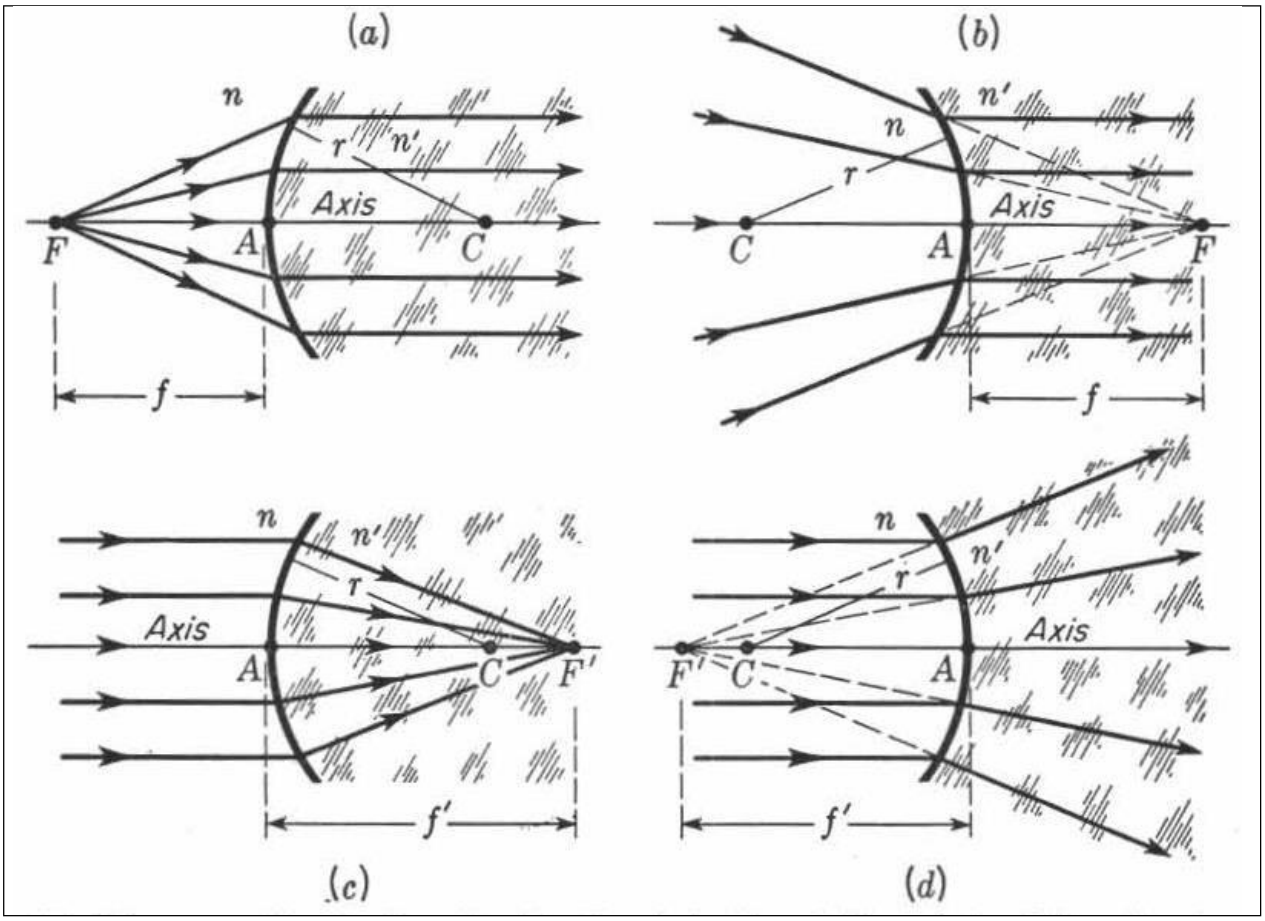
الفصل الثالث

1) السطح الكروي (**Spherical Surface**)

السطح الكروي هو سطح منحني جزء من كرة . يسمى السطح الكروي محدب (convex surface) اذا كان مركز التكور له على اليمين ، ويسمى السطح الكروي مقعر(surface) اذا concave كان مركز التكور له على اليسار كما في الشكل (1) .

السطح الكروي الذي يفصل وسطين شفافين له خاصية تجميع او تفريق الاشعة الضوئية المنكسره عليه نتيجة قوانين الانكسار ، وتطبيق قانون سنيل على السطح الكروي باستخدام العمود المقام على مماس النقطة التي يحدث فيها الانكسار وبهذه الطريقة ممكن معرفة اتجاه الشعاع بعد الانكسار .

ان استخدامات السطوح الكروية في البصريات يتضمن تكوين الصور (Image formation) ، وتركيز الاشعة (ray concentration) ، وتسديد الاشعة (ray collimation) ، وتنظيم الاستضاءة (illumination) . وسيقتصر الحديث في هذا الفصل على تكوين الصور الذي يعتبر من اهم وظائف السطوح الكروية .



الشكل (1) السطوح الكروية (a , c). المحدبة ، (b , d). المقعرة .

2) هندسة السطح الكروي (**Geometrical of Spherical Surface**)

لمعرفة طبيعة السطح الكروي وكيفية عمله في انكسار الضوء خلاله ، يجب معرفة مجموعة من النقاط والمستقيمات ذات العلاقة بهندسة السطح وتطبيق قانون الانكسار وعلاقته بموقع الجسم والصورة .

ان اهم خط مستقيم للسطح الكروي الذي ينصف السطح ويكون عمودي عليه هو **المحور البصري (axis)** ، وتسمى نقطة تقاطع المحور البصري مع السطح الكروي بنقطة **السمت (vertex)** ويرمز لها بالحرف (A) كما في الشكل (1) . بينما يشار الى نقطة مركز تكور السطح الكروي بالرمز (C) التي تقع على يمين السطح المحدب وعلى يسار السطح المقعر.

هناك نقطتان مهمتان تعرفان بنقطة البؤرة الاولية والثانوية (primary and secondary focal points) . نقطة البؤرة الاولية (F) هي نقطة محورية (تقع على المحور البصري) تمتاز بخاصية ان اي شعاع ضوئي صادر منها (السطح المحدب) او متجه اليها (سطح مقعر) يسير بعد الانكسار موازي للمحور البصري. اما نقطة البؤرة الثانوية (F') هي نقطة محورية (تقع على المحور البصري) تمتاز بخاصية ان اي شعاع ضوئي يسقط موازي للمحور البصري يسير بعد الانكسار نحوها (السطح المحدب) او كأنه صادر منها (سطح مقعر) . ان

المسافة بين موقع البؤرة الأولية والسمت يسمى **البعد البؤري الاولي (primary focal length)** ويرمز له بالرمز (f) ، والمسافة بين موقع البؤرة الثانوية والسمت يسمى **البعد البؤري الثانوي (secondary focal length)** ويرمز له بالرمز (f') ، بينما يسمى المستوى العمودي على المحور البصري في نقطتي البؤرة الاولية والثانوية بالمستوى البؤري الأولي والثانوي (primary and secondary focal plane)على الترتيب.

3) تكوين الصور (**Image Formation**)

ان اهم الوظائف المستخدمة لها السطوح الكروية هي تكوين الصور ، ان تكوين الصور يتم عن طريق تجميع الاشعة الصادرة من الجسم (عن طريق الانعكاس او الانكسار) من خلال

مرورها في السطح الكروي في نقاط معينة تمثل صورة للنقاط الاصلية للجسم تسمى **النقاط المترافقة (conjugate points) وهي زوج النقاط المتولدة من الجسم والصورة** . لتكوين نقاط مترافقة يجب على الاقل ايجاد **شعاعين متقاطعين** .

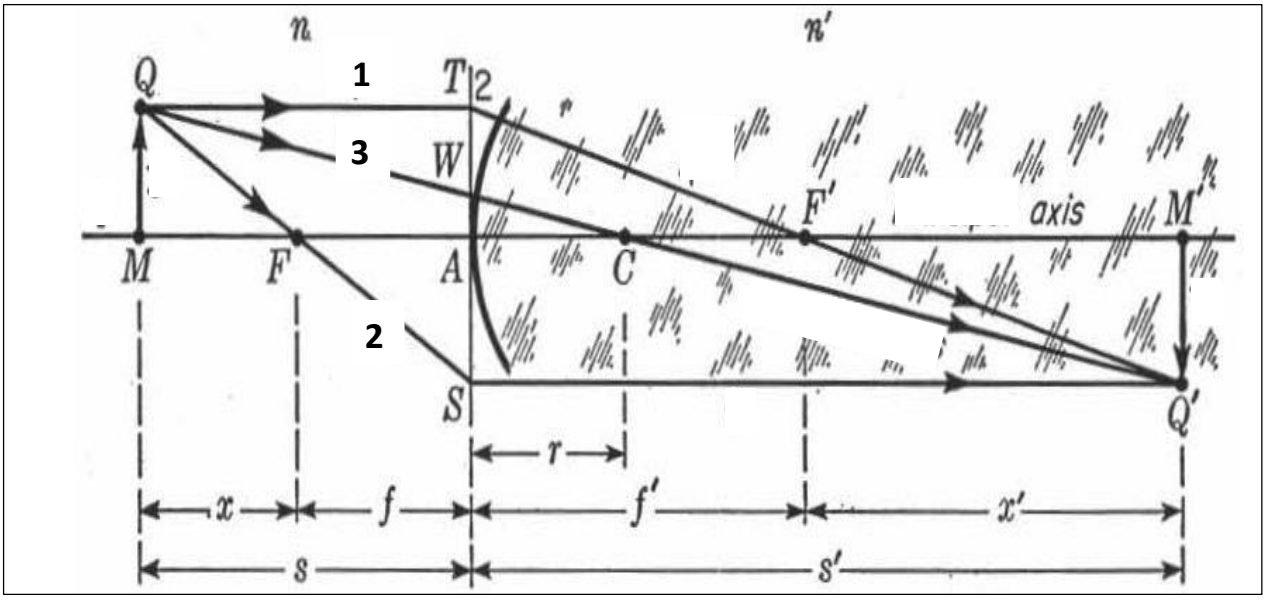
ان هناك طريقتين لايجاد صورة الجسم المتكونة في السطح الكروي هي طريقة الرسم (graphical method) والطريقة الرياضية (mathematical method) .

4) طريقة الرسم (**Graphical Method**)

هناك طريقتان للرسم يمكن من خلالها تكوين ثلاث اشعة متقاطعة بعد الانكسار من السطح الكروي لتكوين نقاط مترافقة ، هي **طريقة الشعاع الموازي (parallel ray method)** لتكوين الصور للاجسام الشاخصة (اجسام لها ابعاد) ، **وطريقة الشعاع المائل (oblique ray method)** لتكوين صور للاجسام النقطية (اجسام لا بعد لها) .

A.طريقة الشعاع الموازي (**Parallel Ray Method**)

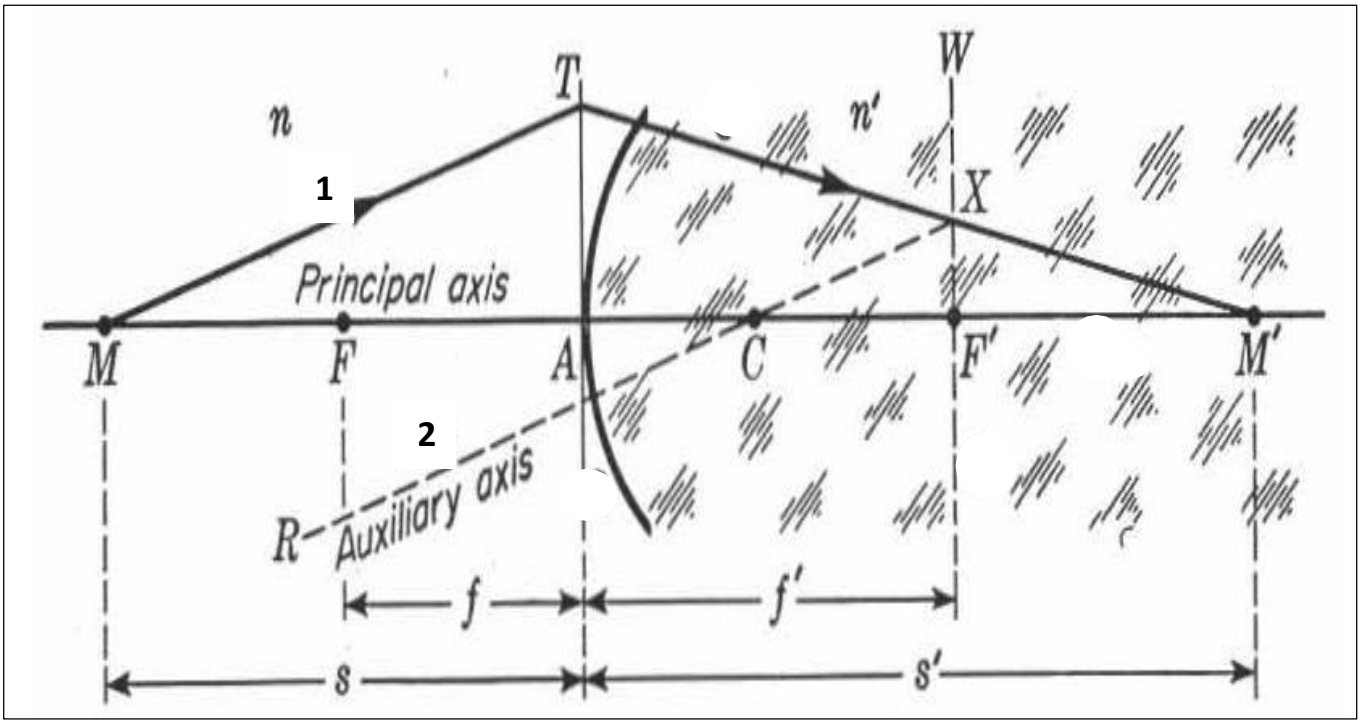
تستخدم هذه الطريقة لتكوين الصور للاجسام الشاخصة وكما موضح في الشكل (2) . نفرض ان الجسم (MQ) جسم محوري (واقع على المحور البصري) على يسار السطح الكروي المحدب يبعث ثلاثة أشعة (1,2,3) من النقطة (Q) . الشعاع (1) موازي للمحور البصري فيسير بعد الانكسار باتجاه البؤرة الثانوية (حسب تعريف البؤرة الثانوية) ، والشعاع (2) يمر
بالبؤرة الاولية فيسير بعد الانكسار موازيا للمحور البصري (حسب تعريف البؤرة الاولية) ،
والشعاع (3) يمر بصورة عمودية على السطح الكروي فيمر **بدون انكسار** نحو مركز تكور السطح ، يسمى الشعاع (3) **الشعاع الأساسي (principal ray) وهو الشعاع الذي يمر في مركز تكور السطح الكروي ولا يعاني أي انكسار أو يسير باستقامة (un deviated ray)** تتلاقى الاشعة الثلاثة في نقطة واحدة بعد الانكسار هي نقطة (Q') ، تسمى زوج النقاط (QQ') بالنقاط المترافقة . النقطة (Q') تمثل صورة لنقطة الجسم (Q) ، الجدير بالذكر ان تكوين النقاط المترافقة يتطلب وجود شعاعين متقاطعين أو اكثر. وبنفس الطريقة يمكن تكوين مجموعة من ازواج النقاط المترافقة للجسم والصورة فتتكون صورة مقلوبة (M'Q') للجسم (MQ) .



الشكل (2): طريقة الشعاع الموازي لتكوين الصور

B.طريقة الشعاع المائل (**Oblique Ray Method**)

تستخدم هذه الطريقة لتكوين الصور للاجسام النقطية وكما موضح في الشكل (3) . نفرض ان الجسم النقطي (M) هو جسم محوري يبعث شعاع مائل (1) ويقطع السطح الكروي في نقطة (T) . لمعرفة مسار الشعاع (1) بعد الانكسار على السطح الكروي نرسم شعاع اساسي (2) موازي له يمر في مركز تكور السطح الكروي بحيث يمر بدون انكسار ويتقاطع مع المستوى البؤري (W) في نقطة (X) ، نصل النقطتين (T,X) فيكون مسار الشعاع (1) بعد الانكسار ، ويمتد المستقيم (TX) الى ان يتقاطع مع المحور البصري في (M') التي تمثل صورة الجسم النقطي (M) .



الشكل (3): طريقة الشعاع المائل لتكوين الصور

5) الطريقة الرياضية (**mathematical method**)

يمكن إيجاد صفات الصورة المتكونة في السطوح الكروية رياضيا من خلال صيغة رياضية تسمى **صيغة كاوس (Gauss Formula)** وهي معادلة مشتقة من قانون سنيل وتطبيقه على السطح الكروي ومعالجته هندسيا من خلال حساب زاوية السقوط والانكسار ومعاملات الانكسار للوسطين ، تتمثل صيغة كاوس بالمعادلة التالية:

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots (1)$$

حيث (s, s') يمثلان بعد الجسم والصورة على الترتيب ، (r) هو نصف قطر التكور للسطح الكروي ، (n, n') معامل انكسار الوسط الاول والثاني على الترتيب .

نستنتج من المعادلة (1) ان العلاقة بين بعد الجسم والصورة هي علاقة عكسية ، اي كلما اقترب الجسم من السطح الكروي كلما ابتعدت الصورة منه . الى ان يصل الجسم في نقطة البؤرة الاولية (s = f) فعندها تصبح الصورة في المالانهاية ($s' = \infty$) فتصبح المعادلة (1) :

$$\frac{n}{f} + \frac{n'}{\infty} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{n}{f} = \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots (2)$$

كذلك نستنتج انه كلما أبتعد الجسم عن السطح الكروي كلما اقتربت الصورة منه . الى ان يصل الجسم الى المالانهاية ($s = \infty$) فعندها تصبح الصورة في البؤرة الثانوية (s'= f ') فتصبح المعادلة (1) :

$$\frac{n}{\infty} + \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r} \quad \ldots\ldots (3)$$

بتعويض المعادلتين (2,3) في المعادلة (1) تصبح الصيغة كالتالي :

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad \ldots\ldots (4)$$

تسمى المعادلة (4) **بالصيغة العامة للسطوح الكروية أو صيغة كاوس العامة** .

6) التكبير الجانبي (**Lateral Magnification**)

يعرف التكبير الجانبي للسطح الكروي (m) بانه النسبة بين البعد المستعرض للصورة (y′) الى البعد المستعرض للجسم (y) حسب المعادلة :

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{\mathrm{ns}'}{\mathrm{n}'\mathrm{s}} = -\frac{s' - r}{s + r} \quad \ldots\ldots (5)$$

نستنتج من المعادلة (5) ان التكبير الجانبي يعتمد على بعد الجسم والصورة ومعامل انكسار الوسطين . من خلال الحد الاول للمعادلة (5) تكون الصورة مكبرة اذا كانت قيمة (m>1) ومصغرة اذا كانت قيمة (m<1) وبنفس حجم الجسم اذا كانت قيمة (m=1). كذلك تكون الصورة معتدلة (erect) اذا كانت اشارة التكبير موجبة (+=m)، والصورة مقلوبة (inversed) اذا كانت اشارة التكبير سالبة (- = m) .

7) قدرة السطح الكروي (**Power of Spherical Surface**)

تتمثل قدرة السطح الكروي (P) في قابلية السطح على تجميع (converging) او تفريق (diverging) الاشعة الضوئية الساقطة عليه ، وتحسب القدرة من خلال صيغة كاوس ايضا مع مراعاة استخدام الابعاد بالامتار (meter) لتظهر قيمة القدرة بوحدات خاصة تسمى **الديوبيتر(Diopeter)** ، وكما موضح في المعادلة :

$$P = -\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} \quad \ldots\ldots (5)$$

8) اصطلاح الإشارات (**convention of signs**)

ان الطريقة الهندسية المتبعة لمعرفة صفات الصورة في السطوح الكروية يجب فيها مراعاة اتجاه انتشار الاشعة الضوئية وموقع الجسم والصورة ونوع السطح (محدب او مقعر) ، لكي تتحقق النتائج الحسابية الصحيحة من خلال تطبيقها في صيغة كاوس ، فلذلك يجب الاتفاق على مجموعة فقرات تخص الاشارات الخاصة بالصيغة وكما يلي :

1) يرسم مسار الاشعة الضوئية من اليسار الى اليمين دائما .
2) اذا كان الجسم يقع على يسار السطح الكروي يعتبر الجسم حقيقي وبعده موجب (+ s) ، واذا كان الجسم على يمين السطح الكروي يعتبر الجسم خيالي وبعده سالب (- s) .
3) اذا كانت الصورة تقع على يمين السطح الكروي تعتبر الصورة حقيقية وبعدها موجب (+ s') ، واذا كانت الصورة على يسار السطح الكروي تعتبر الصورة خيالية وبعدها سالب (- s') .
4) اذا كان السطح الكروي محدب يكون نصف قطر تكوره موجب (+ r) ، واذا كان السطح الكروي مقعر يكون نصف قطر تكوره سالب (- r) .
5) يعتبر البعد البؤري الاولي والثانوي كمية موجبة ($+= f , f'$) للسطح المحدب (سطح جامع للاشعة converging surface)، ويعتبر البعد البؤري الاولي والثانوي كمية سالبة ($-= f , f'$) للسطح المقعر (سطح مفرق للاشعة diverging surface) اذا كان ($n' > n$) ، والعكس صحيح .

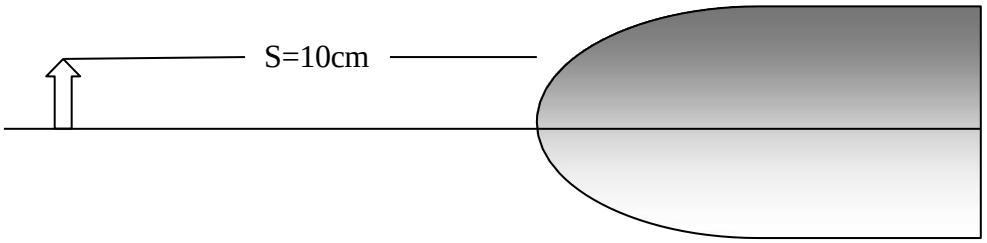
جدير بالذكر ان الصورة الحقيقية تنتج من تقاطع الاشعة الضوئية بعد الانكسار ويمكن إسقاطها على حاجز كما أسلفنا ، والصورة الخيالية تنتج من تقاطع امتدادات الاشعة الضوئية بعد الانكسار ولا يمكن إسقاطها على حاجز .

يعتبر في صفات الصورة المتكونة أربعة أمور هي:

- موقع الصورة (image position)، ويحسب من خلال قيمة (s')
- هل الصورة حقيقية ام خيالية (real or virtual) ، ويحسب من خلال إشارة (s')
- هل الصورة مكبرة ام مصغرة (magnified or minified) ، ويحسب من خلال قيمة (m)
- هل الصورة معتدلة ام مقلوبة (erect or inversed) ، ويحسب من خلال إشارة (m)

9) مسائل الفصل الثالث (**Problems**)

1) صقلت النهاية اليسرى لساق زجاجي معامل انكساره (n'=1.6) لتصبح سطح كروي محدب نصف قطر تكوره (3 cm) . جسم ارتفاعه (2 cm) موضوع في الهواء على يسار السطح المحدب بمسافة (10 cm) ، جد : (a) البعد البؤري الاولي والثانوي ، (b) قدرة السطح ، (c) صفات الصورة ، (d) ارتفاع الصورة .



$$\frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n}{f}=\frac{n'}{f'}=\frac{n'-n}{r}$$

$$a)\ \frac{n}{f}=\frac{n'-n}{r}\ \rightarrow\ \frac{1}{f}=\frac{1.6-1}{3}\ \rightarrow\ f=\frac{3}{0.6}=5\ cm$$

$$\frac{n'}{f'}=\frac{n'-n}{r}\ \rightarrow\ \frac{1.6}{f'}=\frac{1.6-1}{3}\ \rightarrow\ f'=\frac{3*1.6}{0.6}=8\ cm$$

$$b)\ P=\frac{n'-n}{r}=\frac{1.6-1}{3*10^{-2}}=20\ D$$

$$c)\ \frac{n}{s}+\frac{n'}{s'}=\frac{n}{f}\ \rightarrow\ \frac{1}{10}+\frac{1.6}{s'}=\frac{1}{5}\ \rightarrow\ \frac{1.6}{s'}=\frac{1}{5}-\frac{1}{10}\ \rightarrow\ s'=16cm$$