Chapter_2_
Dynamic of a particle
„ Rectilinear Motion „

Newton's Laws

(1) Every body continues in its state of rest or of uniform motion in a straight line, unless it is compelled by a force to change that state.

(2) Change of motion is proportional to the applied force and takes place in the direction of the force.

(3) To every action there is always an equal and opposite reaction and oppositely directed.

Suppose we have two bodies A and B, الاستاتيه التقويم الثاني
How do we determine the measure of (inertia) of one relative to the other?
we Connected its by a spring

$$\frac{\left(\frac{d\vec{V}_A}{dt}\right)}{\left(\frac{d\vec{V}_B}{dt}\right)} = \text{Constant} = -\mu_{BA}$$

$$\therefore \frac{d\vec{V}_A}{dt} = -\mu_{BA}\frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

since $\therefore \mu_{BA} = \frac{m_B}{m_A}$ لبعض الثوابت الفيزيائية
الجسم B نسبة للجسم (A)

$$\frac{d\vec{V}_A}{dt} = -\frac{m_B}{m_A}\frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

$$m_A\frac{d\vec{V}_A}{dt} = -m_B\frac{d\vec{V}_B}{dt}$$

قانون نيوتن الثالث $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$

قانون نيوتن الثاني $\begin{cases} \vec{F} = ma \\ \vec{F} = m\frac{d\vec{v}}{dt} \end{cases}$

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

Linear Momentum

الزخم الخطي

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

$$\vec{F} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \Rightarrow \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

التأثير والتأثير المتبادل $\vec{F}_A = -\vec{F}_B$

$$\frac{d\vec{P}_A}{dt} = -\frac{d\vec{P}_B}{dt}$$

$$\frac{d\vec{P}_A}{dt} + \frac{d\vec{P}_B}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_A + \vec{P}_B) = 0$$

$$\therefore \vec{P}_A + \vec{P}_B = \text{Constant}$$ قانون حفظ الزخم الخطي

ينص القانون الثالث نتائج الزخم الخطي الكلي لجسمين يتفاعلان على أن مجموعهما ثابت.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt}$$

$$\int_{P_A}^{P_B} d\vec{P} = \int_0^t F\,dt$$

$$(P_B - P_A) = Ft$$

تغير الزخم الخطي يساوي الدفع

(Rectilinear Motion) الحركة في خط

when a moving particle remains on a single straight line. We can choose the x axis as the line of motion

$$\vec{r} = \hat{i}x + \hat{j}y + \hat{k}z = \hat{i}x$$

$$\vec{v} = \hat{i}\dot{x}$$

$$\vec{a} = \hat{i}\ddot{x}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{x} = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{F}{m} = \frac{dv}{dt} = a = \text{Constant}$$

$$\int_{v_0}^{v} dv = \int_{0}^{t} a\,dt$$

$$v - v_0 = at$$

$$\boxed{v = v_0 + at} \quad \text{---(1)}$$

القانون الأول لحركة الجسم بمقارنة السرعة

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} (v_0 + at)\,dt$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$\boxed{x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2} \quad \text{---(2)}$$

إذا كانت الحركة ابتدائية من نقطة الأصل $x_0 = \text{zero}$

From eq (1) $\Rightarrow t = \frac{v - v_0}{a}$

بالتعويض في المعادلة (2)

$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2ax} \quad \text{---(3)}$$

القوة كدالة للموقع - مفهوم الطاقة الحركية والكامنة

* The Force as a Function of Position Only
* The Concepts of Kinetic and Potential Energy

In this case, for example:.

1- electrostatic force.
2- gravitational Force.
3- Force of elastic tension

The differential equation for rectilinear motion is:.

$$F = m\ddot{x}$$

$$\ddot{x} = \frac{dv}{dt} \xrightarrow{\frac{dx}{dx}} \ddot{x} = \frac{dx}{dt}\frac{dv}{dx} \Rightarrow \ddot{x} = v\frac{dv}{dx}$$

$$\therefore \boxed{F_{(x)} = mv\frac{dv}{dx}}$$ صيغة اخرى لقانون سوتن الثاني

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \frac{2}{2}mv\frac{dv}{dx} \Rightarrow \frac{dT}{dx} = \overbrace{mv\frac{dv}{dx}}^{F}$$

$$\therefore \boxed{F_{(x)} = \frac{dT}{dx}} \quad \text{---} (1)$$

$$\int dT = \int F_{(x)}\,dx \Rightarrow T = \int F_{(x)}\,dx$$

لتغير الطاقة الكامنة — لتغير الطاقة الحركية — يشغل من عناصر حفظ الطاقة

$$dT + dV_{(x)} = 0$$

$$\boxed{\int dT = -\int dV_{(x)}} \Rightarrow \quad \text{---} (2)$$

$$T = -V_{(x)} + \text{constant}$$

$$T + V_{(x)} = \text{Constant}$$

$$\boxed{\frac{1}{2}mv^2 + V_{(x)} = E}$$ صيغة اخرى لقانون حفظ الطاقة

اذا تحقق هذا الشرط فان البندول محافظة

For one-dimensional motion ..

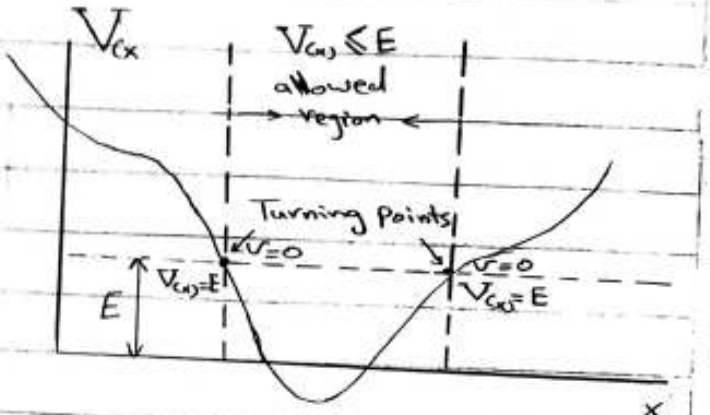
(1) if the impressed force is a function of position only, then (2) the sum of Kinetic and potential energy remains constant through the motion.

The force in this case is said to be
« Conservative »

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + V_{(x)} = E$$

$$v^2 = \frac{2}{m}(E - V_{(x)})$$

speed in (x) direction $v_{(x)} = \mp\sqrt{\frac{2}{m}(E - V_{(x)})}$



من المعادلة اعلاه يكون الاتطلاق ممكنة لقيم (x) عندما $V_{(x)} \leq E$ وهذا يعني ان حركة الجسم تكون محصورة بالمنطقة التي تتضمن هذا الشرط وعندما تكون الطاقة الكامنة مساوية الطاقة الكلية يكون الاتطلاق معدوماً للعنصر وهذا يعني ان الجسم سيتوقف ويكمل حركته في كلا النقاط بالتي تسمى بنقاط الرجوع.

* From eq (1) $F_{(x)} = \frac{dT}{dx}$

but $dT = -dV_{(x)}$ ---(2)

$\therefore F_{(x)} = -\frac{dV_{(x)}}{dx}$ then the work for 3 dimension

$\int \vec{F}\cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

but $\Rightarrow F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $F_y = \frac{-\partial V}{\partial y}$, $F_z = \frac{-\partial V}{\partial z}$

* Force as a function of Velocity

The differential equation is:.

$$F_{(v)} = m\frac{dv}{dt} \quad \text{---} (1) \Rightarrow \int dt = \int \frac{m\,dv}{F_{(v)}}$$

$$\left[t = \int \frac{m\,dv}{F_{(v)}} = t_{(v)}\right]$$ لزمن كدالة للسرعة

$$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dx = \int v_{(t)}\,dt$$

$$\left[x = \int v_{(t)}\,dt = x_{(t)}\right]$$ لموضع كدالة للزمن

$$F_{(v)} = mv\frac{dv}{dx}$$

$$dx = \frac{mv\,dv}{F_{(v)}}$$

$$\left[x = \int \frac{mv\,dv}{F_{(v)}} = x_{(v)}\right]$$ لموضع كدالة للسرعة

$$v_{(x)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dt = \int \frac{dx}{v_{(x)}}$$

$$\left[t = \int \frac{dx}{v_{(x)}} = t_{(x)}\right]$$ لزمن كدالة للموضع

"Force as a function of time"

$$F_{(t)} = m\frac{dv}{dt} \Rightarrow \int dv = \int \frac{F(t)\,dt}{m}$$

$$v = \int \frac{F(t)\,dt}{m} = v_{(t)}$$

$$v_{(t)} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int dx = \int v_{(t)}\,dt$$

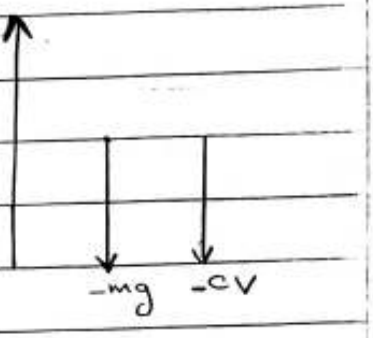
$$x = \int \left[\frac{F(t)\,dt}{m}\right] dt = x_{(t)}$$

Vertical Motion in a Resisting Medium
Terminal Velocity

An object falling vertically through the fluid, the
(1) resistance of this fluid is proportional to the first power of (v), if the motion is low.
(2) if the motion is fast the resistance is proportiond to the second power of (v)

(1) Let us take the x-axis to be positive upward. The differential equation of motion is

$$-mg - cv = m\frac{dv}{dt}$$



$$\int_0^t dt = \int_{v_0}^{v} \frac{m\,dv}{-mg-cv} \Big] \frac{-c}{-c}$$

$$t = \frac{-m}{c}\int_{v_0}^{v} \frac{-c\,dv}{-mg-cv}$$

$$= \frac{-m}{c}\ln(-mg-cv)\Big]_{v_0}^{v}$$

$$= \frac{-m}{c}\ln(-mg-cv) - \ln(-mg-cv_0)$$

$$t = \frac{-m}{c}\ln\frac{-mg-cv}{-mg-cv_0} = \frac{-m}{c}\ln\frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$\frac{-ct}{m} = \ln\frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$e^{-ct/m} = \frac{mg+cv}{mg+cv_0}$$

$$mg+cv = (mg+cv_0)\,e^{-ct/m}$$

$$v = \frac{-mg}{c} + \left(\frac{mg}{c} + v_0\right)e^{-ct/m}$$

بعد مرور فترة كافية حيث $t \gg \frac{m}{c}$ يمكن اهمال الحد الاسي ليصبح
السرعة تقترب من $(\frac{-mg}{c})$ ويسمى هذه السرعة بسرعة النهاية.

سرعة النهاية :- هي تلك السرعة التي تكون عندها قوة المقاومة مساوية تماماً
ومعاكسة لوزن الجسم حيث محصلة القوة المؤثرة على الجسم تساوي صفر.

terminal velocity:- it is that velocity at which the force of resistance is just equal and opposite to the weight of the body, so that the total force is zero.

Terminal Velocity $v_t = \frac{mg}{c}$

Characteristic time (الزمن المميز) $\tau = \frac{m}{c}$

$$\therefore v = -v_t (v_t + v_0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v\,dt$$

$$\therefore \int_{x_0}^{x} dx = \int_{0}^{t} -v_t + (v_t + v_0) e^{-\frac{t}{\tau}}\, dt$$

$$x - x_0 = -v_t t + (v_t + v_0) \int_0^t e^{-\frac{t}{\tau}}\, dt$$

$$x = x_0 - v_t t - \tau (v_t + v_0)\left[e^{-\frac{t}{\tau}} - 1\right]$$

في حالة الهبوط الحر لجسم كتلته معينة

$$mg - cv = m\frac{dv}{dt}$$