طريقة فوجل (الجزاء)

تعتبر طريقة فوجل من أهم الطرق الثلاثة حيث تتميز بقدرة الوصول إلى الحل الأمثل بأسرع وقت ممكن إلا أنها تحتاج إلى عمليات حسابية أطول مما تحتاجه طريقة الركن الشمالي الغربي وطريقة أقل الكلف، وتتخلص خطوات إيجاد الحل الأساسي الأولي بهذه الطريقة بعد التأكد من أن جدول النقل في حالة توازن كالآتي:

1 ـ نحسب تكاليف الجزاء لكل صف وعمود لجدول النقل، والتي هي حاصل الفرق بين أقل كلفتين في كل صف أو عمود.

2 ـ نحدد الصف أو العمود الذي له أعلى كلفة جزاء ونخصص أكبر عدد ممكن من الوحدات إلى الخلية التي تحتوي على أقل كلفة في الصف أو العمود الذي تم اختياره.

3 ـ ننقص العرض في الصف والطلب في العمود بنفس عدد الوحدات المخصصة للخلية.

4 ـ إذا أصبح العرض في الصف الآن صفر، نلغي الصف، وإذا أصبح الطلب في العمود الآن صفر، نلغي العمود، أما إذا أصبح كل من العرض في الصف والطلب في العمود مساويين للصفر، نلغي الصف والعمود معاً.

5 ـ تكرر الخطوات الأربعة أعلاه ونستمر إلى أن يتم توزيع جميع الوحدات المعروضة على الوحدات المطلوبة.

من المثال السابق، المطلوب استخدم **طريقة فوجل** لإيجاد الحل الأولي المقبول.

مراكز تسويقية / مراكز إنتاجية	1	2	3	العرض	فروق الأسطر		
1	7	3	10	22			
2	4	6	0	24			
3	5	8	9	14			
الطلب	18	22	20	60			
فروق الأعمدة							

مراكز تسويقية / مراكز انتاجية	1	2	3	العرض	الفروق		
1	7	3 22	10	22	4	4	
2	4 4	6	0 20	24	4	2	4
3	5 14	8	9	14	3	3	5
الطلب	18	22	20	60			
الفروق	1	3	9				
	1	3					
	1						

أما التكاليف الكلية تحسب كالآتي:

$$(3)\ (22) + (4)\ (4) + (0)\ (20) + (5)\ (14) = 152$$

مثال

مراكز تسويقية / مراكز إنتاجية	1	2	3		العرض	Δ1	Δ2	Δ3
1	5	1	3		500			
2	2	4	1		300			
3	3	5	2		200			
الطلب	300	300	200					
Δ1								
Δ2								
Δ3								

إيجاد الحل الأمثل

بعد الحصول على الحل الأساسي الأولي، يتم استخدام أساليب أخرى لاختبار مثالية الحل من أجل الحصول على حل أفضل يعطي تكاليف نقل كلية أقل وذلك باستخدام الطريقتين الآتيتين:

1 ـ طريقة المسار المتعرج Stepping – Stone Method.

2 ـ طريقة التوزيع المعدل Modified Distribution Method

1Stepping – Stone Method - طريقة المسار المتعرج

تتطلب هذه الطريقة تقييم كل خلية غير مشغولة في جدول الحل الأولي لمعرفة ماذا سيحدث لتكاليف النقل الكلية إذا نقلت وحدة واحدة إلى أحد الخلايا غير المشغولة فإذا وجدنا أن ملء خلية معينة غير مشغولة ستؤدي إلى تقليل التكاليف، يتم تعديل الحل الراهن وتستمر عملية تقييم كل جدول إلى أن نتوصل إلى أن أشغال أي خلية غير مشغولة لا يؤدي إلى تقليل في تكاليف النقل بل سيؤدي إلى زيادتها.

كما يجب ملاحظة أن أية مشكلة للنقل تكون قابلة للحل الأمثل دون أية إجراءات إضافية إذا تحقق الشرط الآتي وهو أن عدد الخلايا المشغولة يجب أن تساوي دائماً مجموع عدد الصفوف وعدد الأعمدة ناقصاً واحد أي أن:

عدد الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الأعمدة - 1

عدد الخلايا المشغولة = (m + n -1)

ولتطبيق هذه الطريقة يتم إتباع الخطوات الآتية:

1 ـ يتم رسم مسار مغلق Closed Path لكل خلية غير مشغولة ويتكون المسار من مجموعة من قطع من المستقيمات المتعاقبة الأفقية والعمودية يبدأ من الخلية الغير المشغولة المراد اختيارها إلى خلية مليئة أخرى حتى يتم الوصول إلى الخلية الغير المشغولة نفسها حيث يمكن تجاوز خلايا غير مشغولة أو ممتلئة بحيث نصل إلى خلية ممتلئة.

2 ـ يبدأ المسار المغلق بعلامة موجبة (+) للخلية المراد تقييمها تعقبها علامة سالبة (-) للخلية التي تليها في المسار ثم علامة موجبة للخلية التي تليها وهكذا لجميع الخلايا التي يتشكل منها المسار.

3 ـ نحسب الكلفة غير المباشرة للخلية (تقييم الخلية) وذلك بجمع الكلفة للخلايا الواقعة على المسار، فإذا كانت هذه القيمة سالبة معنى ذلك أن أشغال هذه الخلية سيساهم في تخفيض التكاليف.

4 ـ تكرر الخطوات السابقة في حالة وجود أكثر من خلية غير مشغولة فإذا كانت الكلف غير المباشرة موجبة أو صفر فإن الحل الذي بين يدينا هو الحل الأمثل، أما إذا كانت هناك خلية غير مشغولة أو أكثر من خلية غير مشغولة تكون الكلفة الغير المباشرة لها سالبة فهذا يعني أن هناك إمكانية لتطوير الحل وتخفيض التكاليف وتعطى الأولوية للخلية التي لها أكبر قيمة سالبة للكلفة الغير المباشرة لأنها تساهم في تخفيض التكاليف وتؤدي إلى تحسين الحل.

5 ـ يتم أشغال الخلية الغير المشغولة من الخلايا المشغولة التي تحمل إشارة سالبة في نفس المسار.

6 ـ تكرر الخطوات السابقة بنقل القيم بين الخلايا واختبار الخلايا الغير المشغولة بنفس الطريقة حتى يتم الحصول على الحل الأمثل.

7 ـ في حالة عدم تحقق شرط عدد الخلايا المشغولة = (m + n ـ 1) في هذه الحالة نضيف إلى أحد الخلايا الغير المشغولة والتي تحتوي على أقل كلفة قيمة صفر بحيث لا يؤثر على الحل وتساعدنا في اختبار الخلايا الغير المشغولة.

مثال

من جدول الحل الأولي الآتي للمثال السابق والذي تم الحصول عليه بطريقة الركن الشمالي الغربي، أوجد الحل الأمثل باستخدام طريقة المسار المتعرج:

مراكز تسويقية / مراكز إنتاجية	1	2	3	العرض
1	7 18	3 4	10	22
2	4	6 18	0 6	24
3	5	8	9 14	14
الطلب	18	22	20	60

الحل:

1 ـ يتم التأكد من أن الحل الأولي قابل للحل الأمثل ونلاحظ أن عدد الخلايا المشغولة تساوي 5 وأن الشرط (عدد الخلايا = 3 + 3 ـ 1) متحقق.

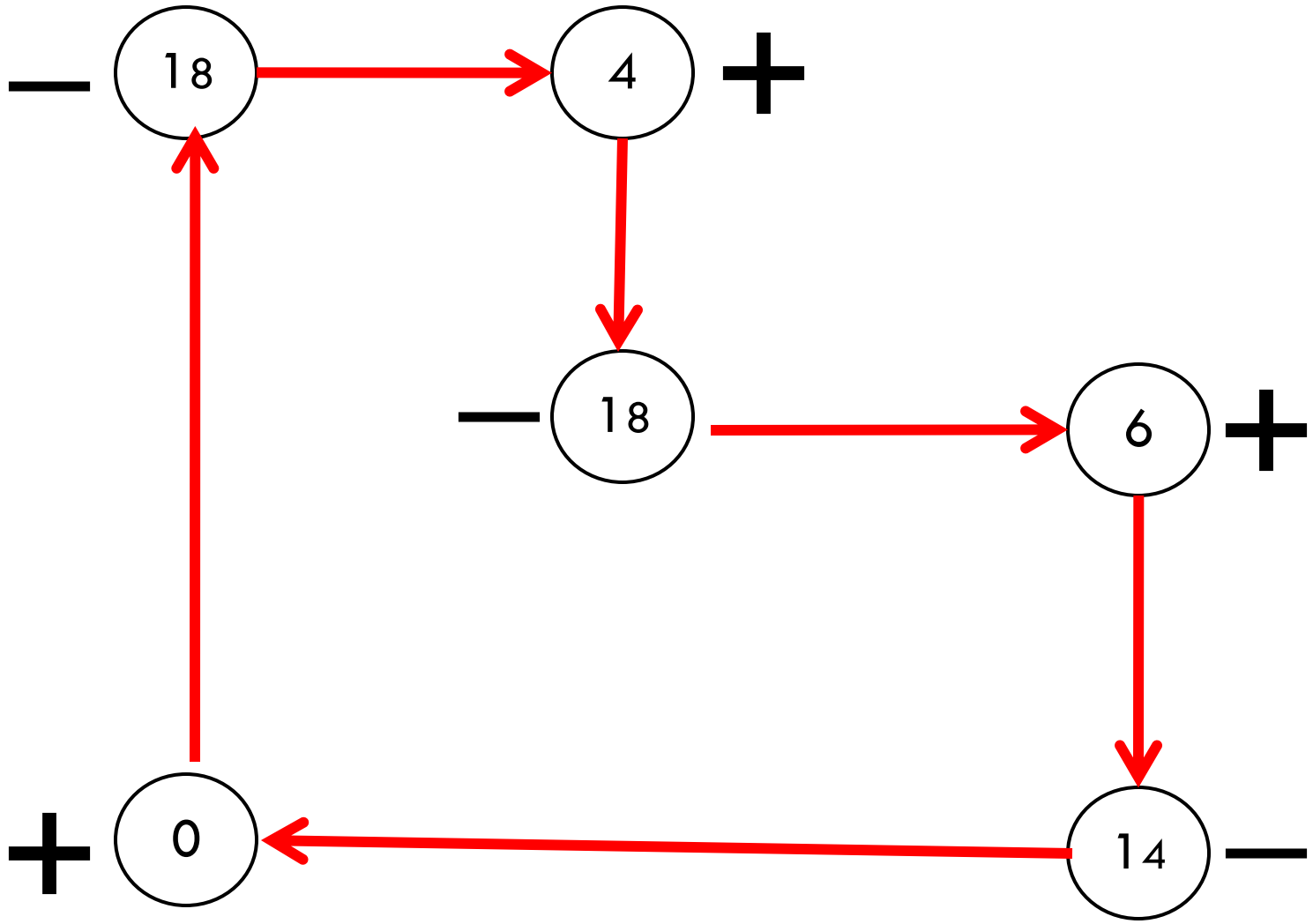
2 ـ يتم رسم مسار مغلق للخلايا الغير المشغولة.

3 ـ يتم حساب الكلف الغير المباشرة للمسارات المغلقة للخلايا الغير المشغولة وكالآتي:

الخلية الغير المشغولة	المسار المغلق	الكلفة الغير المباشرة
X(1,3)	X(1,3) ⇨ X(2,3) ⇨X(2,2) ⇨ X(1,2) ⇨ X(1,3)	+10-0+6-3=13
X(2,1)	X(2,1) ⇨ X(1,1) ⇨X(1,2) ⇨ X(2,2) ⇨ X(2,1)	+4-7+3-6=-6
X(3,1)	X(3,1) ⇨ X(1,1) ⇨X(1,3) ⇨X(2,2) ⇨ X(2,3) ⇨ X(3,3) ⇨ X(3,1)	+5-7+3-6+0- 9=-14
X(3,2)	X(3,2) ⇨ X(2,2) ⇨X(2,3) ⇨ X(3,3) ⇨ X(3,2)	+8-6+0-9=-7

4 ـ من التكاليف الغير المباشرة التي تم حسابها نجد أن الخلية X (3,1) لها أكبر قيمة سالبة ولذلك يتم اختيارها لأنه تؤدي إلى تخفيض التكاليف.

ويتم أشغالها بنقل كميات إليها حيث تتحدد الكمية التي ستنقل إليها من خلايا المسار المغلق على أساس مقدار للخلية التي تحمل الإشارة السالبة، ويمكن تمثيل مسار الخلية X(3,1) كالآتي:


18
4
18
6
0
14

- ان عدد الوحدات الواجب نقلها إلى الخلية X(3,1) تتحدد من المسار المغلق أعلاه، أن أقل عدد من الوحدات في هاذ المسار في الخلية ذات الإشارة السالبة (14) وحدة يتم إضافة هذه القيمة إلى الخلايا الموجبة وطرحها من الخلايا السالبة وبذلك تتغير قيم الخلايا في المسار المغلق وتصبح كالآتي:

$$X(3,1) = 14$$

$$X(1,1)\ 18 - 14 = 4$$

$$X(1,3) = 4 + 14 = 18$$

$$X(2,2) = 18 - 14 = 4$$

$$X(2,3) = 6 + 14 = 20$$

$$X(3,3) = 14 - 14 = 0$$

مراكز تسويقية / مراكز إنتاجية	1	2	3	العرض
1	7 4	3 18	10	22
2	4	6 4	0 20	24
3	5 14	8	9	14
الطلب	18	22	20	60

أما التكاليف الكلية تحسب كالآتي:

$$(6)\ (4) + (0)\ (20) + (5)\ (14) + (9)\ (0) = 176$$
$$+ (18)\ (3) + (4)\ (7)$$

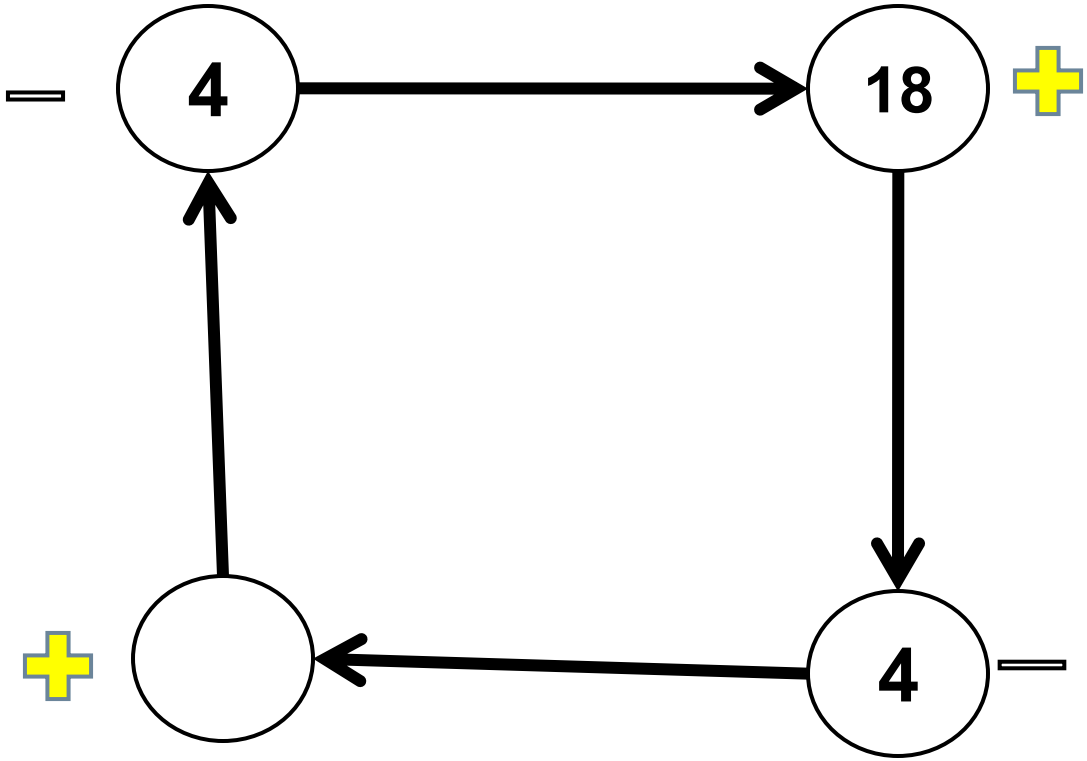
كانت الكلفة الكلية باستخدام طريقة الركن الشمالي الغربي 372 في حين بلغت الكلفة الكلية بعد أن تم تعديل الجدول 176 أي أن هناك تخفيض في التكاليف بمقدار 196.

أن الحل المتحقق في الجدول أعلاه ربما يكون حلاً أمثلاً أو لا يكون كذلك.

- أي هل هناك إمكانية في الحصول على نتائج أفضل من النتيجة السابقة يتطلب ذلك اختبار أمثلية الجدول الذي تم التوصل إليه طبقاً لنفس القواعد السابقة التي تتمثل في دراسة أثر أشغال الخلايا الغير المشغولة على الكلفة الكلية وكالآتي:

الخلية الغير المشغولة	المسار المغلق	الكلفة الغير المباشرة
X(1,3)	X(1,3) ⇨ X(2,3) ⇨X(2,2) ⇨ X(1,2) ⇨ X(1,3)	+10–0+6–3=13
X(2,1)	X(2,1) ⇨ X(1,1) ⇨X(1,2) ⇨ X(2,2) ⇨ X(2,1)	+4–7+3–6=–6
X(3,2)	X(3,2) ⇨ X(3,1) ⇨X(1,1) ⇨X(1,2) ⇨ X(3,2)	+8–5+7–3=7
X(3,3)	X(3,3) ⇨ X(3,1) ⇨X(1,1) ⇨ X(1,2) ⇨X(2,2)⇨X(2,3)⇨X(3,3)	+9–5+7–3+6–0 =1 4

من التكاليف الغير المباشرة التي تم حسابها نجد أن الخلية X(2,1) لها قيمة سالبة ولذلك يتم اختيارها لأنها تؤدي إلى تخفيض التكاليف ويتم أشغالها بنقل كميات إليها حيث تتحدد الكمية التي ستنقل إليها من خلايا المسار المغلق على أساس أقل مقدار للخلية التي تحمل الإشارة السالبة، ويمكن تمثيل مسار الخلية X(2,1) كالآتي


4
18
4

أن عدد الوحدات الواجب نقلها إلى الخلية X(2,1) تتحدد من المسار المغلق أعلاه وهي عبارة عن أصغر عدد من الوحدات في الخلايا التي تأخذ الإشارة السالبة في المسار. أن أقل عدد من الوحدات في هذا المسار في الخلية ذات الإشارة السالبة (4) وحدات، يتم إضافة هذه القيمة إلى الخلايا الموجبة وطرحها من الخلايا السالبة وبذلك تتغير قيم الخلايا في المسار المغلق وتصبح كالآتي:

$$X(1,1) = 4 - 4 = 0$$

$$X(1,2) = 18 + 4 = 22$$

$$X(2,1) = 4$$

$$X(2,2) = 4-4 = 0$$

مراكز تسويقية / مراكز إنتاجية	1	2	3	العرض
1	7	3 22	10	22
2	4 4	6	0 20	24
3	5 14	8	9	14
الطلب	18	22	20	60

أما التكاليف الكلية تحسب كالآتي:

$$(22)\ (3) + (4)\ (4) + (20)(0) + (14)\ (5) = 152$$

كانت الكلفة الكلية 176 في التعديل الأول للجدول في حين بلغت الكلفة الكلية بعد أن تم تعديل الجدول للمرة الثانية 152 أي أن هناك تخفيض في التكاليف بمقدار 24.

المخازن / المصانع	1	2	3	ai
1	4 56	8	8	56
2	16	24 41	16 41	82
3	8 16	16 61	24	77
bj	72	102	41	

انتهت المحاضرة