د. مُظفر جاسم
2018

الفصل الخامس

الصفات الموجية للجسيمات

The Wave Properties of Particles

5-1: مقدمة Introduction

تَبيَّن من التجارب المختلفة أن للإشعاع الكهرومغناطيسي (ومنه الضوء) طبيعتين إحداهما موجية والأخرى جسيمية. وقد تبدو هاتان الطبيعتان متناقضتين في بعض الأحيان، ففي ظاهرة التداخل التي تدل على الصفة الموجية للإشعاع يمكن تواجد موجتين في نفس الموضع والزمن ليحدث التداخل البنّاء أو الإتلافي، بينما لا يمكن تواجد جُسَيمَين اثنين في نفس الموضع ونفس الزمن. وكما ذكرنا سابقاً أن هنالك ظواهر تُفسر على أساس الطبيعة الموجية للإشعاع إضافة للتداخل كالحيود والإنعكاس والإنكسار، وظواهر أخرى تُفسر على أساس أن الإشعاع متكون من جسيمات أو دقائق سُميت بالفوتونات كظواهر إشعاع الجسم الأسود والكهروضوئية وكومبتن. ولا يمكن أن يسلك الإشعاع السلوك الموجي والجسيمي في نفس الوقت، فعندما ينتشر الإشعاع يبرز السلوك الموجي، وعند التفاعل مع المادة يبرز السلوك الجسيمي.

إن تَقَبُّل هذه الازدواجية في طبيعة الإشعاع ليس من الأمور اليسيرة بسبب الصفات المتناقضة بين الطبيعتين، فالحركة الموجية توصف بالتردد وطول الموجة وسرعة الطَور والسِعة والشدة، ويوصف الجسيم بالكتلة والزخم والطاقة. وعندما تنتشر الموجة تملأ حيزاً كبيراً نسبياً في الفضاء. أما الجسيم فيحتل موضعاً محدوداً صغيراً. ويصعب تقبل كل هذه الصفات (الموجية والجسيمية) لشيء واحد. ومع هذا فلا مناص من تقبل هذه الحقيقة المزدوجة سواء تيسّر فهمها أو تعسّر.

ولتوضيح نتائج بعض التجارب التي تتضمن تفاعلاً بين الطاقة الإشعاعية والمادة، مثل إشعاع الجسم الأسود والتأثير الكهروضوئي وتأثير كومبتون، تم ربط بعض الخواص الموجية والجسيمية بعلاقة بلانك: $(E = hf)$ حيث E: طاقة الفوتون و f: تردد الموجة.

5-2: فرضية دي برولي De Broglie's Hypothesis

في سنة 1924 استفاد دي برولي من فكرة الازدواجية في طبيعة الضوء وقال إن الطبيعة يجب أن تكون متناظرة، فالإزدواجية في طبيعة الضوء يجب أن تقابلها ازدواجية في طبيعة المادة. وحجته هي أنه إذا كان الضوء يتصرف في بعض الأحيان كموجة وفي أحيان أخرى كجسيم فالجسيمات أيضاً يجب أن

تتصرف بطريقة مماثلة، أي يجب أن يرافقها خاصية موجية معينة. أي إن الجسم المتحرك يتصرف في حالات معينة كما لو كان له طبيعة موجية. وقد استند في فرضيته هذه على النظرية النسبية الخاصة ونظرية الكم. وقد مرّت علينا سابقاً العلاقة التالية التي تعبر عن زخم الفوتون وطول موجته:

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad \rightarrow \qquad \lambda = \frac{h}{p} \qquad \ldots\ldots 5.1$$

ووفق فكرة دي برولي فإن هذه المعادلة يمكن تعميمها لتشمل أيضاً الجسيمات المادية ذات الزخم p، والتي ستمتلك طولاً موجياً خاصاً يُعطى بنفس التعبير في المعادلة 5.1. وبسبب أن قيمة زخم جسيم كتلته m وسرعته v هي $(p = mu = Km_o v)$ ، فإن طول موجة دي برولي لهذا الجسيم سيكون:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad \ldots\ldots 5.2$$

وإذا كان الجسيم يسير بسرعة نسبية (أكثر من عُشر سرعة الضوء) فستتخذ هذه المعادلة الصيغة:

$$\lambda = \frac{h}{Km_o v} \qquad \ldots\ldots 5.3$$

حيث K معامل النسبية: $\left(K = 1/\sqrt{1 - (v^2/c^2)}\right)$. وإضافة لهذا فقد افترض دي برولي أن الجسيمات كالفوتونات تخضع للعلاقة $(E = hf)$، حيث E هي الطاقة الكلية للجسيم. وسيكون تردد الجسيم حينئذ:

$$f = \frac{E}{h} \qquad \ldots\ldots 5.4$$

وكما هو الحال في الموجات الكهرومغناطيسية، لا يمكن ملاحظة المَظهَرين الموجي والجسيمي للأجسام المتحركة في نفس الوقت. ولذا لا يمكننا أن نسأل ما هو الوصف "الصحيح". وكل ما يمكن قوله هو أنه في حالات معينة يشبه الجسم المتحرك في سلوكه الموجة وفي حالات أخرى يتصرف كجسيم فقط. ومجموعة الخصائص التي ستبرز أكثر تعتمد على كيفية مقارنة طول موجة دي برولي مع أبعاد الجسيم وأبعاد ما يتفاعل معه كما في المثال التالي.

مثال 5-1: جد طول موجة دي برولي لكل من (أ) كرة كتلتها $46\ g$ وسرعتها $30\ m/s$، و (ب) إلكترون سرعته $10^7 m/s$.

الحل: (أ) بما أن $(v \ll c)$ فيمكن وضع $(K = 1)$. ولهذا:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{(0.046\ kg)(30\ m/s)} = 4.8 \times 10^{-34}\ m$$

إن طول موجة الكرة صغير جداً مقارنة بأبعادها، ولذا لا نتوقع أن نجد أي مظهر موجي في هذا التصرف.

(ب) وهنا أيضاً $(v \ll c)$ «كيف؟». ومع كتلة الإلكترون $(m = 9.1 \times 10^{-31}\ kg)$ سيكون:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{(9.1 \times 10^{-31}\ kg)(10^{7}\ m/s)} = 7.28 \times 10^{-11}\ m$$

ويلاحظ أن هذا الرقم قابل للمقارنة مع أبعاد الذرات، فنصف قطر ذرة الهيدروجين -على سبيل المثال- هو $(5.3 \times 10^{-11} m)$. ولذلك ليس من المستغرب أن الطابع الموجي للإلكترون المتحرك هو المفتاح لفهم البنية والسلوك الذري.

مثال 5-2: جد الطاقة الحركية لبروتون له طول موجة دي برولي مقداره $(1\ fm = 1 \times 10^{-15} m)$ والذي هو تقريباً قطر البروتون.

الحل: إذا كانت pc للبروتون أصغر بكثير من طاقته السكونية $(E_o = 0.938\ GeV)$ فسوف لا نحتاج للحسابات النسبية وإلا فسوف نستخدم هذه الحسابات. «لماذا؟». ولمعرفة الأمر نستخدم المعادلة 5.3 لحساب pc:

$$pc = (Km_o v)c = \frac{hc}{\lambda} = \frac{(6.626 \times 10^{-34}\ J.s)(3 \times 10^{8}\ m/s)}{1 \times 10^{-15} m} = 1.98 \times 10^{-10}\ J$$

$$= \frac{1.98 \times 10^{-10}\ J}{1.6 \times 10^{-19}\ J/eV} = 1.24 \times 10^{9}\ eV = 1.24\ GeV$$

وبما أن $(pc > E_o)$ فسنحتاج للحسابات النسبية. ومن المعادلة 1.39 ستكون الطاقة الكلية للبروتون:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_o^2c^4} = \sqrt{p^2c^2 + E_o^2} = \sqrt{(1.24\ GeV)^2 + (0.938\ GeV)^2} = 1.555\ GeV$$

والطاقة الحركية المقابلة ستكون:

$$E_k = E - E_o = (1.555 - 0.938)GeV = 0.617\ GeV = 617\ MeV$$

5-3: حيود الإلكترونات The Diffraction of Electrons

قادت فرضية دي برولي بأن الجسيمات المادية ترافقها حركة موجية إلى نتائج بعيدة المدى، فطول الموجة المرافق لأي جسيم كتلته m_o ويتحرك بسرعة v صغيرة مقارنة بسرعة الضوء يكون كما يلي:

$$\lambda = \frac{h}{m_o v} \qquad \ldots\ldots 5.3'$$

وإذا اكتسب أي جسيم مثل الإلكترون سرعة v عند تعجيله بفرق جهد مقداره V، فطاقته الحركية عندما تكون سرعته صغيرة مقارنة بسرعة الضوء هي:

$$\frac{1}{2} m_o v^2 = Ve \qquad \ldots\ldots 5.5$$

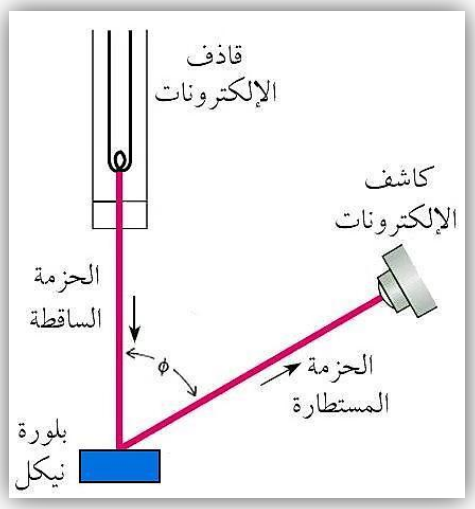
وطول الموجة المرافق لها هو:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_o Ve}} \qquad \ldots\ldots 5.6$$

وعلى سبيل المثال: لفرق جهد مقداره 100 فولت نحصل على:

$\lambda = 1.22 \times 10^{-10}\, m = 1.22\ \text{Å}$

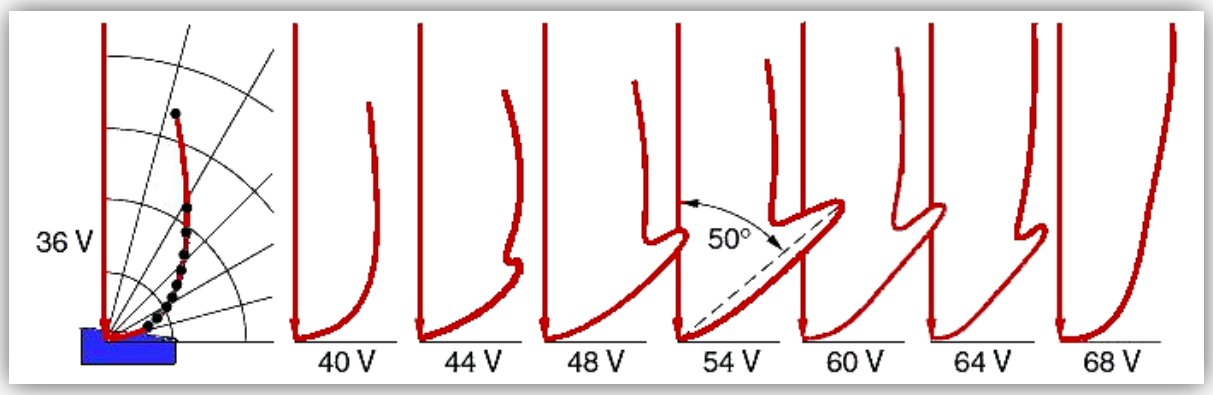
وطول الموجة هذا مقارب لمقدار المسافات بين المستويات الذرية في البلورات، وتوحي لنا هذه الحقيقة إمكانية استخدام البلورات كمحززات حيود للإلكترونات لمعرفة ما إذا كانت لها خاصية موجية أم لا وبطريقة مماثلة لتلك التي استخدمت في حيود الاشعة السينية. وعلى هذا الأساس أجرى داڤسن Davisson وجيرمر Germer في سنة 1927 وكذلك تومسون بصورة مستقلة عنهما تجارب من هذا النوع. وقد كان داڤسن وجيرمر يدرسان تشتت الإلكترونات من سطوح الأجسام الصلبة باستخدام جهاز كالمبين في الشكل 5-1. وقد وُضع الجهاز داخل وعاء زجاجي مفرغ من الهواء ورُتب بحيث يمكن تغيير طاقة الإلكترونات في الحزمة الساقطة وموقع كاشف الإلكترونات وبالتالي الزاوية ϕ. وتتوقع الفيزياء التقليدية أن الإلكترونات المستطارة ستنبعث بكل الاتجاهات. وقد تحقق هذا التوقع باستخدام النيكل كهدف للإلكترونات الساقطة.



الشكل 5-1: تجربة داڤسن وجيرمر.

وخلال التجربة حدث تسرب أدّى إلى دخول الهواء للجهاز وتأكسد سطح معدن الهدف. وللتخلص من التأكسد وُضع الهدف في فرن حار ثم أعيد إلى الجهاز وأعيدت التجربة، ولكن النتائج أصبحت مختلفة جداً. فبدلاً من مشاهدة تغير مستمر لشدة الإلكترونات المستطارة مع زاوية الاستطارة لوحظ ظهور قمم عظمى وصغرى للشدة عند مواقع تعتمد على طاقة الإلكترونات الساقطة. ولم يتمكن الرجلان من تفسير هذا الأمر إلى أن تم تقديم اقتراح لهما بأن تلك النتيجة قد تكون عبارة عن تأثيرات التداخل الموجي الناشئ من الطبيعة الموجية للإلكترونات. وحينئذ قاما بالمزيد من القياسات للتحقق من هذا. ويظهر في الشكل 5-2 منحنيات نموذجية لشدة الإلكترونات مع زاوية الاستطارة بعد إعادة التجربة،

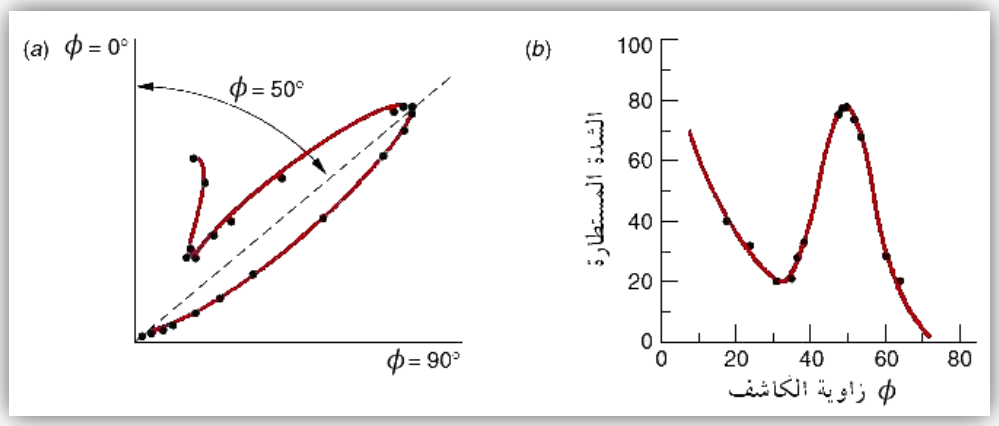
وقد رُسمت هذه المنحنيات بالمحاور القطبية. ويُلاحظ فيها أن طول متجه نصف القطر يتناسب مع شدة الحزمة المستطارة، وأن الزاوية بين متجه نصف القطر والمحور y هي زاوية الاستطارة.



الشكل 5-2: نتائج تجربة داڤسن وجيرمر.

هنالك سؤالان ينقدحان في الذهن: ما هو سبب هذه الظاهرة الجديدة؟ ولماذا لم تظهر إلا بعد إعادة النيكل من الفرن؟

يمكن الجواب استناداً على فرضية دي برولي بأن هنالك موجات إلكترونية قد عانت حيوداً بواسطة الهدف مثل حيود الأشعة السينية بواسطة المستويات الذرية في البلورات. وتأيّدت هذه الفكرة عندما تبين أن تسخين قطعة النيكل عند درجة حرارة عالية وتبريدها يجعل ذرات سطح الهدف تنتج العديد من البلورات المنفردة التي تتجمع لتشكل بلورة كبيرة واحدة، ويتم ترتيب جميع ذراتها في شبيكة منتظمة.



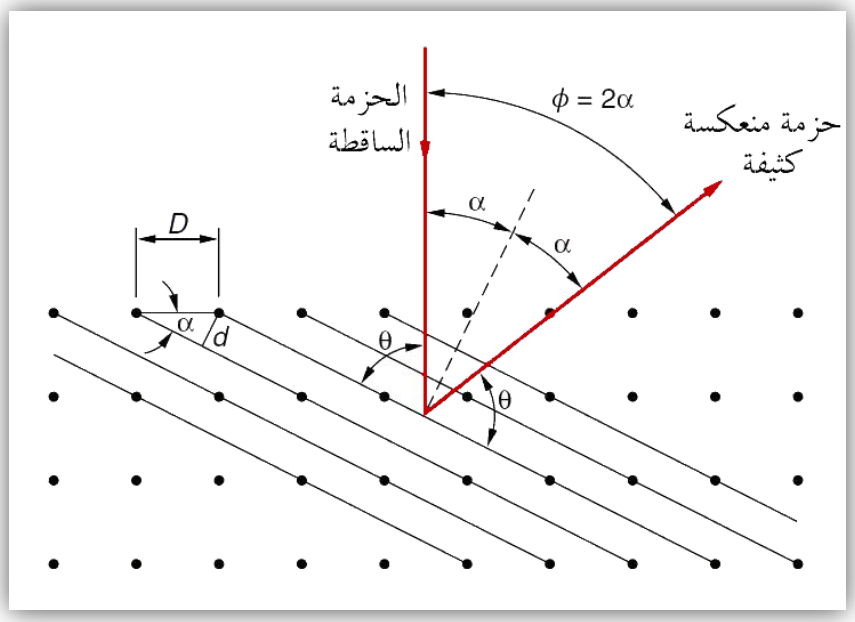
الشكل 5-3: الشدة المستطارة مقابل زاوية الكاشف للإلكترونات ذات الطاقة $54\ eV$.

(a) مخطط بالإحداثيات القطبية للبيانات. (b) نفس البيانات بالإحداثيات الكارتيزية.

ولتفسير المنحنيات في الشكل 5-2 يُلاحظ أنه عندما كان فرق الجهد المسلط $40\ V$ لم يظهر نتوء – إلى حد ما – ولما رُفع الجهد إلى $44\ V$ ظهر نتوء متميز في المنحنى وبزاوية $60°$. وكلما زاد فرق الجهد

زاد طول النتوء حتى يصل لنهايته العظمى عند فرق الجهد $54\ V$ والزاوية $50°$ ثم يتناقص تدريجياً ويختفي تماماً عند فرق الجهد $68\ V$. وفي الشكل 5-3 البيانات المتعلقة بحالة الإلكترونات ذات الطاقة $54\ eV$، وفيها قمة كبيرة للإستطارة بزاوية $50°$. ويمكن تعليل حالة انعكاس الإلكترونات ذات الجهد $54\ V$ والزاوية $50°$ على أنها تداخل بناء، أي تداخل موجات الإلكترونات المنعكسة من مستويات ذرات بلورة النيكل والمرتّبة بمسافات متساوية كما في الشكل 5-4، وبطريقة مماثلة لتلك التي تُستخدم في تفسير نموذج حيود الأشعة السينية للاوي Laue، وتمثل الخطوط المرسومة في الشكل مستويات عمودية على سطح الورقة. وتصنع حزمة الإلكترونات الساقطة على البلورة زاوية α مع العمود على هذه المستويات. وإذا كان طول موجة دي برولي المرافقة لهذه الإلكترونات يحقق قانون براگ فعندئذ:

$$m\lambda = 2d\sin\theta = 2d\cos\alpha \qquad \ldots\ldots 5.7\ \ (why?)$$



الشكل 5-4: حيود الموجات الإلكترونية بواسطة بلورة.

لذلك سيكون للموجات المستطارة من هذه المستويات علاقات طور صحيحة لتقوية بعضها البعض الآخر، وستتولد حزمة عالية الشدة منعكسة بزاوية α مع العمود. ويمكن وضع معادلة براگ بشكل أكثر فائدة بملاحظة أن المسافة d بين المستويات الذرية مرتبطة بالمسافة D بين ذرات طبقة سطح البلورة بالعلاقة البسيطة:

$$d = D\sin\alpha$$

وبتعويضها في المعادلة 5.7 ينتج:

$$m\lambda = 2D\sin\alpha\cos\alpha = D\sin 2\alpha$$

وبعد فرض $(\phi = 2\alpha)$ ينتج:

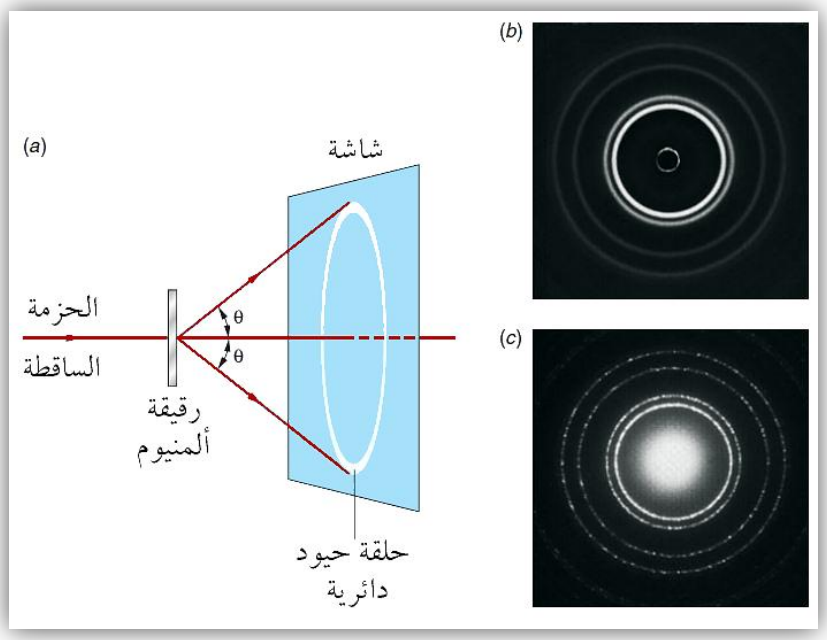
$$m\lambda = D\sin\phi \qquad \ldots\ldots 5.8$$

ويمكن تطبيق هذه المعادلة على القياسات التي قام بها داڤسن وجيرمر. وعندما تكون حزمة الإلكترونات الساقطة ذات جهد $54\ V$ وزاوية $(\phi = 50°)$ و $(m = 1)$ وقيمة D معروفة من بيانات الأشعة السينية وتساوي $2.15\ Å$ فإنه بعد التعويض في المعادلة 5.8 ينتج:

$$\lambda = 2.15\ Å \times \sin 50 = 1.65\ Å$$

وعند مقارنة طول الموجة هذا مع القيمة المستحصلة من تعويض $(V = 54\ Volts)$ في المعادلة 5.6 سينتج $(\lambda = 1.66\ Å)$. وقد أجريت قياسات مماثلة لإلكترونات طاقتها أعلى من هذه القيمة وقورنت في كل مرة فجاءت موافقة بشكل جيد مع فرضية دي برولي.

وفي عام 1927 أيضاً، قدم توسون Thomson برهاناً على الطبيعة الموجبة للإلكترونات النسبية، حيث قذف إلكترونات بطاقات تتراوح بين 10 إلى $40\ keV$ على رقائق معدنية، وكان ترتيب التجربة مشابهاً لذلك المستخدم في الحصول على أنماط لاوي للأشعة السينية (لاحظ الشكل 5-5 "أ"). وحصل على نمط بشكل حلقات واضحة ومتمركزة حول بقعة متألقة على الشاشة. ويبين الشكل 5-5 "b" و "c" أوجه التشابه في الأنماط التي تنتجها الأشعة السينية وموجات الإلكترون.



الشكل 5-5: (a) مخطط للترتيب المستخدم لإنتاج نمط حيود لهدف من الألمنيوم متعدد البلورات polycrystalline.

(b) نمط حيود متولد بواسطة أشعة سينية طولها الموجي $71\ pm$ وهدف ألمنيوم رقيق.

(c) نمط حيود متولد بواسطة إلكترونات طاقتها $600\ eV$ (طول موجة دي برولي حوالي $50\ pm$)، وتم تكبير هذا النمط 1.6 مرة لتيسير المقارنة مع (b).

إن الإلكترونات ليست هي الأجسام الوحيدة التي يمكن التحقق من صفاتها الموجية، فقد تمت البرهنة على الخصائص الموجية للذرات والجزيئات المتعادلة لأول مرة عام 1930 بعد إسقاط حُزَم من ذرات الهيليوم وجزيئات الهيدروجين على بلورة فلوريد الليثيوم. ومنذ ذلك الحين لوحظ حيود ذرات

أخرى وبروتونات ونيوترونات. وفي جميع الحالات كانت قياسات الأطوال الموجية متفقة مع توقعات دي برولي.

4-5: حيود النيوترونات The Diffraction of Neutrons

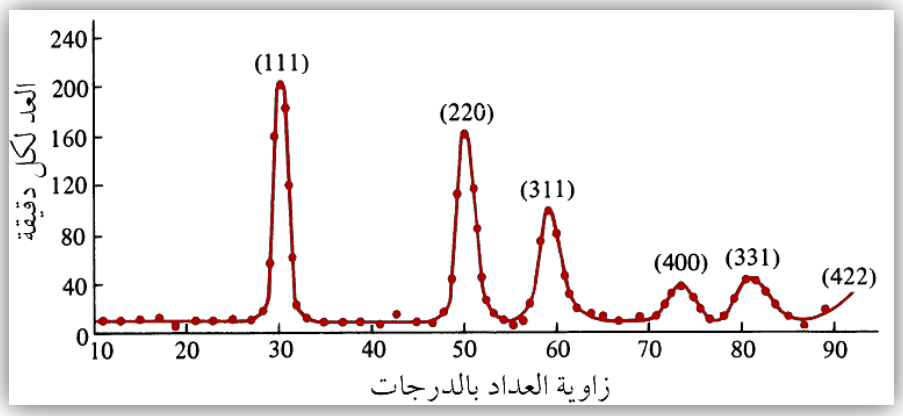
ينفرد النيوترون بخاصية مهمة هي أن صافي شحنته يساوي صفراً، أي إنه لا يتأثر بالمجالات الكهربائية للإلكترونات والنوى وينفذ من أكثر المواد بسهولة كبيرة. وكذلك لا يمكن تعجيله بواسطة فرق جهد كهربائي. وفي معظم الحالات يتصادم تصادماً مرناً مع النوى ويفقد جزءاً من طاقته، وإذا كانت المادة تشغل حيزاً كافياً فإن النيوترونات في النهاية تصل إلى سرعة اتزان تعتمد على درجة حرارة المادة التي تتفاعل معها. ولو كانت هذه المادة بدرجة حرارة مطلقة T فإن النيوترونات ستمتلك توزيعاً للسرع يتناسب مع هذه الدرجة بحيث تُعطى الطاقة الحركية E_k للنيوترون بالصيغة:

$$E_k = kT \qquad \ldots\ldots 5.9$$

حيث k : ثابت بولتزمان وقيمته $(1.38 \times 10^{-23} J/K)$.

ولو وصلت بعض النيوترونات إلى حالة توازن في وسط من الگرافيت أو البرافين في درجة حرارة الغرفة والتي سنعتبرها تساوي $300\ K$ فمعدل الطاقة الحركية لهذه النيوترونات سيكون:

$$E_k = 1.38 \times 10^{-23} \times 300 = 4.14 \times 10^{-21} joule = 4.14 \times 10^{-14} erg$$



الشكل 5-6: نمط حيود النيوترونات المنتَج بواسطة مسحوق الماس.

وباستخدام العلاقة $\left(E_k = \frac{1}{2}mv^2\right)$ يتبين أن السرعة الأنسب لنيوترون بهذه الطاقة هي حوالي $(2.22 \times 10^5\ m/s)$، وستكون طاقته بوحدة eV حوالي $(1/40\ eV)$. وتسمى هكذا نيوترونات واطئة الطاقة بالنيوترونات البطيئة أو النيوترونات الحرارية thermal neutrons. وسيكون طول موجة دي برولي لها $(\lambda = 1.78\ \text{Å})$، وهي تقريباً بنفس مرتبة الأشعة السينية. وهذا يعني أنه عند ادخال التحوير اللازم على الطرق المستخدمة في دراسة الأشعة السينية يمكن دراسة التفاعلات بين النيوترونات البطيئة والمادة.

وبالفعل فقد تمت دراسة حيود النيوترونات بأكثر من طريقة، وفي الشكل 5-6 نموذج لحيود النيوترونات عن مسحوق الماس. وتشير الأرقام المكتوبة فوق القمم إلى المستويات البلورية التي تنتج هذه القمم.

مثال 5-3: جد طول موجة دي برولي لإلكترون طاقته الحركية $120\ eV$.

الحل: من المعادلة 5.1 : $(\lambda = h/p)$، ولهذا وجب أن نحسب زخم الإلكترون أولاً. ويمكن هذا من خلال العلاقة $\left(E_k = \frac{1}{2}mv^2\right)$ التي تؤدي إلى العلاقة:

$$p = mv = \sqrt{2mE_k}$$

$$= \sqrt{(2)(9.11 \times 10^{-31}kg)(120\ eV)(1.6 \times 10^{-19}J/eV)} = 5.91 \times 10^{-24}kg.m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{5.91 \times 10^{-24}kg.m/s} = 1.12 \times 10^{-10}\ m = 1.12\ \text{Å}$$

مثال 5-4: لدينا إلكترون وفوتون وبروتون كلها تتحرك في الفراغ. (أ) أي من هذه الجسيمات يمتلك طاقة سكونية؟ وما مقدارها؟ (ب) أي منها له شحنة؟ وما مقدارها؟ (ج) أي منها يحمل طاقة؟ وما مقدارها؟ (د) أي منها يحمل زخماً؟ (هـ) أي منها يتحرك بسرعة الضوء؟ (و) أي منها يمتلك طولاً موجياً يميز حركته؟

الحل:

أ- الإلكترونات والبروتونات لها كتلة، ولهذا تمتلك طاقة سكونية $(E_o = m_oc^2)$. والفوتون لا يمتلك طاقة سكونية ، ولا يكون في حالة سكون أبداً.

ب- الإلكترون له شحنة مقدارها $(-e)$ والبروتون له شحنة مقدارها $(+e)$، والفوتون ليس له شحنة.

ج- كلها يحمل طاقة، فالإلكترون والبروتون إذا كانا يتحركان بسرعة نسبية فالطاقة الكلية التي يحملها كل منهما هي: $\left(E = E_k + E_o = \sqrt{p^2c^2 + m_o^2c^4}\right)$، وإذا كانا يتحركان بسرعة اعتيادية (غير نسبية) فالطاقة الحركية لكل منهما هي: $\left(E_k = \frac{1}{2}m_ov^2\right)$. أما الطاقة التي يحملها الفوتون فهي: $(E = hf)$.

د- كلها يحمل زخماً. فللإلكترون والبروتون: $(p = Km_ov)$، وإذا كانت $(v \ll c)$ فإن $(K = 1)$ و $(p = m_ov)$. والفوتون يحمل زخماً مقداره $(p = E/c)$.

ه- الفوتون فقط يتحرك بسرعة الضوء لأن الضوء متكون من فوتونات.

و- كلها له طول موجي، فللإلكترون والبروتون طول موجة دي برولي $(\lambda = h/p)$ والفوتون له نفس العلاقة للطول الموجي $(\lambda = h/p)$.

5-5: ما هي موجات دي برولي؟ What are The Waves of De Broglie?

الكمية التي تتغير بشكل دوري في موجات الماء هي ارتفاع سطح الماء، وفي موجات الصوت هي ضغط الوسط الناقل كالهواء، وفي موجات الضوء تتغير المجالات الكهربائية والمغناطيسية. ولكن ما الذي يتغير في حالة موجات المادة؟

إن الكمية التي يصف تغيرها الموجات المادية تُدعى "دالة الموجة wave function"، ويُعبر عنها بالحرف الإغريقي Ψ (يُلفظ: پساي psi). وإن قيمة دالة الموجة المرافقة لجسم متحرك عند الموقع x, y, z في زمن t تتعلق باحتمالية العثور على الجسم في ذلك المكان والزمان. ومع هذا فإن الدالة الموجية Ψ نفسها ليس لها معنى فيزيائي مباشر. وهناك سبب بسيط يبين عدم إمكانية تفسير Ψ تجريبياً. فإحتمالية وجود شيء ما في موضع وزمان محدَّدين يجب أن تكون قيمتها بين 0 (الجسم غير موجود جزماً) و 1 (الجسم موجود قطعاً). والاحتمالية بين هاتين القيمتين (مثلاً 0.2) تعني أن هناك فرصة 20% للعثور على الجسم. ولكن سعة الموجة يمكن أن تكون سالبة مثلما تكون موجبة، في حين أن الاحتمالية السالبة ليس لها معنى (مثل -0.2). ولهذا لا يمكن أن تكون Ψ نفسها كمية قابلة للملاحظة. وهذا الاعتراض لا ينطبق على مربع القيمة المطلقة للدالة الموجية $|\Psi|^2$، والتي تُدعى بكثافة الاحتمالية probability density.

إن احتمالية العثور تجريبياً على الجسم الموصوف بدالة الموجة Ψ عند النقطة x, y, z في الزمن t تتناسب مع قيمة $|\Psi|^2$ في الزمن t. وإذا كانت قيمة $|\Psi|^2$ كبيرة فهذا يعني احتمالية كبيرة لوجود الجسم، بينما تعني القيمة الصغيرة لـ $|\Psi|^2$ احتمالية صغيرة لوجوده. وما دامت $|\Psi|^2$ لا تساوي صفراً في مكان ما فتوجد فرصة محددة – مهما كانت صغيرة– للكشف عن الجسم هناك. وتم تقديم هذا التفسير لأول مرة بواسطة ماكس بورن Max Born في عام 1926.

هنالك فرق كبير بين احتمالية وقوع حدث ما والحدث نفسه. فرغم أننا نستطيع التحدث عن الدالة الموجية Ψ التي تصف الجسيم واحتمالية تواجده في الفضاء، فإن هذا لا يعني أن الجسيم نفسه قد تواجد فعلاً. وعندما يتم إجراء تجربة للكشف عن الإلكترونات مثلاً، فإما يتم العثور على إلكترون كامل في وقت ومكان محدَّدَين أو لا يُعثر عليه، وليس هناك معنى لإيجاد 20% من الإلكترون. ومع هذا، فمن الممكن تماماً أن يكون هناك احتمال بنسبة 20% أن يتم العثور على الإلكترون في ذلك الزمان والمكان. وهذه الاحتمالية تتحدد بـ $|\Psi|^2$.

5-6: سرعة موجة دي برولي Velocity of De Broglie Wave

بأي سرعة تنتقل موجات دي برولي؟ بما أننا نربط موجة دي برولي بجسم متحرك فنتوقع أن تكون لهذه الموجة نفس سرعة الجسم. ولنرَ الآن ما إذا كان هذا صحيحاً.

إذا فرضنا أن سرعة موجة دي برولي هي v_p فيمكن تطبيق المعادلة الاعتيادية لإيجاد هذه السرعة:

$$v_p = \lambda f$$

حيث λ هي طول موجة دي برولي $(\lambda = h/Km_o v)$. ولغرض إيجاد التردد f لهذه الموجة سنساوي التعبير الكمي $(E = hf)$ بالصيغة النسبية للطاقة الكلية $(E = Km_o c^2)$ لنحصل على:

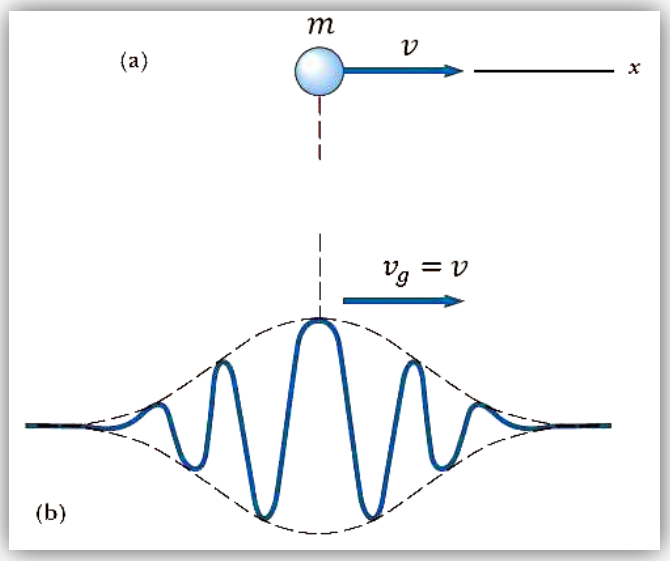
$$hf = Km_o c^2 \qquad \rightarrow \qquad f = \frac{Km_o c^2}{h}$$

ولهذا ستكون سرعة موجة دي برولي:

$$v_p = f\lambda = \left(\frac{Km_o c^2}{h}\right)\left(\frac{h}{Km_o v}\right) = \frac{c^2}{v} \qquad \ldots\ldots 5.10$$

ويتضح من هذه المعادلة أن موجات دي برولي تنتقل دائماً بسرعة أكبر من سرعة الضوء c لأن سرعة الجسيم v يجب أن تكون أقل من سرعة الضوء. ولكي نفهم هذه النتيجة غير المتوقعة يجب التمييز بين سرعة الطور phase velocity v_p (أي سرعة الموجة) وسرعة المجموعة group velocity v_g التي تحوي الموجات المنفردة، والتي تُسمى أيضاً سرعة الحزمة packet velocity.

يجب أن تعكس الموجة المادية التي تمثل الجسيم المتحرك حقيقة وجود احتمالية كبيرة للعثور على الجسيم في منطقة صغيرة من الفضاء في وقت محدد فقط. وهذا يعني أن الموجة المادية الجيبية المتحركة ذات الامتداد اللامحدود (التي تمتد من $-\infty$ إلى $+\infty$) والسعة الثابتة لا يمكن أن تمثِّل بشكل صحيح جسيماً متحركاً موضعياً. وما نحتاجه هو نبضة pulse أو "مجموعة موجية wave group" ذات امتداد مكاني محدود. ويمكن تشكيل هكذا نبضة بإضافة موجات جيبية ذات أطوال موجية مختلفة. ويمكن حينئذ أن تبدو المجموعة الموجية الناتجة متحركة بسرعة v_g مماثلة لسرعة الجسيمات التقليدية، لاحظ الشكل 5-7. وتتكون المجموعة الموجية من تراكب موجات ذات أطوال موجية مختلفة، وقد ترتبت سعة وطور كل موجة داخلها بحيث تتداخل الموجات بشكل بنّاء ضمن منطقة صغيرة من الفضاء. أما خارج هذه المنطقة فإن تركيب الموجات يولد محصلة سعة تقترب بسرعة من الصفر كنتيجة للتداخل الهدّام. ومن الجدير بالذكر أنه لا يُشترط أن يتمثل الجسيم الواحد بموجة واحدة، بل يمكن تمثيله بعدة موجات محصورة في حيِّز من الفراغ حول الجسيم تجمعها حزمة موجية واحدة.



الشكل 5-7: تمثيل جسيم ذي موجات مادية،

(a) جسيم كتلته m وسرعته v، (b) تراكُب العديد من الموجات المادية في حزمة موجية.

ولدراسة هذه الحالة رياضياً نفترض وجود موجة أحادية البعد تنتشر في الاتجاه الموجب لمحور x بسرعة طور v_p. ومما يلاحظ أن v_p هي سرعة نقطة ذات طور ثابت في الموجة مثل قمة الموجة أو قعرها (في القمة أو القعر تكون سعة الموجة أكبر ما يمكن). وهذه الموجة المتنقلة ذات الطول الموجي λ والتردد f والسعة A يمكن وصفها بالعلاقة:

$$y = A\cos\left(\frac{2\pi x}{\lambda} - 2\pi f t\right) \qquad \ldots\ldots 5.11$$

ولعل التعبير الأكثر استخداماً لوصف الموجة هو الشكل المختصر للمعادلة 5.11 ، فإذا اعتبرنا $(\omega = 2\pi f)$ حيث ω: التردد الزاوي angular frequency، و $(k = 2\pi/\lambda)$ حيث k: العدد الموجي wavenumber[1] فستصبح المعادلة 5.11 بالشكل:

$$y = A\cos(kx - \omega t) \qquad \ldots\ldots 5.12$$

وسرعة الطور v_{phase} ستكون:

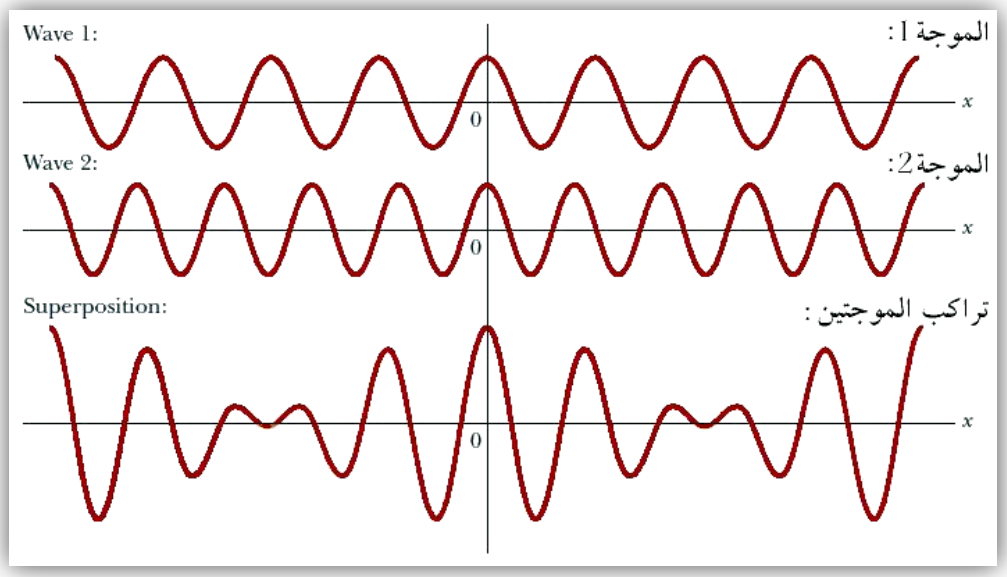
$$v_p = \lambda f = \left(\frac{2\pi}{k}\right)\left(\frac{\omega}{2\pi}\right) = \frac{\omega}{k} \qquad \ldots\ldots 5.13$$

---

[1] وحدة التردد الزاوي ω هي زاوية نصف قطرية radian في الثانية (rad/s)، ووحدة العدد الموجي k هي (rad/m). وقد أخذ مصطلح التردد الزاوي اسمه من الحركة الدائرية المنتظمة، حيث أن جسيماً يتحرك حول دائرة بعدد f من المرات لكل ثانية يُنجِز $2\pi f$ من الزوايا نصف القطرية لكل ثانية (rad/s). والعدد الموجي يساوي عدد الزوايا نصف القطرية المكافئ لرتل موجي wave train طوله متر واحد، لأنه يوجد $2\pi\ rad$ في الموجة الكاملة.

5-7: سرعة الطور وسرعة المجموعة Phase Velocity and Group Velocity

إن سعة موجات دي برولي لجسيم متحرك تعكس احتمالية تواجد الجسيم في مكان وزمان محدَّدَين. ومن الواضح أنه لا يمكن تمثيل موجات دي برولي ببساطة بصيغة المعادلة 5.12، والتي تصف رتلاً غير متناه من الموجات جميعها بنفس السعة A. وبدلاً من ذلك، فإننا نتوقع التمثيل الموجي للجسيم المتحرك بشكل يتوافق مع الحزمة الموجية wave packet التي تضم عدداً من الموجات مختلفة السعات كالمبينة في الشكل 5-8، وبذلك تكون احتمالية وجود الجسيم متمركزة في حيز محدود.



الشكل 5-8: الجمع بين موجتين بترددين مختلفين قليلاً. والنتيجة وجود مناطق في الفضاء فيها تداخل بناء وأخرى فيها تداخل إتلافي.

لنفترض الآن موجتين بسعتين متساويتين ولكنهما تختلفان قليلاً بسرعة الطور والطول الموجي والتردد الزاوي ω_1 و ω_2 كما في الشكل 5-8. ويمكن تمثيل هاتين الموجتين رياضياً كما يلي:

$$y_1 = A\cos(k_1x - \omega_1 t) \qquad and \qquad y_2 = A\cos(k_2x - \omega_2 t)$$

وباستعمال مبدأ التراكب يمكن جمع الموجتين مع بعض كما يلي:

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(k_1x - \omega_1 t) + A\cos(k_2x - \omega_2 t)$$

وباستخدام المتطابقة المثلثية:

$$\cos a + \cos b = 2\cos\left(\frac{a-b}{2}\right)\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)$$

حيث $(a = k_1x - \omega_1 t)$ و $(b = k_2x - \omega_2 t)$ سيكون الناتج:

$$y = 2A\cos\left[\frac{(k_1x - \omega_1 t) - (k_2x - \omega_2 t)}{2}\right]\cos\left[\frac{(k_1x - \omega_1 t) + (k_2x - \omega_2 t)}{2}\right]$$

$$y = \left[2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right]\cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \qquad \dots\dots 5.14$$

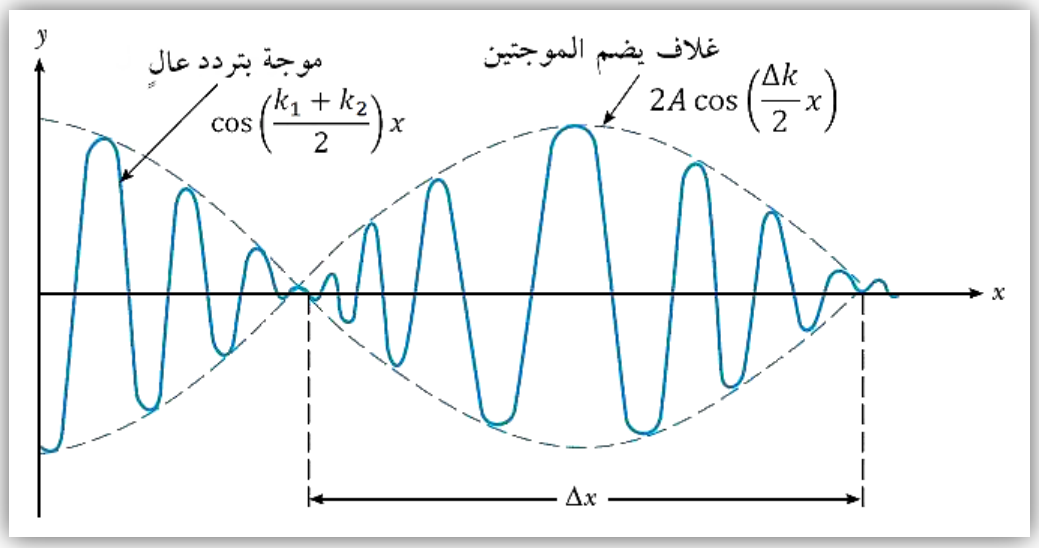
حيث: $(\Delta k = k_1 - k_2)$ و $(\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2)$. وهاتان القيمتان صغيرتان لأننا افترضنا أن الموجتين تختلفان قليلاً من حيث ω و k، ولكن $(k_1 + k_2)$ و $(\omega_1 + \omega_2)$ كبيرتان. ولهذا يمكن أن تُفسر المعادلة 5.14 بموجة ذات عدد موجي وتردد مساويين لمعدلات القيم للموجات المنفردة هي:

$$cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2}x - \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}t\right) \qquad \dots\dots 5.14, a$$

وغلاف جيبي متسع يمثله المعامل:

$$\left[2A\,cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right] \qquad \dots\dots 5.14, b$$

وهذا الغلاف the envelope يضم داخله الموجة المعدّلة $5.14, a$ ، وقد وُضح بمنحنى متقطع في الشكل 5-9. ويُلاحظ أن هذا المعامل يمتلك أيضاً الشكل الرياضي للموجة. ويمكن لهذا الغلاف أن ينتقل عبر الفضاء بسرعة مختلفة عن الموجات الفردية الموجودة داخله. ويمكن تقريب الصورة بمثال على هذا الاحتمال حينما تتحرك موجتان متطابقتان باتجاهين متعاكسين، حيث تتحركان بنفس السرعة، لكن الغلاف تكون سرعته صفراً لأن هذه الحالة تمثل موجة واقفة standing wave، وقد أشرنا لها في الفصل الثاني ص9.



الشكل 5-9: تراكب موجتين ذاتي طولين موجيين مختلفين قليلاً أدّى إلى مجموعة موجية متراكبة، وهنا فُرض $(t = 0)$ في المعادلة 5.14.

وتعطى سرعة الموجة المنفردة بالعلاقة 5.13: $(v_p = \omega/k)$، وكما يلي:

$$v_p = \frac{(\omega_1 + \omega_2)/2}{(k_1 + k_2)/2} \approx \frac{\omega_1}{k_1} = v_1$$

ولهذا ستتحرك الموجة عالية التردد بسرعة طور v_1 لإحدى الموجتين المتداخلتين داخل الغلاف أو بسرعة v_2 لأن $(v_1 \approx v_2)$. وسيتحرك الغلاف أو الحزمة الموصوفة بالصيغة $\left[2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right]$ بسرعة مختلفة v_{group} تُعطى بالعلاقة:

$$v_g = \frac{(\omega_1 - \omega_2)/2}{(k_1 - k_2)/2} = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} \qquad \ldots\ldots 5.15$$

وتمثل هذه السرعة مجموع موجتين فقط. وعندما يتم تراكب عدد كبير من الموجات لتشكيل حزمة موجية تتخذ هذه النسبة شكل مشتقة:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \qquad \ldots\ldots 5.16$$

وعند ضرب البسط والمقام بـ $\hbar$ (حيث $\hbar = h/2\pi$) سينتج:

$$v_g = \frac{\hbar d\omega}{\hbar dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} \qquad \ldots\ldots 5.17$$

وإذا نظرنا إلى الرموز داخل القوسين في المعادلة 5.17 كلاً على حدة، فالبسط سيكون:

$$\hbar\omega = \left(\frac{h}{2\pi}\right)(2\pi f) = hf = E$$

والمقام:

$$\hbar k = \left(\frac{h}{2\pi}\right)\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = \frac{h}{\lambda} = p$$

ولهذا يمكن كتابة المعادلة 5.17 كما يلي:

$$v_g = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} \qquad \ldots\ldots 5.18$$

ولأننا نستكشف إمكانية أن يكون غلاف الموجات المتراكبة ممثلاً للجسيم فسنفترض جسيماً حراً يتحرك بسرعة v صغيرة مقارنة بسرعة الضوء. وستكون طاقة الجسيم هي طاقته الحركية:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

وبتفاضل هذه المعادلة بالنسبة لـ p ينتج:

$$v_g = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2m}\right) = \frac{1}{2m}(2p) = v \qquad \ldots\ldots 5.19$$

ولهذا فإن سرعة الحزمة الموجية (أي سرعة الغلاف) هي مماثلة لسرعة الجسيم الذي نريد تمثيله بموجات دي برولي مما يمنحنا ثقة أكبر بأن الحزمة الموجية هي طريقة معقولة لبناء جسيم.

ويمكن تلخيص خصائص الحزمة الموجية بما يلي:

1- تكون محصورة في الفراغ الذي يشغله الجسيم أو أكبر قليلاً من الحيز الذي تشغله كتلة الجسيم، وبالتالي يمكن الحفاظ على الخصائص الجسيمية (المادية) للجسيم المتحرك.

2- تساوي سرعة حزمة الموجة المفترضة سرعة الجسيم $(v_g = v)$، وبالتالي فهي تصاحبه وتمثله.

3- تتشكل هذه الحزمة في الفراغ بحيث تنحصر السعة في حيز من الفراغ وتكون لها قيمة لا تساوي صفراً. أما في باقي الفراغ البعيد المحيط بالجسيم فإن سعة مجموعة الموجات هذه لا بدّ أن تساوي صفراً، أي تنعدم السعة وتنعدم الموجة عند عدم وجود الجسيم.

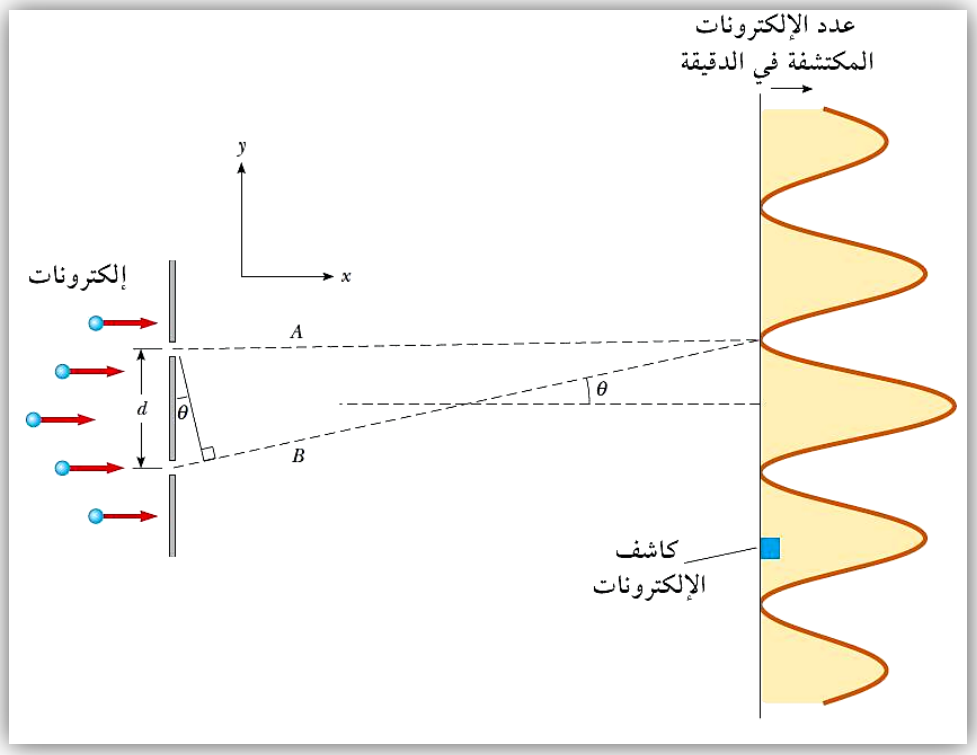
5-8: تجربة الشق المزدوج The Double-Slit Experiment

تتمثل إحدى طرق بلورة أفكارنا حول الازدواجية الموجية الجسيمية للإلكترون في تجربة يتم فيها إطلاق إلكترونات أحادية الطاقة (طول موجي واحد) على شق مزدوج كما هو موضح في الشكل 5-10. ويكون عرض كل شق صغيراً مقارنةً بطول موجة الإلكترون، لذا لا داعي للقلق حيال الحدود القصوى والدنيا للحيود كما نوقش في الفصل الرابع. وقد وُضع كاشف للإلكترونات بعيداً عن الشقين على مسافة أكبر بكثير من المسافة بين الشقين d. وإذا كان الكاشف يجمع الإلكترونات في مواقع مختلفة لفترة طويلة بما فيه الكفاية فسنجد نمط تداخل موجي للعد في الدقيقة الذي يسجله الكاشف أو لاحتمالية وصول الإلكترونات. ولن يكون هكذا نمط من التداخل متوقعاً إذا تصرفت الإلكترونات كجسيمات تقليدية، وهذا النمط للتداخل يعطي دليلاً واضحاً على أن الإلكترونات تتداخل وهو سلوك شبيه بالموجة.

وإذا قمنا بقياس الزاوية θ التي تصل عندها أعلى شدة للإلكترونات إلى الكاشف في الشكل 5-10 فإننا نجد أنها توصف بالمعادلة نفسها التي للضوء، (المعادلة 4.2 : $d \sin\theta = m\lambda$)، حيث m : مرتبة الطيف و λ : طول موجة الإلكترون. ولذلك تظهر الطبيعة المزدوجة للإلكترون بشكل واضح في هذه التجربة حيث يتم الكشف عن الإلكترونات كجسيمات في بقعة موضعية على الكاشف في لحظة ما من الوقت، ولكن احتمالية الوصول للبقعة يتم تحديده من خلال إيجاد شدة موجتين متداخلتين.

ولو خفضنا شدة الحزمة بحيث يصل إلكترون واحد في كل مرة إلى الشق المزدوج، وسنفترض حينها أن الإلكترون يمر إما بالشق 1 أو الشق 2. وقد يقال إنه لا توجد تأثيرات تداخل لأنه لا يوجد إلكترون ثاني يمر عبر الشق الآخر ليتداخل مع الأول. ولكنه لا يزال يُلاحظ نمط التداخل إذا كانت الفترة

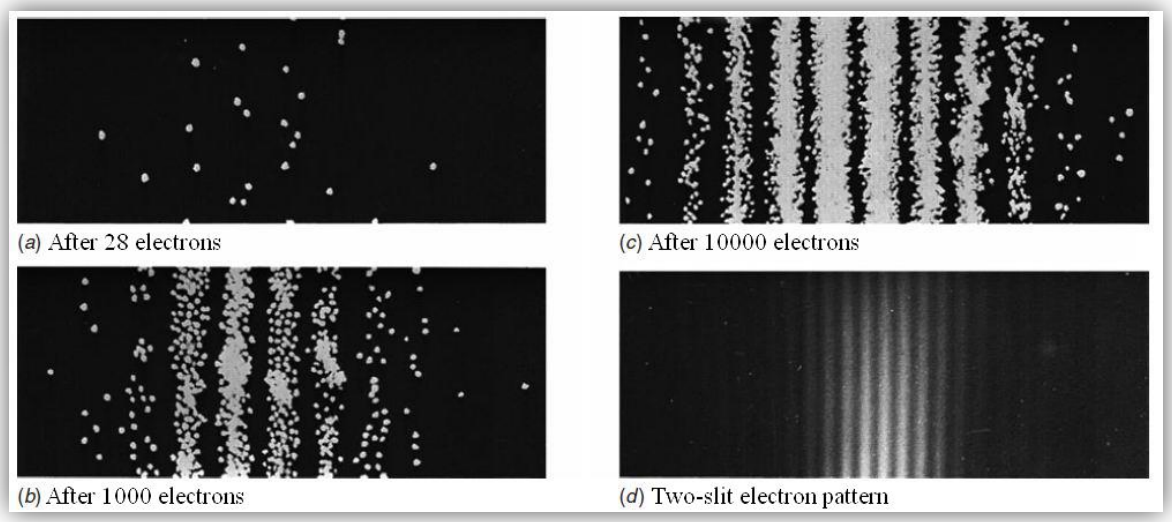
الزمنية للقياس طويلة بما يكفي للعديد من الإلكترونات ليعبر إلكترون واحد منها في المرّة الواحدة عبر الشقين ويصل إلى الكاشف، وتتضح هذه الحالة من خلال صورة حقيقية وأنماط محاكاة حاسوبية كما في الشكل 5-11 حيث يصبح نمط التداخل أكثر وضوحاً مع زيادة عدد الإلكترونات التي تصل إلى الكاشف. ومن ثم، فإن افتراضنا أن الإلكترون سيمر من خلال شق واحد فقط عندما يكون الشقان مفتوحين يجب أن يكون افتراضاً خاطئاً.



الشكل 5-10: التداخل الإلكتروني electron interference. وهنا يكون الفاصل بين الشقين d أكبر بكثير من عرض الشق الواحد وأقل بكثير من المسافة بين الشق والكاشف.

ولتفسير هذه النتائج، نحن مضطرون إلى الاستنتاج بأن الإلكترون يتفاعل مع الشقين في آن واحد. وإذا حاولنا تجريبياً تحديد الشق الذي سيمرّ الإلكترون من خلاله فإن إجراء القياس يدمر نمط التداخل. ولهذا فمن المستحيل تحديد الشق الذي يمر عبره الإلكترون. وفي الواقع، يمكن القول فقط بأن الإلكترون يمر عبر الشقين كليهما! ونفس الكلام ينطبق على الفوتونات.

وإذا قمنا بتقييد أنفسنا بنموذج جسيمي صرف، فإن الفكرة غير المستساغة هي أن الإلكترون يمكن أن يكون موجوداً عند الشقين في وقت واحد. ولكنه وفق النموذج الجسيمي الكمي يمكن اعتبار الجسيم متكوناً من موجات منتشرة في الفضاء. ولذلك تتواجد المكونات الموجية للإلكترون في كلا الشقّين في نفس الوقت، وهذا النموذج يؤدي إلى تفسير أكثر ملائمة لهذه التجربة.



الشكل 5-11: أنماط التداخل لحزمة من الإلكترونات تسقط على شق مزدوج.

(a, b, c) أنماط التداخل بالمحاكاة. (d) صورة حقيقية (نتائج تجريبية) لنمط التداخل.

ومما يُلاحظ أنه لا توجد نقاط عندما يكون التداخل إتلافياً.

5-9: مبدأ اللادقة The Uncertainty Principle

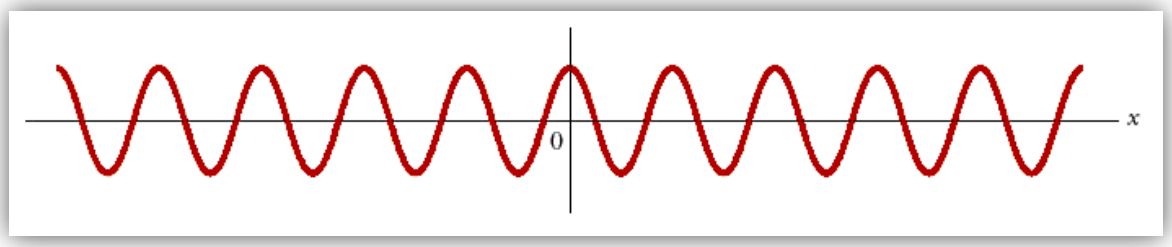
وفق الميكانيك التقليدي يمكن تحديد كل من موقع وزخم الجسيم بدقة في نفس اللحظة. ولكن عند تطبيق مفهوم الموجة للجسيم فإن هذا يعني أن الموجة تنتشر في حيز من الفراغ. وحينئذ يظهر السؤال الآتي: إذا كان الجسيم يتصف في بعض الأحيان بصفات مادية وفي أحيان أخرى بصفات موجية فهل من الممكن تحديد موقع الجسيم بالدقة المرغوبة؟ أجاب هايزنبيرگ عن هذا التساؤل سنة 1927 وبين أنه لا يمكن تعيين موقع وزخم الجسيم آنياً بالدقة المطلوبة. واستناداً إلى هذا المبدأ فإن تحديد مقدار هاتين الكميتين (الموقع والزخم الخطي) يخضع للعلاقة:

$$\Delta x\, \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \ldots\ldots 5.20$$

حيث إن Δx تمثل اللا تحديد في تعيين موقع الجسيم، و Δp_x تمثل اللا تحديد في مركبة الزخم الخطي للجسيم باتجاه محور x، و $\left(\hbar = h/2\pi\right)$ حيث h هو ثابت بلانك.

ولفهم مبدأ اللا دقة نفترض أن الجسيم له طول موجي منفرد معروف بالضبط. ووفقاً لعلاقة دي برولي فإن الزخم يكون $(p = h/\lambda)$. وفي الواقع ستنتشر الموجة ذات الطول الموجي المنفرد في كل الفضاء. وأي منطقة على طول هذه الموجة هي مشابهة لباقي المناطق على امتداد الموجة (الشكل 5-12). ولو سُئلنا: أين الجسيم الذي تمثله هذه الموجة؟ فالجواب هو أنه لا يمكن تحديد موقع خاص للجسيم في الفضاء على طول الموجة لأن جميع النقاط على طول الموجة هي نفسها. ولهذا لدينا عدم دقة لا نهائية في

موقع الجسيم، ولا نعرف شيئاً عن موقعه، فلقد كلفتنا المعرفة التامة بزخم الجسيم جميع المعلومات عن موقعه.



الشكل 5-12: موجة مثالية ذات طول موجي منفرد (وتردد منفرد) هو نفسه على طول محور الانتشار وفي كل لحظة.

وللمقارنة نفترض جسيماً يوجد في معرفة زخمه بعض اللا دقة، بحيث يمكن أن يكون له مجموعة من القيم المحتملة للزخم. ووفق علاقة دي برولي فإن النتيجة هي مجموعة من الأطوال الموجية. ولذلك لا يُمثَّل الجسيم بواسطة طول موجي منفرد، ولكن بأطوال موجية متراكبة ضمن هذا النطاق. ويشكل هذا التراكب حزمة موجية كما ذكرنا في الفقرة 5-7 ووضحناها في الشكل 5-9. وإذا أُريد تحديد موقع الجسيم فيمكن فقط القول أنه في مكان ما في المنطقة المعرفة بالحزمة الموجية لأن هناك اختلافاً واضحاً بين هذه المنطقة وباقي الفضاء. ولهذا فمن خلال فقدان بعض المعلومات حول زخم الجسيم اكتسبنا معلومات حول موقعه. ولو اقتربنا من فقدان جميع المعلومات حول الزخم فسنقوم بضم موجات معاً من جميع الأطوال الموجية الممكنة لإنتاج حزمة موجية يقترب طولها من الصفر، أي إننا نقترب من تحديد موقعه بصورة مضبوطة. ولهذا، إذا كنا لا نعرف شيئاً عن الزخم فإننا نعرف بالضبط مكان الجسيم. وبالمقابل فإن حساب الدقة في الزخم سيكون على حساب الدقة في حساب الموقع، أي كلما كانت اللا دقة في حساب الموقع أكبر أمكن حساب الزخم بدقة أكبر.

ويمكن التعبير عن مبدأ اللا دقة بدلالة مجموعة أخرى من المتغيرات المرافقة. فلو افترضنا أن المحور الأفقي في الشكل 5-12 هو الزمن t بدل الموقع x، فسيكون المتغير الذي يقابله هو التردد f. وبسبب ارتباط التردد بطاقة الجسيم بالعلاقة $(E = hf)$ فإن مبدأ اللا دقة سيأخذ الشكل:

$$\Delta E\ \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \ldots\ldots 5.21$$

وهذه المعادلة تعني أن الدقة في تحديد زمن حدوث الحدث t تكون على حساب الدقة في تحديد طاقة الجسيم E، والعكس صحيح. وكذلك تشير إلى أن حفظ الطاقة يمكن أن يبدو منتهكاً بمقدار ΔE لفاصل زمني قصير Δt فقط يتوافق مع المعادلة 5.21 .

وهنالك شكل آخر لمبدأ اللا دقة يربط بين الزخم الزاوي للجسيم L_θ وموقعه الزاوي θ هو:

$$\Delta\theta\,\Delta L_\theta \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \ldots\ldots 5.22$$

وتعني هذه المعادلة أن الدقة في قياس الزخم الزاوي للجسيم تكون على حساب الدقة في تحديد موقعه الزاوي، والعكس صحيح.

سؤال: حُدِّد موقع جسيم عند $(x = 0)$ بالضبط مع لا دقة مقدارها صفر باتجاه محور x. كيف يؤثر هذا الموقع على اللا دقة في مركبة السرعة له باتجاه محور y؟

(أ) لا يؤثر عليها. (ب) يجعلها لا نهائية. (ج) يجعلها صفراً.

مثال 5-5: قيست سرعة إلكترون فكانت $(5 \times 10^3\ m/s \pm 0.003\ \%)$. ما هي الحدود التي يمكن تحديد موقع هذا الإلكترون ضمنها على طول اتجاه متجه سرعته؟

الحل: زخم الإلكترون هو:

$$p = m_e v = (9.1 \times 10^{-31} kg)(5 \times 10^3\ m/s) = 4.55 \times 10^{-27} kg.m/s$$

وبسبب أن عدم الدقة في هذه القيمة هو $0.003\ \%$ فإنه:

$$\Delta p = 0.00003\ p = (0.00003)(4.55 \times 10^{-27}) = 1.365 \times 10^{-31} kg.m/s$$

ويمكن أن يُحسب الحد الأدنى لعدم الدقة في الموقع باستخدام قيمة Δp هذه والمعادلة 5.20 :

$$\Delta x\ \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta x \geq \frac{\hbar}{2\Delta p_x} = \frac{1.054 \times 10^{-34} J.s}{2(1.365 \times 10^{-31} kg.m/s)} = 3.86 \times 10^{-4} m = 0.386\ mm$$

مثال 5-6: عندما تصنع الذرة انتقالاً بين الحالات المنفصلة للطاقة بمقدار ΔE فإن الطاقة تنبعث على شكل فوتون تردده $(f = \Delta E/h)$. ورغم أن الذرات المتهيجة يمكن أن تشع في أي وقت $(t = 0 \to \infty)$ فإن معدل الفاصل الزمني بعد التهيّج الذي تشع الذرة خلاله يسمى العُمُر τ أو فترة البقاء lifetime. وإذا كان $(\tau = 1 \times 10^{-8} s)$ فاستخدم مبدأ اللا دقة لحساب مدى التردد Δf (عرض الخط line width) الناتج عن هذا العمر المحدد.

الحل: يمكن تفسير العمر الافتراضي τ للحالة المتهيجة على أنها لا دقة Δt في الوقت الذي يحدث فيه الانتقال. وتتلائم اللا دقة هذه مع الحد الأدنى لِلا دقة في تردد الفوتون المشَع من خلال مبدأ اللا دقة.

$$E = hf \quad \to \quad \Delta E = h\,\Delta f \quad \to \quad \Delta f = \frac{\Delta E}{h}$$

ومن المعادلة 5.21 :

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} \quad \rightarrow \quad h\,\Delta f \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} \quad \rightarrow \quad \Delta f \geq \frac{\hbar}{2\,h\,\Delta t} = \frac{h/2\pi}{2\,h\,\Delta t} = \frac{1}{4\pi\,\Delta t}$$

$$\Delta f \geq \frac{1}{4\pi\,(1\times 10^{-8}s)} = 7.96\times 10^{6}\,Hz$$

أسئلـة

1- إذا كان للمادة طبيعة موجية فلماذا لا يمكن ملاحظة هذه الخاصية الشبيهة بالموجة في تجاربنا اليومية؟

2- هل إن الإلكترون موجة أم جسيم؟ ادعم إجابتك عن طريق الاستشهاد ببعض النتائج التجريبية.

3- إذا كان للجسيم مظهران مادي وموجي فهل يمكن أن يظهرا في وقت واحد؟

4- ما هو المعيار في بروز إحدى الصفتين المادية أو الموجية دون الأخرى للجسيم؟

5- إذا تعجل إلكترون بفرق جهد مقداره $100\ V$ سيكون طول الموجة المرافقة له $1.22\ \text{Å}$ وفق افتراضات دي برولي، وهذا مقارب لمقدار المسافات بين المستويات الذرية في البلورات. ماذا يعني هذا إذا أردت التحقق عملياً من صحة هذه الحسابات؟

6- في تجربة داڤسن وجيرمر، ظهرت أعظم شدة للإلكترونات المستطارة عند فرق جهد $54\ V$ وزاوية $50°$. ما تفسيرك لهذا؟

7- ما الفرق بين موجة دي برولي للجسيم وحزمة الموجة؟

8- تنتقل موجات دي برولي دائماً بسرعة أكبر من سرعة الضوء. ما تفسيرك؟

9- لماذا لا يمكن تمثيل موجات دي برولي بالمعادلة $\left[\Psi = A\cos(kx-\omega t)\right]$ ؟

10- ما الذي يمثله كل من المقدار المحصور في القوس المربع والجيب تمام الآخر في الطرف الأيمن من المعادلة التالية التي تمثل موجات دي برولي:

$$\Psi = \left[2A\cos\left(\frac{\Delta k}{2}x - \frac{\Delta\omega}{2}t\right)\right]\cos\left(\frac{k_1+k_2}{2}x - \frac{\omega_1+\omega_2}{2}t\right)$$

11- هل تنتقل حزمة موجات دي برولي بنفس سرعة الموجات المنفردة داخلها؟ ولماذا؟

12- عند تراكب عدد كبير من الموجات لتشكيل حزمة موجية فإن سرعة الحزمة الموجية تساوي سرعة الجسيم المراد تمثيله بموجات دي برولي. أثبت هذا.

13- عندما يتم إطلاق إلكترونات في تجربة الشق المزدوج. هل ستسلك الإلكترونات سلوكاً موجياً؟ وكيف؟

14- عندما يتم إطلاق إلكترونات منفردة متتابعة في تجربة الشق المزدوج فإنه لا يمكن تجريبياً تحديد أي شق سيمرّ منه الإلكترون. لماذا؟

15- وفق أي نموذج يمكن تفسير حدوث أهداب التداخل عند إطلاق إلكترونات في تجربة الشق المزدوج، وكيف؟

16- أي من الظواهر التالية يوضح الطبيعة الموجية للإلكترونات؟

(أ) التأثير الكهروضوئي (ب) إشعاع الجسم الأسود (ج) تأثير كومبتون (د) حيود الإلكترونات بواسطة البلورات (هـ) لا شيء من تلك الإجابات.

ثم بيِّن أي ظاهرة منها تدل على الطبيعة الموجية للإشعاع.

مسائل محلولة

(1) رَتِّب الأطوال الموجية للجسيمات التالية من الأكبر إلى الأصغر، (أ) فوتون طاقته $3\ eV$ (ب) إلكترون طاقته الحركية $3\ eV$ (ج) بروتون طاقته الحركية $3\ eV$ (د) فوتون طاقته $0.3\ eV$ (هـ) إلكترون زخمه $3\ eV/c$.

الحل: يوصف الطول الموجي لكل الحالات بالعلاقة $(\lambda = h/p)$، فللحالة (أ) يُعطى زخم الفوتون بالعلاقة $(p = E/c)$، ولهذا: $(p = E/c = 3\ eV/c)$، وبالتالي سيكون λ للحالة "أ" يساوي λ للحالة "هـ" لأن الزخمين متساويان و h ثابت.

ولأن الطول الموجي يتناسب عكسياً مع الزخم والطاقة فسيكون الطول الموجي للحالة "د" أكبر من الطول الموجي للحالة "أ" بعشر مرات.

وللجسيم الذي له كتلة سيكون:

$$pc = \sqrt{E^2 - m_o^2c^4} = \sqrt{(E_k + m_oc^2)^2 - m_o^2c^4} = \sqrt{E_k^2 + 2E_km_oc^2} \quad \ldots\ldots 1$$

وهذا يعني أنه كلما زادت الكتلة زاد الزخم إذا كانت الطاقة الحركية هي نفسها للجسيمين، وبالتالي ستكون الكتلة الأكبر ذات طول موجي أصغر، ولهذا سيكون λ للحالة "ب" أكبر من λ للحالة "ج".

أما بالنسبة للمقارنة بين الحالتين "ب" و "هـ" فإن الإلكترون الذي طاقته الحركية $3\ eV$ سيكون زخمه $3.47\ eV/c$ وفق العلاقة 1، وهو أكبر من زخم الإلكترون في الحالة "هـ"، ولهذا سيكون له طول موجي أقصر من طول موجة الإلكترون في الحالة "هـ". ولهذا سيكون الترتيب المطلوب كما يلي:

ج < ب < هـ = أ < د

(2) ما هو طول موجة دي برولي لإلكترون يتعجل من السكون بفرق جهد $50\ V$ ؟

$(a)0.1\ nm\ (b)0.139\ nm\ (c)0.174\ nm\ (d)0.834\ nm\ (e)none\ of\ those\ answers.$

الحل: (c) . حيث يمكن الحصول على زخم الإلكترون مما يلي:

$$E_k = \frac{1}{2}m_o v^2 = \frac{p^2}{2m} = eV \qquad \rightarrow \qquad p = \sqrt{2meV}$$

وسيكون طول موجة دي برولي حينئذ:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{\sqrt{2(9.1 \times 10^{-31}kg)(1.6 \times 10^{-19}C)(50\ V)}} = 1.74 \times 10^{-10}m$$
$$= 1.74\ \text{Å} = 0.174\ nm$$

(3) يتحرك كل من بروتون وإلكترون ونواة الهيليوم (جسيم ألفا) بسرعة v . رتِّب أطوال موجة دي برولي لهذه الجسيمات من الأكبر إلى الأصغر.

الحل: الترتيب هو الإلكترون ثم البروتون ثم نواة الهيليوم. حيث تكون كتلها (بدلالة بعضها نسبة للبعض الآخر) كالتالي: $(m_p \approx 1840\ m_e)$ و $(m_{He} \approx 4m_p)$. وإذا فرضنا أن السرعة المعطاة اعتيادية وليست نسبية فسيتناسب الطول الموجي عكسياً مع الكتلة: $(\lambda = h/p = h/mv)$.

(4) يتحرك إلكترون وبروتون باتجاهين متعاكسين، وكانا قد تعجلا من السكون بنفس فرق الجهد. فأي منهما له طول موجي أكبر؟ (أ) الإلكترون (ب) البروتون (ج) نفسه لكليهما (د) ليس لهما طول موجي.

الحل: إذا كانت الحركة اعتيادية لا نسبية فالطاقة الحركية ستكون: $\left(E_k = \frac{1}{2}m_o v^2 = \frac{p^2}{2m} = eV\right)$ وهي نفسها للجسمين لأنهما تعرضا لنفس فرق الجهد وشحنتاهما متساويتان مقداراً. والزخم سيساوي $(p = \sqrt{2meV})$، ولهذا يبقى اعتماد الزخم على فرق الكتلة بينهما، وبما أن كتلة الإلكترون أصغر فسيكون زخمه أصغر وطوله الموجي أكبر وفق العلاقة $\left(\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}\right)$.

(5) إذا كانت المسافة بين المستويات الذرية في البلورة في تجربة داڤسن وجيرمر 0.91Å، والزاوية بين حزمة الإلكترونات الساقطة على البلورة والعمود على مستويات البلورة 25°، وقد حدث الانعكاس في المرتبة الأولى، فاحسب طول موجة الإلكترونات المستطارة.

الحل : $d = 0.91\ \text{Å}, \quad \alpha = 25°, \quad m = 1$

$$d = D\sin\alpha \quad \rightarrow D = \frac{d}{\sin\alpha} = \frac{0.91\ \text{Å}}{\sin 25} = 2.153\ \text{Å}$$

$$m\lambda = D\sin\phi \quad \rightarrow \quad \lambda = 2.153\text{Å}\ \sin(2 \times 25) = 1.65\ \text{Å}$$

(6) أ-احسب زخم فوتون له طول موجي $(4 \times 10^{-7}m)$. ب- جد سرعة إلكترون له نفس زخم الفوتون في الفرع "أ".

الحل : أ –
$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{4 \times 10^{-7}m} = 1.65 \times 10^{-27} kg.m/s$$

ب– من العلاقة: $(p = m_e v)$،

$$v = \frac{p}{m_e} = \frac{1.65 \times 10^{-27} kg.m/s}{9.1 \times 10^{-31} kg} = 1.82 \times 10^{3}\ m/s = 1.82\ km/s$$

(7) قطر نواة الذرة هو بمرتبة $10^{-14}m$. ولكي يكون الإلكترون مقيّداً في النواة يجب أن يكون طول موجة دي برولي له بهذه المرتبة أو أصغر. (أ) ما هي الطاقة الحركية للإلكترون المحصور في هكذا منطقة؟ (ب) قدِّر قيمة مرتبة الطاقة الكهربائية الكامنة للنظام الذي يضم الإلكترون داخل نواة ذرة تحتوي على عشرة بروتونات. (ج) هل تتوقع أن تجد إلكتروناً في النواة، ولماذا؟

الحل: (أ) بما أن $(\lambda \sim 10^{-14}m)$ أو أصغر، فإنه:

$$p = \frac{h}{\lambda} \sim \frac{6.626 \times 10^{-34}\ J.s}{10^{-14}m} = 6.626 \times 10^{-20} kg.m/s \approx 10^{-19} kg.m/s\ \ or\ more.$$

وستكون طاقة الإلكترون:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_o^2c^4} \sim \sqrt{(10^{-19})^2(3 \times 10^8)^2 + (9.1 \times 10^{-31})^2(3 \times 10^8)^4}$$
$$E \sim 10^{-11}J \sim 10^8\ eV\ or\ more$$

وكذلك : $E_k = E - m_e c^2 \sim 10^8\ eV - (0.511 \times 10^6\ eV) \sim 10^8\ eV\ or\ more$

(ب) إذا كانت النواة تحتوي على عشرة بروتونات فإن الطاقة الكامنة الكهربائية لنظام النواة-الإلكترون سيكون:

$$U_e = \frac{kq_1q_2}{r} \sim \frac{(9 \times 10^9\ N.m^2/C^2)[10(1.6 \times 10^{-19}\ C)](-e)}{0.5 \times 10^{-14}m} \sim (-10^6\ eV)$$

(ج) $E_k + U_e \sim 10^8\ eV \gg 0$

وهذا يعني أن الإلكترون لا يمكن أن يكون مقيّداً داخل النواة.

(8) افترض جسيماً كمياً quantum particle كتلته m يتحرك بحرية بسرعة v، وطاقته الكلية تساوي طاقته الحركية $\left(E = E_k = \frac{1}{2}mv^2\right)$. احسب سرعة طور الموجة الكمية التي تمثل الجسيم.

الحل: الجسيم يتحرك بحرية، ولهذا فليس له طاقة كامنة. وطاقته ستكون:

$$E = E_k = \frac{1}{2}mv^2 = hf = \left(\frac{h}{2\pi}\right)(2\pi f) = \hbar\omega$$

وزخم الجسيم سيكون:

$$p = mv = \frac{h}{\lambda} = \left(\frac{h}{2\pi}\right)\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right) = \hbar k$$

ولهذا ،

$$\omega = \frac{E_k}{\hbar} \quad and \quad k = \frac{p}{\hbar}$$

وسرعة الطور ستكون:

$$v_{phase} = f\lambda = \left(\frac{mv^2}{2h}\right)\left(\frac{h}{mv}\right) = \frac{v}{2}$$

(9) جسيم كمي نسبي حُر يتحرك بسرعة u وطاقته الكلية هي $\left(E = hf = \hbar\omega = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}\right)$ وزخمه هو $\left(p = h/\lambda = \hbar k = Kmu\right)$. وبالنسبة للموجة الكمية التي تمثل الجسيم تكون سرعة الحزمة $\left(v_g = d\omega/dk\right)$. (أ) احسب سرعة الطور (ب) برهن أن سرعة الحزمة للموجة هي بنفس سرعة الجسيم.

الحل : (أ)

$$v_p = \frac{\omega}{k} = \frac{E/\hbar}{p/\hbar} = \frac{E/\hbar}{Kmu/\hbar} = \frac{\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}}{Kmu}$$

$$= \frac{\sqrt{K^2m^2u^2c^2 + m^2c^4}}{\sqrt{K^2m^2u^2}} = \sqrt{\frac{K^2m^2u^2c^2}{K^2m^2u^2} + \frac{m^2c^4}{K^2m^2u^2}} = \sqrt{c^2 + \frac{c^4}{K^2u^2}} = c\sqrt{1 + \frac{c^2}{K^2u^2}}$$

$$= c\sqrt{1 + \frac{c^2}{\frac{u^2}{1 - (u^2/c^2)}}} = c\sqrt{1 + \frac{c^2}{u^2}\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)} = c\sqrt{1 + \frac{c^2}{u^2} - 1} = \frac{c^2}{u}$$

وهنا تكون سرعة الطور أكبر من سرعة الضوء، وسوف لا تحمل النقطة ذات الطور الثابت في الدالة الموجية كتلة ولا طاقة ولا معلومات.

(ب)

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(\hbar\omega)}{d(\hbar k)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4} = \frac{1}{2}(p^2c^2 + m^2c^4)^{-1/2}\,(2pc^2 + 0)$$

$$= pc^2\sqrt{\frac{1}{p^2c^2 + m^2c^4}} = \sqrt{\frac{p^2c^4}{p^2c^2 + m^2c^4}} = \sqrt{\frac{p^2c^2}{p^2 + m^2c^2}} = c\sqrt{\frac{p^2}{p^2 + m^2c^2}}$$

$$= c\sqrt{\frac{K^2m^2u^2}{K^2m^2u^2 + m^2c^2}} = c\sqrt{\frac{K^2u^2}{K^2u^2 + c^2}} = c\sqrt{\frac{u^2/(1 - u^2/c^2)}{\frac{u^2}{(1 - u^2/c^2)} + c^2}}$$

$$= c\sqrt{\frac{\frac{u^2}{(1-u^2/c^2)}}{\frac{u^2+c^2(1-u^2/c^2)}{(1-u^2/c^2)}}} = c\sqrt{\frac{\frac{u^2}{(1-u^2/c^2)}}{\frac{u^2+c^2-u^2}{(1-u^2/c^2)}}} = c\sqrt{\frac{u^2}{c^2}} = u$$

و سرعة الحزمة هذه هي السرعة التي تنتقل بها الكتلة والطاقة والزخم.

(10) عُجِّل إلكترون وبروتون لنفس السرعة، وكانت اللا دقة التجريبية للسرعة هي نفسها للجسيمَين. وتم أيضاً قياس موقعي الجسيمين. فهل إن أدنى قدر محتمل لِلا دقة في موقع الإلكترون: (أ) يقل عن أدنى قدر محتمل للا دقة في موقع البروتون، (ب) مساوٍ لما للبروتون، (ج) أكثر مما للبروتون، (د) لا يمكن معرفته من المعلومات المعطاة؟

الحل: إذا كانت اللا دقة في السرعة هي نفسها للجسيمَين فسيكون للجسيم ذي الكتلة الأصغر لا دقة أصغر في الزخم $(\Delta p_x = m\Delta v_x)$.
ولهذا فإن اللا دقة الأكبر في موقعه هي: $(\Delta x \geq \hbar/2\Delta p_x = \hbar/2m\Delta v_x)$. ولأن كتلة الإلكترون أصغر من كتلة البروتون فإن أدنى قدر محتمل لِلا دقة في موقع الإلكترون أكبر من ذلك الذي للبروتون.

(11) تعتمد قدرة تحليل المجهر على طول الموجة المستخدمة. فإذا كنت تريد رؤية ذرة فهذا سيتطلب طولاً موجياً مقداره يقارب $(1 \times 10^{-11}m)$. (أ) إذا تم استخدام الإلكترونات (في المجهر الإلكتروني) فما هو الحد الأدنى للطاقة الحركية المطلوبة للإلكترونات؟ (ب) إذا استخدمت الفوتونات فما هو الحد الأدنى من طاقة الفوتون المطلوبة للحصول على قدرة التحليل المطلوبة؟

الحل: بما أن طول موجة دي برولي هو $(\lambda = h/p)$ فإن زخم الإلكترون سيكون:

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6.626 \times 10^{-34}\, J.s}{1 \times 10^{-11}m} = 6.626 \times 10^{-23} kg.m/s$$

(أ) ستكون الإجابة بالحسابات النسبية للإلكترونات صحيحة بشكل أكثر دقة،

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_o^2c^4} = \sqrt{p^2c^2 + E_o^2}$$

$$= \sqrt{\left[(6.626 \times 10^{-23} kg.m/s)(3 \times 10^8\, m/s)\left(\frac{1\, MeV}{1.6 \times 10^{-13} J}\right)\right]^2 + (0.511\, MeV)^2}$$

$$= 0.525\, MeV$$

والطاقة الحركية المقابلة ستكون:

$$E_k = E - E_o = (0.525 - 0.511)MeV = 0.014\, MeV = 14\, keV$$

أما إن أهملنا الحسابات النسبية فسيكون:

$$E_k = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(6.626 \times 10^{-23} kg.m/s)^2}{2(9.1 \times 10^{-31} kg)} \left(\frac{1\ keV}{1.6 \times 10^{-16} J}\right) = 15.1\ keV$$

(ب) للفوتونات:

$$E = pc = (6.626 \times 10^{-23} kg.m/s)(3 \times 10^8\ m/s) \left(\frac{1\ keV}{1.6 \times 10^{-16} J}\right) = 124\ keV$$

(12) قدرة التحليل التي يمكن تمييزها بواسطة المجهر الإلكتروني تكون مساوية لطول موجة دي برولي للإلكترونات. وعليه فما هي الفولتية المعجِّلة اللازمة لكي تمتلك الإلكترونات نفس قدرة التحليل التي يمكن الحصول عليها باستخدام أشعة گاما طاقتها $100\ keV$ ؟

الحل: نفس قدرة التحليل تتطلب نفس طول الموجة. وبما أن طول الموجة وزخم الجسيم يرتبطان بالعلاقة $(p = h/\lambda)$ فسنرى أن نفس الزخم سيكون مطلوباً. وزخم فوتون طاقته $100\ keV$ هو:

$$p = \frac{E}{c} = \frac{(100 \times 10^3 eV)(1.6 \times 10^{-19} J/eV)}{3 \times 10^8\ m/s} = 5.33 \times 10^{-23} kg.m/s$$

وهذا الزخم يمثل أيضاً قيمة زخم الإلكترون. وستكون الطاقة الحركية للإلكترون:

$$E_k = \frac{p^2}{2m_e} = \frac{(5.33 \times 10^{-23} kg.m/s)^2}{2(9.1 \times 10^{-31} kg)} = 1.56 \times 10^{-15} J$$

وسيكون الجهد المعجِّل:

$$V = \frac{E_k}{e} = \frac{1.56 \times 10^{-15} J}{1.6 \times 10^{-19} C} = 9750\ V$$

(13) لدينا إلكترون ورصاصة كتلتها $0.02\ kg$ ، ولكل منهما سرعة تبلغ $500\ m/s$. وتبلغ دقة حساب هذه السرعة حدود 0.01% . فبأي حد أدنى يمكن تحديد موقع كل من الجسمين على طول اتجاه السرعة؟

الحل: ينص مبدأ اللا دقة على $(\Delta x\ \Delta p_x \geq \hbar/2)$ حيث $(\Delta p_x = m\Delta u)$. و لكل من الإلكترون والرصاصة لا دقة في السرعة تبلغ:

$$\Delta u = 0.0001 \times 500\ m/s = 0.05\ m/s$$

وأقل لا دقة لموقع الإلكترون هي:

$$\Delta x = \frac{\hbar}{2m\Delta u} = \frac{1.054 \times 10^{-34} J.s}{2(9.1 \times 10^{-31} kg)(0.05\ m/s)} = 0.001158\ m = 1.158\ mm$$

وللرصاصة :

$$\Delta x = \frac{\hbar}{2m\Delta u} = \frac{1.054 \times 10^{-34} J.s}{2(0.02\ kg)(0.05\ m/s)} = 5.27 \times 10^{-32}\ m$$

(14) يبلغ متوسط عمر الميون muon حوالي $2\ \mu s$. احسب الحد الأدنى لعدم الدقة في الطاقة السكونية للميون.

الحل: أقصى وقت يمكن استخدامه في قياس طاقة الجسيم يساوي عمر الجسيم $(\Delta t_{max} \approx 2\ \mu s)$.

ولهذا فالحد الأدنى من اللا دقة الذي يمكن الحصول عليه عند قياس طاقة الميون هو:

$$\Delta E_{min} = \frac{\hbar}{2\Delta t_{max}} = \frac{1.054 \times 10^{-34} J.s}{2(2 \times 10^{-6}\ s)} = 2.6 \times 10^{-29} J = 1.6 \times 10^{-10}\ eV$$

فهرست الفصل الخامس

الموضوع	الصفحة
5-1: مقدمة	1
5-2: فرضية دي برولي	1
5-3: حيود الإلكترونات	3
5-4: حيود النيوترونات	8
5-5: ما هي موجات دي برولي؟	10
5-6: سرعة موجة دي برولي	11
5-7: سرعة الطور وسرعة المجموعة	13
5-8: تجربة الشق المزدوج	16
5-9: مبدأ اللادقة	18
أسئلة	21
مسائل محلولة	22

مصادر الفصل الخامس

1- أساسيات الفيزياء، ف. بوش، ترجمة طبعة سنة 1977.
2- الفيزياء الذرية، د. طالب ناهي الخفاجي و د. عباس حمادي و د. هرمز موشي.
3- مفاهيم في الفيزياء الحديثة، آرثر بايزر، ترجمة الطبعة الثانية.
4- Concepts of Modern Physics, Arthur Beiser, 6th ed. 2003.
5- Fundamentals of physics- Halliday, Resnick, Walker—10th ed. 2014.
6- Introduction to Atomic and Nuclear Physics, Semat and Albright, 5th ed. 1972.
7- Modern Physics, A. Serway, J. Moses and A. Moyer, 3rd ed. 2005.
8- Modern Physics, Paul A. Tipler and Ralph A. Llewellyn, 5th ed. 2008.
9- Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics, A. Serway and W. Jewett, 9th ed. 2014.
10- Principles of physics, A. Serway and W. Jewett, 4th ed. 2006.