل الكسب على اعتبار ان الجهاز لا يتضمن خسارة . 2- اذا كانت الزيادة في شدة الاشعاع بمقدار 5% لنفس المسار فكم يكون معامل الكسب ؟

$$\frac{I_x}{I_0} = e^{-\alpha x} \rightarrow \frac{2I_0}{I_0} = e^{-\alpha(0.5)} \rightarrow ln\ 2 = -0.5\alpha \rightarrow \alpha = -1.39\ m^{-1} \quad -\ 1$$

$$G = -\alpha = 1.39\ m^{-1}$$

$$I_x = I_0 + 0.05 I_0 \quad -\ 2$$

$$\frac{I_x}{I_0} = e^{-\alpha x} \rightarrow \frac{1.05\ I_0}{I_0} = e^{-\alpha(0.5)} \rightarrow ln\ 1.05 = -0.5\alpha \rightarrow \alpha = -0.098\ m^{-1}$$

$$G = -\alpha = 0.098\ m^{-1}$$

س12/ ما مقدار التعريض الطبيعي للخط الطيفي للانبعاث الناتج عن ثنائي القطب الكهربائي ؟ علما ان $\tau = 10^{-8}$

$$\Delta v_0 = \frac{1}{2\pi\ \tau} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 10^{-8}} = 15.9\ \times 10^6\ Hz$$

س 13 / احسب التعريض الكلي المتجانس للخط الطيفي $\lambda = 633\ nm$ لخط النيون اذا علمت Δv للتعريض الطبيعي يساوي 20 ميكاهيرتز و Δv لتعريض التصادم 0.64 ميكاهيرتز ؟

$$\Delta v_t = \Delta v_0 + \Delta v_c = 20.64\ MHz$$

شكل كاوسي لورنتيزي

س14/ احسب تعريض دوبلر للخط الطيفي $\lambda = 10.6\ \mu m$ لجزيئة CO_2 في درجة حرارة 400 كلفن . علما ان تعريض التصادم لهذا الانتقال في ليزر CO_2 حوالي 0.5 ميكاهرتز/ تور ، احسب ضغط CO_2 الذي يعطي تعريض مماثل لتعريض دوبلر علما ان الوزن الجزيئي له 44.01؟

$$\Delta v_0)_D = 7.16 \times 10^{-7} v_0 \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{c}{\lambda} \sqrt{\frac{T}{M}} = 7.16 \times 10^{-7} \frac{3 \times 10^8}{10.6 \times 10^{-6}} \sqrt{\frac{400}{44.01}}$$

$$= 1.365\ GHz$$