المحاضرة 8/ مادة الفيزياء النووية

تكملة الفصل الثاني/ نموذج القشرة النووي Shell Model

كلية التربية للعلوم الصرفة – ابن الهيثم

قسم الفيزياء / العام الدراسي 2024-2025

المرحلة الرابعة / شعبة ج صباحي

أ.م.د. عدي طارق صبحي

❖ قطع مكافئ الكتلة mass parabola -:

بسبب العلاقة A=Z+N يمكن كتابة طاقة الربط النووية ، وفق نموذج قطرة السائل ، بدلالة متغيرين Z , A مثلا او بدلالة N , A او بدلالة Z , N وليس بدلالة ثلاثة متغيرات N , Z , A ، فعليه وبالتعبير عن B بدلالة Z , A فانها ستصبح كالاتي :

المعادلة بدلالة ثلاثة متغيرات N , Z , A

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + \begin{matrix} \\ o \end{matrix} -\delta + \eta$$

المعادلة بدلالة متغيرين Z , A

$$B(A,Z) = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \begin{matrix} \\ o \end{matrix} -\delta + \eta \ldots\ldots (1)$$

ومن صيغة طاقة الربط النووية بدلالة الكتل يمكن التعبير عن الكتلة النووية كالاتي:-

$$B(A,Z)=[Zm_p+Nm_n-M_N(A,Z)]C^2$$

$$M_N(A,Z) = Zm_p + Nm_n - \frac{B(A,Z)}{C^2}$$

وبالتعويض عن B(A,Z) في المعادلة السابقة يمكن التعبير عن M_N بدلالة A , Z:

$$M_N(A,Z)=Zm_p+Nm_n-\left[a_v A - a_s A^{\frac{2}{3}} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{\frac{1}{3}}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} \pm \frac{+}{o} + \delta + \eta \right]/C^2 \ldots.(2)$$

وهذه المعادلة تسمى المعادلة شبه التجريبية للكتلة Semi empirical mass formula او معادلة وايزكر Weizcher formula .

من الواضح انه لقيمة معينة لـ (A) فان كل من المعادلتين 1 ، 2 سيصبح بشكل قطع مكافئ parabola أي $f(z)=a+bz+cz^2$ حيث f تمثل M او B ، حيث c,b,a ثوابت تعتمد قيمها على A .

بعبارة اخرى ، عند رسم كتل او طاقات ربط الآيزوبارات التي اعدادها الكتلية A ، كدالة لـ Z سنحصل على منحني بشكل قطع مكافئ . وستكون هناك حالتين :

1-عندما يكون A فرديا ، سيكون هناك قطع مكافئ واحد ، وستكون للمنحني نهاية صغرى عند قيمة صحيحة لـ Z (integer) ، والتي تمثل العدد الذري للآيزوبار المستقر والاكثر ارتباطا والاقل كتلة .

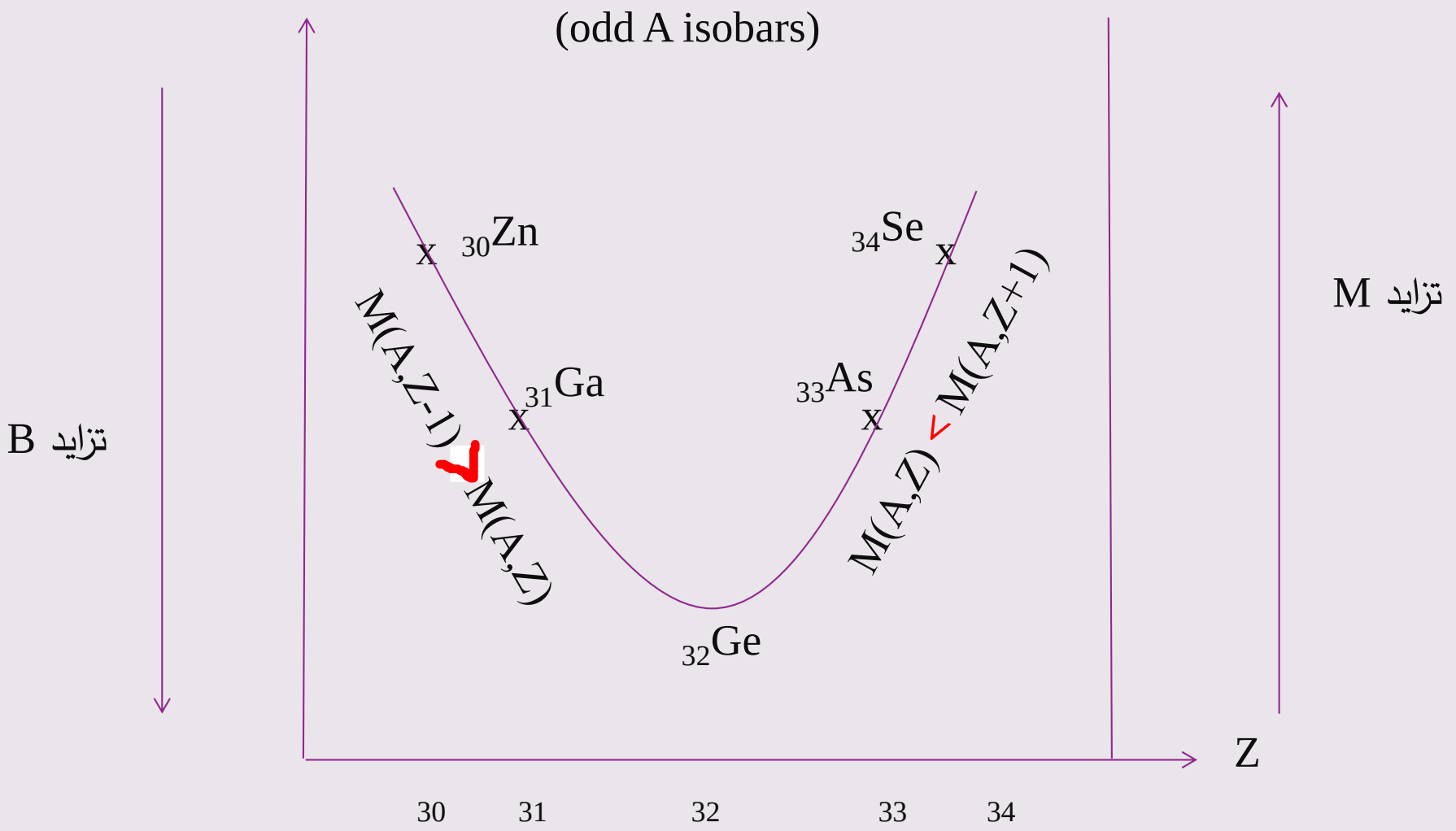
بينما الايزوبارات الاخرى تتحلل عن طريق تحلل β^-, β^+ او الاسر الالكتروني لتنتهي بذلك الى الايزوبار المستقر.

فمثلا هناك خمسة آيزوبارات ذات العدد الكتلي الفردي A=73 هي :

الزنك $^{73}_{30}Zn$ ، والكاليوم $^{73}_{31}Ga$ (وهما يتحللان ببعث β^-) ، والسيلينوم $^{73}_{34}Se$ (ويتحلل ببعث β^+) ، والآرسينك $^{73}_{33}As$ (ويتحلل بتأسير الكترون) ، والايزوبار المستقر هو الجرمانيوم $^{73}_{32}Ge$ ، وهذا موضح بالشكل الاتي ، والمعادلات الآتية :

$$^{73}_{30}Zn \xrightarrow{\beta^-} {}^{73}_{31}Ga \xrightarrow{\beta^-} {}^{73}_{32}Ge \quad \text{(stable)}$$

$$^{73}_{34}Se \xrightarrow{\beta^+} {}^{73}_{33}As \xrightarrow{e.c} {}^{73}_{32}Ge \quad \text{(stable)}$$


(odd A isobars)
تزاید B
تزاید M
$_{30}$Zn
$_{31}$Ga
$_{32}$Ge
$_{33}$As
$_{34}$Se
M(A,Z-1) > M(A,Z)
M(A,Z) < M(A,Z+1)
Z
30
31
32
33
34

ولتأكيد دقة تعبير وصياغة طاقة الربط ، وفق نموذج قطرة السائل ، يمكن استخراج القيمة النظرية للعدد الذري للآيزوبار الاكثر استقرار وذلك بأخذ مشتقة B بالنسبة لـ Z ومساواتها بالصفر ، ومن ثم حساب وتحديد قيمة Zوكالاتي:

$$B(A,Z)= a_v A - a_s A^{2/3} - a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_a \frac{(A-2Z)^2}{A} + \begin{matrix} 0 \\ - \end{matrix} \delta + \eta$$

$$\frac{\partial B}{\partial Z} = 0 - 0 - \frac{2a_c Z}{A^{\frac{1}{3}}} + \frac{a_c}{A^{\frac{1}{3}}} + 4a_a \frac{A}{A} - 8a_a \frac{Z}{A} = 0$$

$$Z= \frac{4a_a}{2a_c A^{-1/3} + 8a_a A^{-1}} \times \frac{A}{8a_a}$$

$$\therefore Z_A = \frac{\frac{A}{2}}{1+\frac{a_c}{4a_a}A^{2/3}}$$

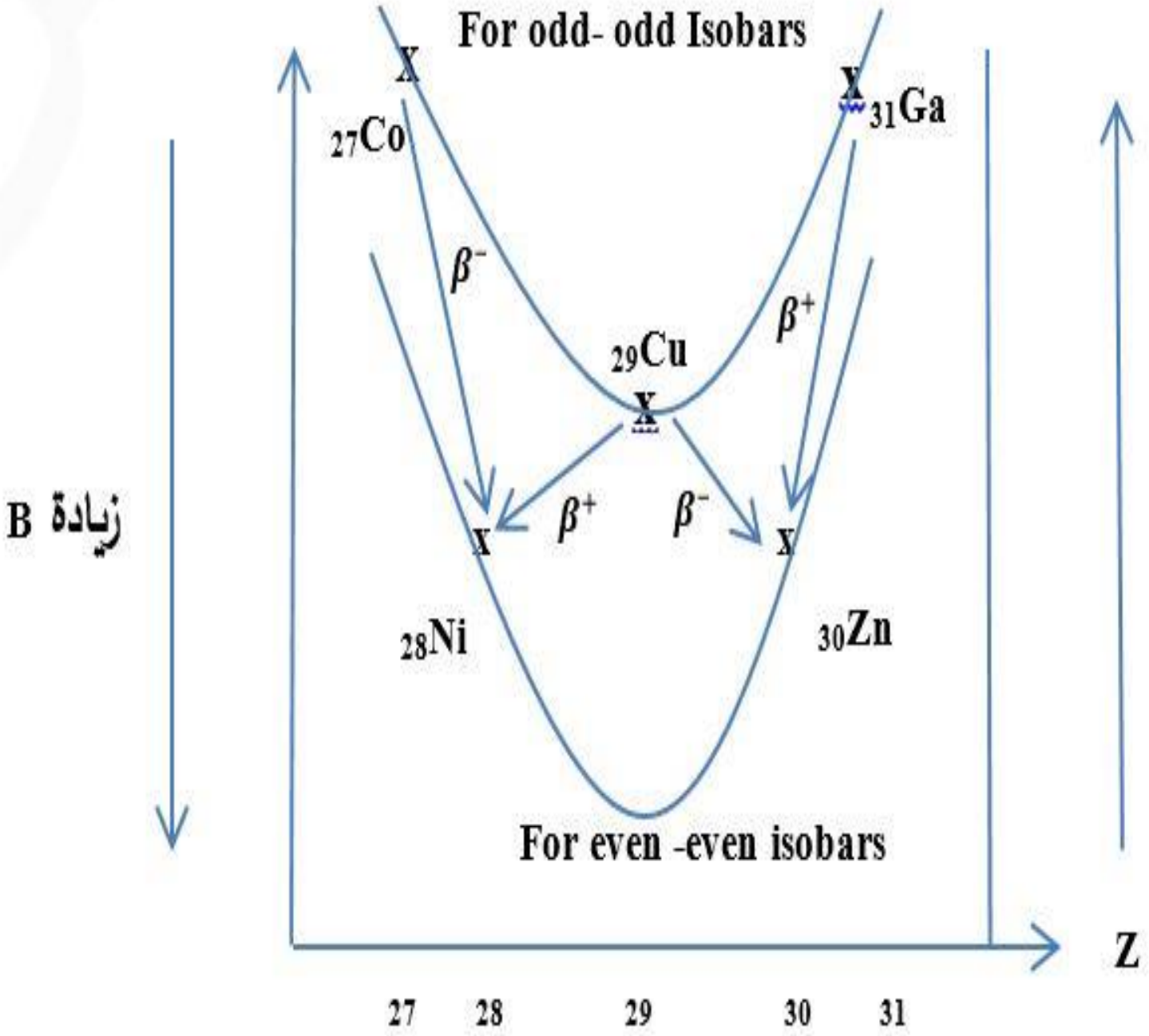
$$Z_A= \frac{\frac{A}{2}}{1+\frac{a_c}{4a_a}A^{\frac{2}{3}}} = \frac{\frac{73}{2}}{1+\frac{0.6}{4\times 19}(73)^{\frac{2}{3}}}$$

$$Z_A= 32.2077 \cong 32$$

2-عندما يكون A للايزوبارات زوجيا ، سيكون هناك ايزوبارات فردية – فردية وآيزوبارات زوجية – زوجية وبالطبع فان تأثير الازدواج سيجعل الايزوبارات الزوجية – الزوجية اكثر استقرارا بزيادة طاقة ربطها بمقدار $+\frac{33}{A^{3/4}}$، بينما تكون الايزوبارات الفردية – الفردية اقل استقرارا وقلقة حيث طاقات ربطها قلت بمقدار $-\frac{33}{A^{3/4}}$، وعلى هذا الاساس فهناك قطعان مكافئان :

الاول للآيزوبارات الزوجية – الزوجية

والثاني للآيزوبارات الفردية – الفردية



فمثلا للعدد الكتلي A=64 هناك آيزوباران زوجية – زوجية هما الزنك $^{64}_{30}Zn$ والنيكل $^{64}_{28}Ni$ وثلاثة ايزوبارات فردية –فردية هي الكاليوم $^{64}_{31}Ga$ والكوبلت $^{64}_{27}Co$ والنحاس $^{64}_{29}Cu$ وكما موضح بالشكل ادناه :

نموذج القشرة النووي

لهذا النموذج عدة تسميات في الفيزياء النووية وكلها لها نفس المعنى وهذه التسميات هي :

النموذج الغلافي للنواة

النموذج القشري للنواة

نموذج الطبقية النووية

ان نموذج قطرة السائل نجح في تفسير بعض الظواهر لكنه لم ينجح في تفسير بعض المعطيات الدقيقة بتركيب النواة لذلك فكرو العلماء ، انه حسب مفهوم الميكانيك الكمي في بناء هيكل الذرة وكيف انه مدارات الذرة تكون مملوءة بالالكترونات افترضو ايضا ان النواة تخضع للنموذج المداري من خلال قشرات داخل النواة.

كما ان بعض الدراسات التي اجريت على خواص بعض النويات اوضحت ان النويات داخل النواة تكون مرتبطة على شكل مدارات شبيهة بمدارات الكترونات الذرة ، وقد سميت بالتركيب القشري او تركيب المستويات والذي تكون فيه بعض القشرات مغلقة بسبب استقرار بعض النويات التي تحتوي بروتوناتها او نيوتروناتها او كليهما على **اعداد سحرية**).

ولكي نحصل على مستويات طاقة تتفق مع وجود الاعداد السحرية، افترض كل من **ماير** و **جينسون** وجود ازدواجا بين الزخم الزاوي المداري والبرم الذاتي للنيوكليون او ما يسمى ازدواج (L.S)

لذلك فان الفرضيات والتوضيحات التي على اساسها تم بناء هذا النموذج هي :

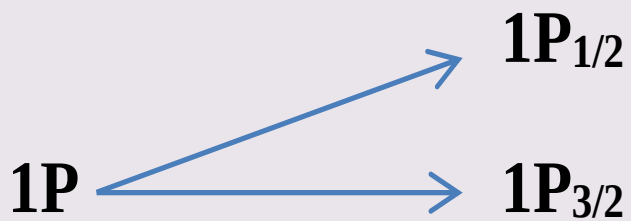
1. ان نموذج القشرة النووي هو احد اهم النماذج في التركيب النووي وقد اظهرت التجارب بان النوى التي لها عدد بروتونات (Z) او عدد نيوترونات (N) يساوي احد الاعداد السحرية فانها تكون مستقرة والاعداد السحرية هي :[126, 82, 50 , 28, 20 ,8, 2] .

وتشكل الاعداد السحرية للبروتونات والنيوترونات قشرات مغلقة (Closed Shell) شبيهة بالقشرات الالكترونية للذرات **وتكون قشرات النيوترونات وقشرات البروتونات مستقلة عن بعضها البعض .**

2 - اوضح هذا النموذج بان المجال المركزي للنيوكليونات في النواة هو التأثير المتبادل بين الحركة البرمية S والحركة المدارية لها L ، وكذلك تأثير الازدواج النيوكليوني (وفق مبدأ الانفراد لباولي) بالاضافة الى التأثير الكولومي .

ان تأثيرات الحركة البرمية نتيجة دوران كل نيوكليون حول نفسه يولد عزما مغناطيسيا مقداره (S) ويساوي $(\pm\frac{1}{2}\hbar)$ ، واما تأثير الحركة الدورانية الناتج من دوران النيوكليون حول مركز النواة يولد عزما مقداره ℓ ويساوي الزخم الزاوي المداري.

3 - يفترض هذا النموذج وجوب وجود تفاعل قوي بين الزخم الزاوي المداري وبين الزخم الذاتي لكل نيوكليون ، فبوجود هذا التفاعل فان مستويات الطاقة ذات القيمة الاكبر للزخم الزاوي الكلي j تقع دائما تحت المستويات التي تكون لها القيمة الاصغر. فمثلا في حالة المستوى 1Pيكون الانقسام كالاتي :



خصائص النوى السحرية :

1. انغلاق كامل القشرة (إمتلاء القشرة النووية) .
2. عدد الايزوتونات والايزوتوبات والايزوبارات عالية جدا .
3. طاقة فصل النيوترونات فيها عالية جدا .
4. بسبب طاقة الارتباط العالية فانها تحتاج الى طاقات كبيرة من اجل تهيجها .
5. احتمالية حدوث تفاعل نووي لهذه النوى قليل جدا لان الفواصل بين مستويات الطاقة كبيرة.
6. تكون هذه النوى ذات استقرارية عالية ووفرة كبيرة جدا .

تنبؤات نموذج

القشرة النووي

1. ان تنبؤات نموذج القشرة للزخم الزاوي الكلي للنوى تتفق بشكل جيد جدا مع النتائج العملية ، حيث ان الزخم الزاوي لنيوكليونين يساوي صفرا ولقشرة مغلقة يساوي صفرا أيضاً . الزخم الزاوي الكلي للنواة سيساوي الزخم الزاوي الكلي للنيوكليونات خارج القشرات المغلقة .
2. يتنبأ نموذج القشرة بوجود حالات شبه مستقرة في النوى التي فيها قشرات غير ممتلئة ، اي النوى ذات N , Z او كلاهما قريبا من عدد سحري .
3. يتوقع نموذج القشرة ان يكون عزم رباعي الاقطاب (عزم رباعي الاقطاب هو مقياس لانحراف النواة عن الشكل الكروي) صفراً او قريباً من الصفر للاعداد السحرية.

هناك رموز معينة تحدد كل مستوى من مستويات الطاقة النووية وهذه الرموز هي :

1) n : العدد الكمي التوافقي ويأخذ القيم ..... 4 ، 3 ، 2 ، 1

2) ℓ : العدد الكمي المداري حيث يقابل كل رقم رمز معين وحسب الجدول الاتي :

ℓ	0	1	2	3	4	5	6	7
الرمز	s	p	d	f	g	h	i	j

3) J : الزخم الزاوي للمستوي النووي حيث : $J=\ell \pm S = \ell \pm \frac{1}{2}$

وبهذه الحالة تكون قيم J هي ($J=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \ldots\ldots\ldots\ldots$)

4) عدد الاحتواء للمستوي الثانوي (2J+1)

ان اقصى عدد لـ (Z , N) للمستوى الثانوي او القشرة والمستنتج من العلاقة (2J+1) هو موضح بالجدول الاتي :-

J	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{13}{2}$	$\frac{15}{2}$
Max Z or N	2	4	6	8	10	12	14	16

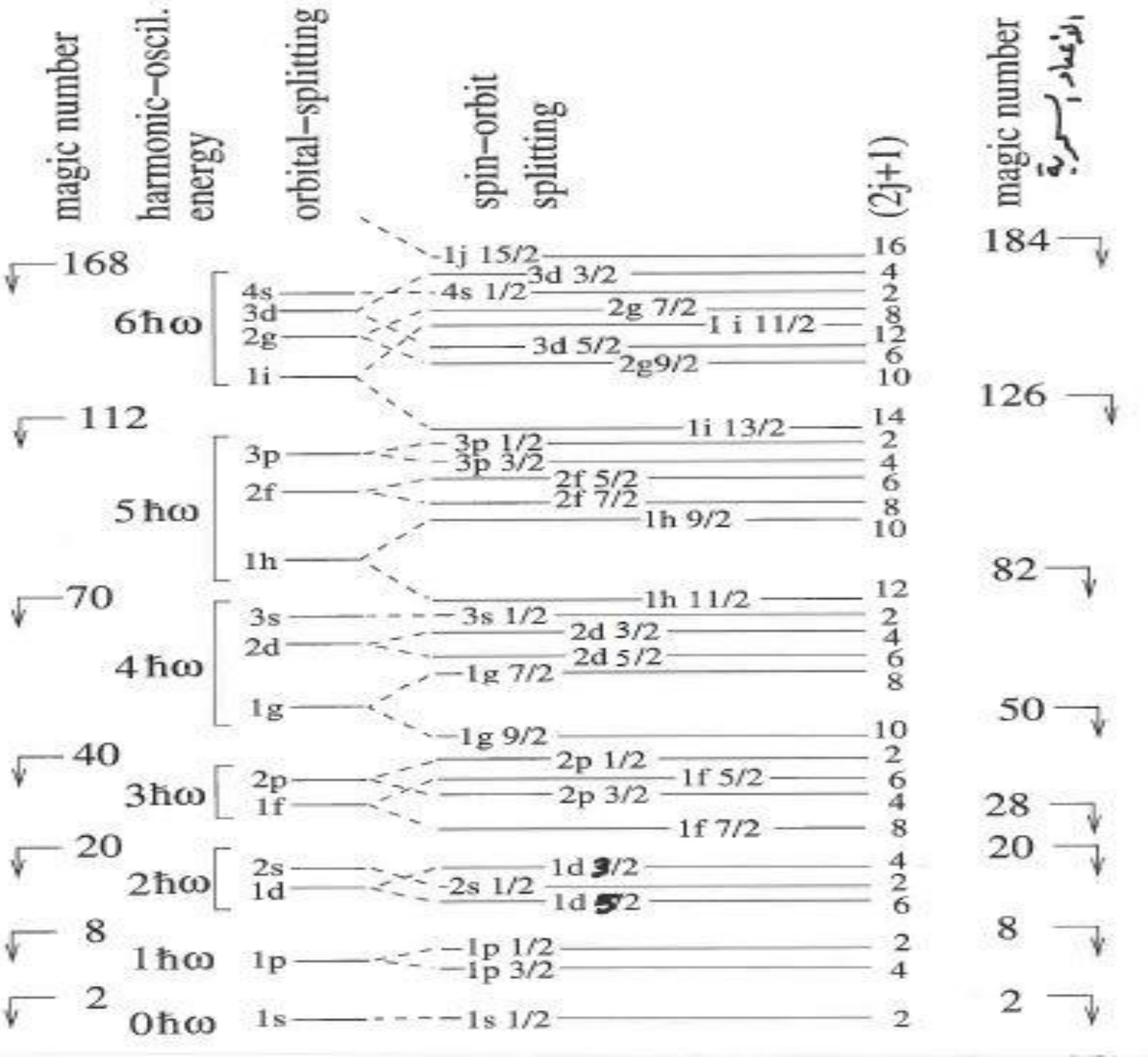
5) عدد الاحتواء في المستوى الرئيسي $2(2\ell+1)$

6) التماثل النووي (π) parity:

وهو اما ان يكون **موجبا او سالبا** على حسب نيوكليونات النواة وموقعها ضمن مستويات القشرة

ملاحظة : تتجمع مستويات الطاقة بشكل مجاميع وبفواصل كبيرة بين المجموعة والاخرى، وتسمى مستويات الطاقة لكل مجموعة والمتقاربة مع بعضها بالقشرة Shell ، وعندما تُغلق القشرة فانها تُغلق بعدد سحري من النيوكليونات . والمخطط الاتي يوضح كيفية توزيع مستويات الطاقة .

n رقم القشرة	ℓ							
	s	p	d	f	g	h	i	j
	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1s							
2		1p						
3	2s		1d					
4		2p		1f				
5	3s		2d		1g			
6		3p		2f		1h		
7	4s		3d		2g		1i	
8		4p		3f		2h		1j


magic number
harmonic–oscil. energy
orbital–splitting
spin–orbit splitting
(2j+1)
magic number
الرقم السحري
168
6ħω
4s
3d
2g
1i
112
5ħω
3p
2f
1h
70
4ħω
3s
2d
1g
40
3ħω
2p
1f
20
2ħω
2s
1d
8
1ħω
1p
2
0ħω
1s
1j 15/2
3d 3/2
4s 1/2
2g 7/2
1 i 11/2
3d 5/2
2g9/2
1i 13/2
3p 1/2
3p 3/2
2f 5/2
2f 7/2
1h 9/2
1h 11/2
3s 1/2
2d 3/2
2d 5/2
1g 7/2
1g 9/2
2p 1/2
1f 5/2
2p 3/2
1f 7/2
1d 3/2
2s 1/2
1d 5/2
1p 1/2
1p 3/2
1s 1/2
16
4
2
8
12
6
10
14
2
4
6
8
10
12
2
4
6
8
10
2
6
4
8
4
2
6
2
4
2
184
126
82
50
28
20
8
2

ملاحظة : نستطيع ان نحدد قيم البرم النووي والتماثل النووي لاي نواة في المستوى الارضي لها (ground state) بالاعتماد على القواعد الاتية :

1. في حالة النوى (زوجية – زوجية) فان الزخم الزاوي الكلي لها يكون مساويا للصفر (J=0) والتماثل موجبا +=π اي ان $J^{\pi}=0^{+}$.
2. في حالة النوى (زوجية – فردية) او (فردية – زوجية) ، فان الزخم الزاوي الكلي يعتمد على زخم آخر نيوكليون ، اما التماثل فيحسب من المعادلة $\pi = (-1)^{\ell}$ ، حيث ℓ يمثل العدد الكمي المداري لآخر نيوكليون منفرد موجود في النواة.
3. في حالة النوى (فردية – فردية) فان الزخم الزاوي الكلي للنواة يحسب من زخم آخر نيوترون وبروتون منفرد وله قيمة محصورة بين :

$$J_{total}=|J_p-J_n| \rightarrow |J_p+J_n|$$

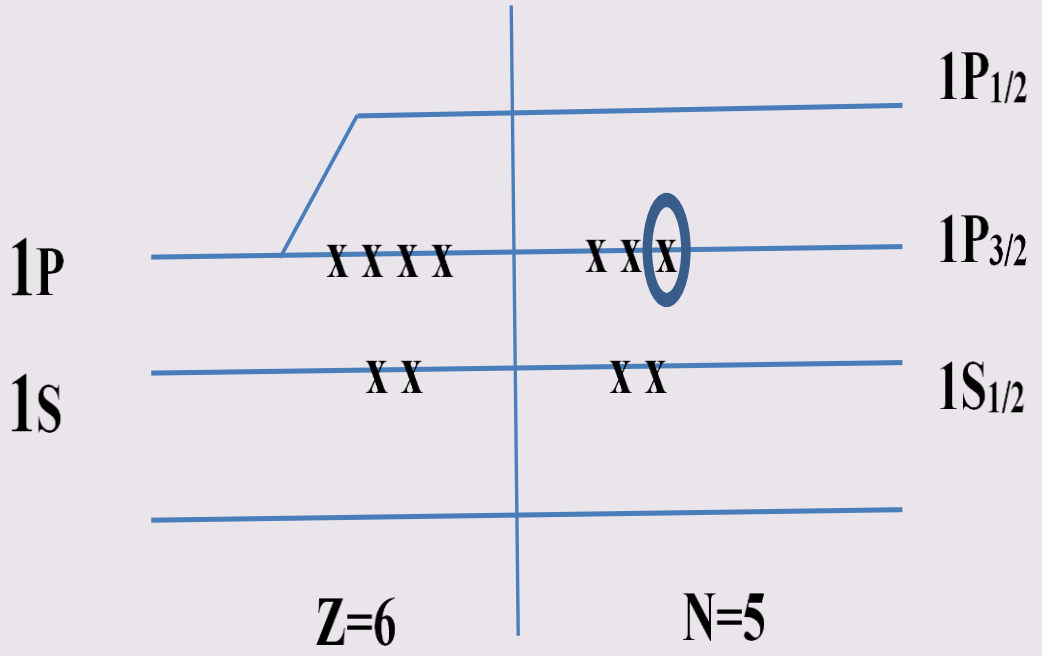
اما التماثل فيمكن حسابه من المعادلة $\pi = (-1)^{\ell_p + \ell_n}$

مثال : أوجد $(J)^{\pi}$ لنواة $^{11}_{6}C$ ؟

$$J = \frac{3}{2}$$

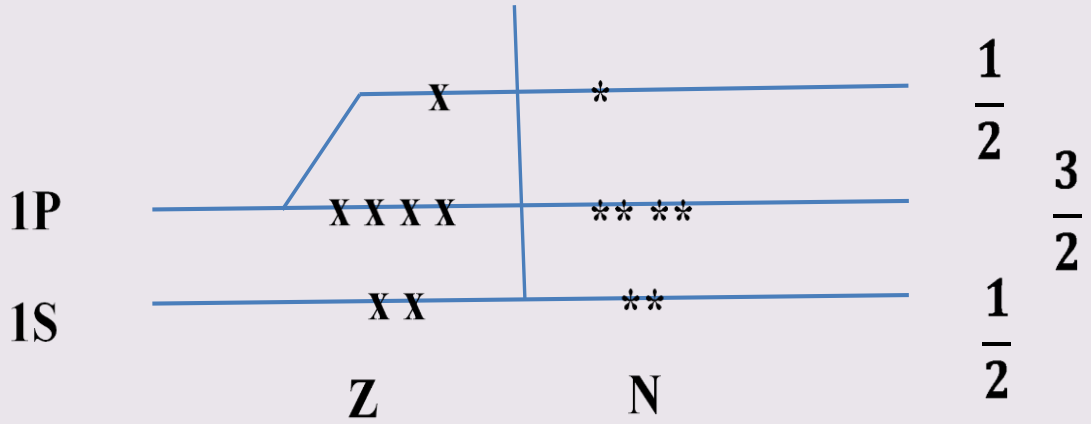
$$\pi=(-1)^{l} = (-1)^{1} = -$$

$$J^{\pi} = \left(\frac{3}{2}\right)^{-}$$



مثال1 / جد الزخم الزاوي الكلي للنواة $^{14}_{7}N_{7}$

الحل / النواة لها N=7 , P=7 فيكون توزيعها كالاتي :



$J_p = \frac{1}{2}$, $J_N = \frac{1}{2}$

$J_{total} = |\frac{1}{2} - \frac{1}{2}| \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$

$J_{total} = 0 \rightarrow 1$

$J_{total} = 0,1$

في حالة انه طلب بالسؤال التماثل

$\pi = (-1)^{\ell_{p+}\ \ell_n}$

$\pi = (-1)^{1+1} = (-1)^2 = +$

ملاحظة : هناك حالات شاذة يحصل فيها عدم تطابق مع النتائج العملية وذلك يعود الى حالة الازدواج النووي والذي يحصل عند تحقق الشرطين التاليين :

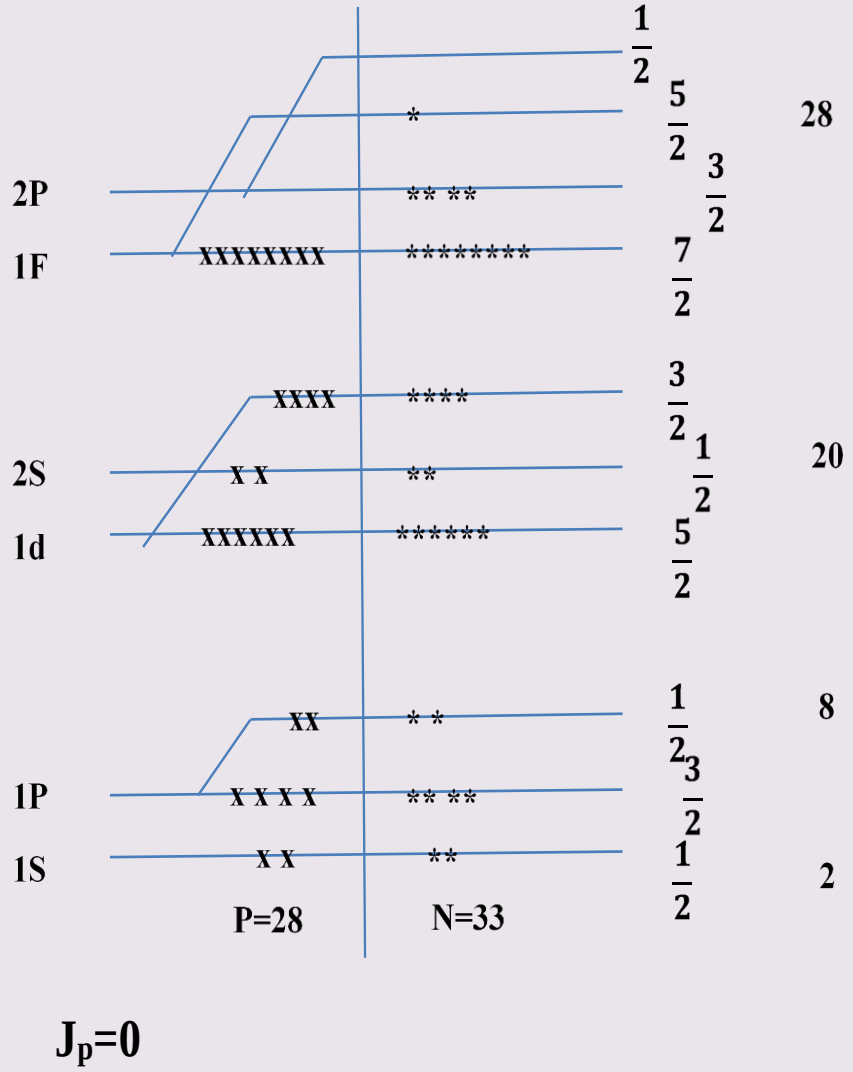
1. ان المستوى الذي له قيمة (ℓ) اكبر فانه يميل الى الازدواج قبل المستوى الذي له (ℓ) صغير.

2. ان المستويين متقاربين (لا يحدث انتقال من قشرة مغلقة بعدد سحري)

فعند توفر الشرطين اعلاه فانه يحصل انتقال نيوكليوني الى المستوى الذي له (ℓ) كبيرة .

مثال 2/ جد قيمة $(J)^{\pi}$ للنواة $^{61}_{28}Ni$ ؟

الحل/ نواة النيكل لها $P=28\ ,\ N=33$



$J_p=0$

في هذا المثال يحدث انتقال نيوترون من المستوى $2P_{3/2}$ الى المستوى $1F_{5/2}$ وذلك لان قيمة (ℓ) للمستوى (1F) *اكبر من قيمة* (ℓ) للمستوى *2P* وأيضاً ان المستويين متقاربين ، فيحصل ازدواج نووي فيبقى هنا النيوترون المنفرد في المستوى $2P_{3/2}$.

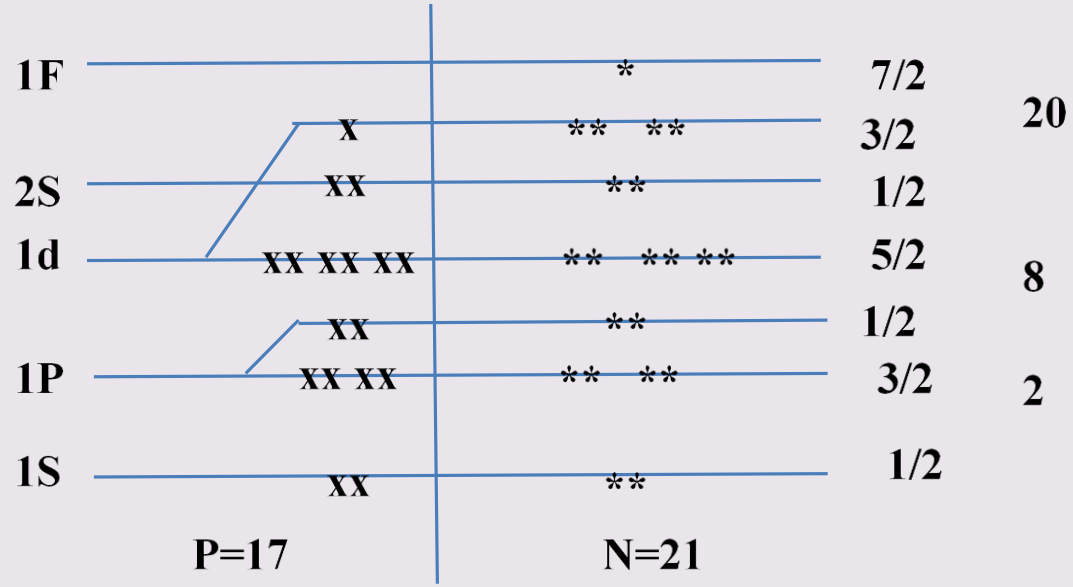
$J_N=\frac{3}{2} \rightarrow J_{total}=\frac{3}{2} \rightarrow (J)^{\pi}=(\frac{3}{2})^{-}$

مثال3/ على اساس نموذج القشرة ذات النيوكليون الواحد وباعتبار شد البرم بالمدار ، ما هي التسمية الطيفية لنواة $^{38}_{17}Cl$؟

الحل/

For $^{38}_{17}Cl$: P=17 , N=21

فتكون التسمية الطيفية كالاتي :



آخر نيوترون له $J_N=\frac{7}{2}$ ويقع في المستوى $(1F_{7/2})$.

اما آخر برتون منفرد فيكون في المستوى $1d_{3/2}$ الذي قيمة (ℓ) له اعلى من قيمة (ℓ) للمستوى $2S_{1/2}$ فيحصل انتقال من 2s الى 1d لتحقق شرط الازدواج بين المستويين المتقاربين.

اذن آخر بروتون منفرد يقع في المستوى $2S_{1/2}$

$$J_{tot}=|\frac{1}{2}-\frac{7}{2}| \rightarrow \frac{1}{2}+\frac{7}{2}$$

$$= |-3| \rightarrow 4 \quad \rightarrow J_{tot}=3\ ,4$$

$\pi = (-1)^{\ell p+\ \ell n}$

$\pi = (-1)^{0+3} = (-1)^3 =$ -

نماذج نووية اخرى :

1-نموذج الحركة الجماعية Collective motion model :

ان النوى التي تكون بعيدة عن الاعداد السحرية هي ليست كروية ولكن تبدي لان تكون متطاولة باتجاه القطبين (رأسياً) او متطاولة باتجاه الاستواء (أفقياً) . في هذه النوى المشوهة فان المحور الرئيسي يدور في الفضاء وينتج عن ذلك حركة جماعية والتي يشارك فيها كل النيوكليونات .

2-النموذج الاحصائي Statistical Model :

يفترض هذا النموذج ان هناك ترابطاً نووياً قوياً بين النيوكليونات بحيث لا يمكن دراستها انفرادياً وانما يمكن معاملتها احصائيا . هذا النموذج يعطي معادلات للكميات الفيزيائية لكل نيوكليون . ان النتيجة الجيدة لهذا النموذج هي تفسيره لطاقة الترابط النووية.

3-النموذج العنقودي Cluster Model :

ويسمى نموذج جسيم α . يفترض ان جسيم α هو وحدة بناء النواة ، اي ان النوى تتكون من عدد صحيح من العدد الكتلي لجسيم α (اي مضاعفات 4) .

يطبق هذا النموذج في النوى ذات (A=4n) مثل :

$$^{12}_{6}C \cong 3 \propto , \, ^{16}_{8}O = 4 \propto$$

واجب رقم (6)

س1/ استخدم الصيغة شبه التجريبية للكتلة لتحديد اي من الايزوبارات الاكثر استقرار ذات العدد الكتلي 27 علما ان $a_c=0.72$, $a_a=23.5$

س2/ وضح شكل المستويات الطاقية لنواة عنصر الالمنيوم $^{30}_{13}Al$ وتوزيع النويات فيها ثم احسب كلا من الزخم الزاوي للمستوي النووي (J) والتماثل (π) .

الى هنا ننتهي من محاضرة هذا

اليوم وان شاء الله التقيكم

بالمحاضرة القادمة