المحاضرة الثانية

(7) عرض البيانات وفق الجداول

9

التوزيع التكراري Frequency Distribution :
وهو جدول يلخص ويرتب البيانات للمتغير العشوائي التي سبق لنا ان جمعناها و صنفناها و قسمت الى عدد من المجاميع المرتبة تصاعدياً او تنازلياً. ويتكون الجدول من عمودين هما عمود الفئات (class) وعمود التكرارات (Frequencies)

وسيتم توضيح مكونات التوزيع التكراري لتكوين جدول توزيع تكراري كما في المثال التالي :

لتكن $X_1, X_2, \ldots, X_n$ تمثل بيانات متغير عشوائي من عينة عشوائية بحجم (n) مفردة و ترتب في ترتيب هذه البيانات في جدول توزيع تكراري عدد فئاتها هو m ، بفرض ان X_L أصغر قيمة و X_U الكبر قيمة في مجموعة البيانات عندها يمكن ان نعرف مكونات التوزيع التكراري بالشكل التالي :

1. المدى الكلي للتوزيع Total Range
ويمثل الفرق بين الكبر قيمة و اصغر قيمة في المجموعة مضافاً له العدد واحد. أو الفرق بين قيمة الحد الاعلى و قيمة الحد الادنى + 1 . ويرمز له بالرمز T.R

$$T.R = X_U - X_L + 1$$

ويسمى طول أو مجال أو سعة الفئة .

* بداية الفئة : القيمة التي تمثل الحد الادنى للفئة Lower Limit
* نهاية الفئة : القيمة التي تمثل الحد الاعلى للفئة Upper Limit

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(2) عدد فئات التوزيع (8) Number of classes

و تعني عدد الجاميع التي تتألف منها التوزيع التكراري وهنالك صيغ تقريبية يمكن من خلالها تحديد عدد فئات التوزيع أهمها :-

a: صيغة Yule وهي

$$m = 2.5 \sqrt[4]{n}$$

b: صيغة Sturges وهي

$$m = 1 + 3.322 \log_{10} n$$

اذ تمثل n: حجم العينة

ملاحظة // عند تطبيق الصيغ المذكورة أعلاه (Sturges و Yule) يتم تقريب الناتج لأقرب عدد صحيح .

(3) طول الفئة Length of class

و يمكن حساب طول الفئة من خلال قسمة المدى الكلي للتوزيع (T.R) على عدد الفئات (m)

$$L = \frac{T.R}{m}$$

(4) الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة

Lower and upper bound of class

كل فئة من فئات التوزيع التكراري بداية ونهاية. وتعني البداية الحد الأدنى للفئة والنهاية تعني الحد الأعلى لها.

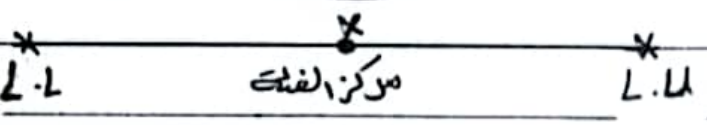
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(9)

⑤ مركز الفئة Center of class

ويمثل مركز الفئة قيمة من قيم المتغير العشوائي التي تتوسط المسافة بين الحد الادنى والحد الاعلى للفئة. ويرمز للحد الادنى بالرمز L.L ويرمز للحد الاعلى L.U ومركز الفئة X ويتم حساب مركز الفئة بالصيغة الرياضية الآتية :-

$$X = \frac{L.U + L.L}{2}$$



⑥ تكرار الفئة class frequency

يمثل جزء من مفردات العينة التي تتصف بكونها تقع ضمن القيمة العددية ما بين حدي الفئة. حيث ان مجموع هذه الاجزاء يشكل عدد مفردات العينة n. $f_1+f_2+f_3+\cdots+f_m=n$

ويسمى التكرار بالرمز (f_i)

ملاحظة // ان منتصف الفئة والذي يمثل القيمة التي تتوسط مدى او طول الفئة يسمى بمركز الفئة مرادفة (center of class)

مركز الفئة X = (الحد الاعلى + الحد الادنى) / 2

$$X = \frac{\text{Upper Limit} + \text{Lower Limit}}{2}$$

(10) المثال الاول // (في حالة البيانات متقطعة)

كون جدول توزيع تكراري لعلامات (30) لاعبا من أحد الاختبارات والتي كانت كما يلي :-

46	49	48	58	54	50
46	62	37	48	54	75
54	48	59	45	34	58
47	61	49	44	68	39
63	56	43	57	40	45

الحل //

① نجد اكبر قيمة X_U و أصغر قيمة X_L لايجاد المدى الكلي

$$X_U = 75 \quad , \quad X_L = 34$$

$$T.R = X_U - X_L + 1$$
$$= 75 - 34 + 1$$
$$= 42$$

∴ المدى 42

② نجد قيمة (m) اي عدد الفئات

$$m = 2.5\sqrt[4]{n} \quad = 2.5\sqrt[4]{30} = 5.85 \simeq 6$$

∴ عدد الفئات 6

③ نجد طول الفئة

$$L = \frac{T.R}{m} = \frac{42}{6} = 7$$

∴ طول الفئة 7

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(11) يكتب جدول التوزيع التكراري بالشكل الآتي :

ت	التكرارات f_i	الفئات class	الحد الأعلى X_u	الحد الأدنى X_L	مركز الفئة : X
1	5	34-40	40 X_L+L-1	34 X_L	37
2	6	41-47	47 X_L+2L-1	41 X_L+L	44
3	9	48-54	54 X_L+3L-1	48 X_L+2L	51
4	6	55-61	61 X_L+4L-1	55 X_L+3L	58
5	3	62-68	68 X_L+5L-1	62 X_L+4L	65
6	1	69-75	75 X_L+6L-1	69 X_L+5L	72

ت: عدد اللاعبين الذين درجاتهم ضمن (34-40) هم 5 لاعبين وكذلك لبقية الدرجات لبقية اللاعبين.

ملاحظة // الحد الأعلى = الحد الأدنى + طول الفئة - 1

الحد الأدنى = الحد الأدنى السابق + طول الفئة

ملاحظة // ان مجموع التكرارات يكون مساوي لحجم العينة

أي بمعنى

$\sum f_i = n$

حجم العينة = $\sum f_i = 30$ ∴

مركز الفئة وتحسب بالصيغة الآتية :-

$$X_1 = \frac{L.L + L.U}{2} = \frac{34+40}{2} = 37$$

$$X_2 = \frac{41+47}{2} = 44$$

⋮

$$X_6 = \frac{69+75}{2} = 72$$

المثال الثاني // (في حالة المتغيرات المستمرة)

تمثل البيانات التالية أوزان 30 لاعب متقدم لاختبار رياضة رفع الاثقال . المطلوب تبويب البيانات في صورة جدول توزيع تكراري .

66.2	81.6	89	84	103	71.3
66	85	74	106	89.4	85
94	66.2	75	106	65	88.1
84	47	101	86	89	101.5
82	93	99.5	86	84	92

خطوات الحل //

① نحدد اكبر قيمة اي اكبر وزن مذكور في عينة البحث ولكن لا أكبر قيمة .

$X_U = 106$ ، $X_L = 55$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(13) $T.R = X_U - X_L + 1$ نجد المدى الكلي

$= 106 - 55 + 1 = 52$

نجد قيمة (m) اي عدد الفئات وذلك باستخدام صيغة Yule

$m = 2.5\sqrt[4]{n}$

$= 2.5\sqrt[4]{30} \simeq$ نجيب اقرب

$= 5.85 \simeq 6$

(3) نجد طول الفئة

$L = \frac{T.R}{m} = \frac{52}{6} = 8.6 \simeq 9$

(4) ترتيب جدول التوزيع التكراري

ت	التكرارات: fi	الفئات class	الحد الاعلى للفئة	الحد الادنى للفئة	مركز الفئة X
1	2	55 اقل من 64	$55+9$ ⓐ $X_L+L-1=63$	X_{L_1} 55	59.5
2	4	64 اقل من 73	73	$X_{L_1}+L$ 64	68.5
3	3	73 اقل من 82	82	X_L+2L 73	77.5
4	12	82 اقل من 91	91	X_L+3L 82	86.5
5	4	91 اقل من 100	100	91	95.5
6	5	100 - 109	109	100	104.5
	$\sum f_i = n = 30$				

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner