الفصل الثالث

ظاهرة النشاط الاشعاعي

ظاهرة النشاط الاشعاعي Radioactivity :

هي ظاهرة انبعاث جسيمات نووية (γ و β و α مثلا) من بعض النوى المتهيجة . وتصف ظاهرة النشاط الاشعاعي بانها عشوائية وذاتية ، فهي عشوائية لان عدد النوى المتحللة في وحدة الزمن ليس ثابتا، وذاتية لانه لا يمكن التأثير عليها بأي مؤثر خارجي كدرجة الحرارة او الضغط او الرطوبة ، ولا بحالة المادة صلبة او سائلة او غازية ، نقية او مركبة ، حتى ان تحلل نواة ما ليس له علاقة بتحلل النوى المجاورة كما ان نمط تحللها (في حالة تحلل تلك النوى بنمطين : مثلا نمط تحلل α ونمط تحلل كاما) لا يعتمد على نمط تحلل جاراتها.

الفعالية Activity :

هي المعدل الزمني لانبعاث الجسيمات من عينة مشعة من النوى ، ويتناسب عدد النوى المتحللة (اي عدد الجسيمات المنبعثة) dN مع عدد النوى المشعة N ، وعلى طول الفترة الزمنية للتحلل dt ، اي ان :

$$dN \alpha N dt \rightarrow dN = -\lambda N dt \qquad \ldots\ldots\ldots(1)$$

حيث λ : ثابت التحلل والذي يعني او يمثل العدد الجزئي للنوى المتحللة (نسبة الى عدد كل النوى المتوفرة) ولكل وحدة زمن ، ولذا فوحدة قياس (λ) هي مقلوب وحدة الزمن اي $\frac{1}{S}$ ، وبتكامل المعادلة (1) :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt \rightarrow \int_{N_o}^{N} \frac{dN}{N} = \int_0^t -\lambda dt$$

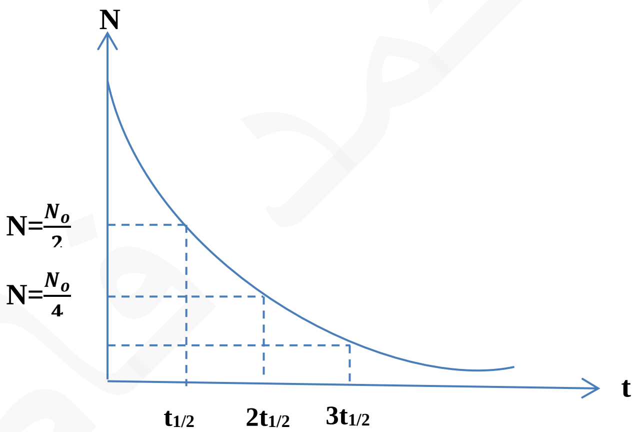
$$\therefore Ln\frac{N}{N_o} = -\lambda t \rightarrow N = N_o e^{-\lambda t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$ **قانون الانحلال الاشعاعي**

حيث N : عدد النوى المتبقية بعد مرور الفترة الزمنية t على لحظة صنع المصدر .

$N=N_o$: عدد النوى المشعة لحظة خلق او صنع المصدر اي عند $t=0$

من الواضح ان عدد النوى المشعة المتبقية N يتناسب تناسبا أسيا تناقصيا مع الزمن . وتسمى الفترة الزمنية التي خلالها ينقص عدد النوى المشعة الى نصف قيمتها الاصلية عمر النصف ($t_{1/2}$) **half-life time**

فبجعل $N=\frac{N_o}{2}$ في معادلة (2) واخذ (Ln) لطرفي معادلة (2) نحصل على :



$$\frac{N_o}{2} = N_o e^{-\lambda t_{1/2}}$$

$$Ln(\tfrac{1}{2}) = -\lambda\, t_{1/2} \rightarrow Ln1 - Ln2 = -\lambda\, t_{1/2}$$

$$\therefore 0-0.693 = -\lambda t_{1/2}$$

$$\therefore t_{1/2} = \frac{0.693}{\lambda}$$

ومن ناحية اخرى فان فعالية المصدر تساوي القيمة المطلقة للمعدل الزمني لتغير عدد النوى. فبأخذ المشتقة الزمنية لمعادلة (2) نجد ان :

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N_o e^{-\lambda t} = -\lambda N \rightarrow \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$$

$$\therefore A = A_o e^{-\lambda t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

حيث A_o : فعالية المصدر في لحظة انتاجه عندما $t=0$

A : فعاليته بعد مضي الفترة t .

من معادلة (3) ومن تعريف الفعالية يتضح ان وحدة الفعالية هي (تحلل/ثا) $(\frac{dis}{s})$ الا ان هذه الوحدة صغيرة جدا ، لذا ولاجل الاغراض العملية والعلمية تستعمل وحدة الكيوري (*curie*) تخليدا لمدام كوري التي كانت من رواد دارسي ظاهرة النشاط الاشعاعي ، حيث :

1 curie =ci=$3.7\times10^{10}\ \frac{dis}{s}$, mci=$3.7\times10^{7}\ \frac{dis}{s}$, μci=$3.7\times10^{4}\ \frac{dis}{s}$

وهناك وحدة البيكرل (*Bequerel*) وهو انحلال واحد في الثانية الواحدة.

وحيث ان نمط تحلل ما لا يعتمد على نمط التحلل الاخر للعينة المشعة (التي تتحلل بنمطين ، نمط تحلل α ونمط تحلل γ مثلا) ، فعليه فان نقصان عدد النوى المشعة في الفترة dt سينتج عن نمطي التحلل كليهما ، اي ان :

$$-dN = dN_\alpha + dN_\gamma = \lambda_\alpha N dt + \lambda_\gamma N dt$$

$$\int_{No}^{N} \frac{dN}{N} = -\int_0^t (\lambda_\alpha + \lambda_\gamma) dt$$

$$\therefore N = N_o e^{-(\lambda_\alpha+\lambda_\gamma)t} = N_o e^{-\lambda_{tot}.t} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots. (4)$$

حيث λ_{tot} هو ثابت التحلل الكلي وهو يساوي $\lambda_{tot} = (\lambda_\alpha + \lambda_\gamma)$ وبضرب طرفي هذه المعادلة بعدد النوى المشعة المتبقية N يمكن ان نستدل على ان :

$$A_{tot} = A_\alpha + A_\gamma \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

اي ان الفعالية الكلية لمصدر يتحلل بنمطين تساوي مجموع فعاليتي النمطين كل على انفراد وتسمى النسبة :

$\frac{A_\alpha}{A_{tot}} = \frac{\lambda_\gamma}{\lambda_{tot}}$ **(Branching ratio) نسبة التفرع**

والقيمة العملية لعمر النصف للنواة تساوي $\frac{0.693}{\lambda_{tot}}$

$$\frac{A_\gamma}{A_{tot}} = \frac{\lambda_\gamma}{\lambda_{tot}}$$

<u>معدل العمر average time (τ)</u>

هو معدل الزمن الذي تبقى خلاله النوى بدون تحلل اشعاعي حيث :

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\lambda}$$

$$\therefore \boldsymbol{\tau} = \frac{1}{\frac{0.693}{t_{1/2}}} = 1.44\ t_{1/2}$$

or $t_{1/2} = 0.693\ \tau$

<u>العدد الكلي للنوى المشعة (No)</u>

لمعرفة عدد النوى المشعة الاصلية No ، نطبق العلاقة الاتية :

$$N_o = \frac{w(gm) \times N_A}{A}$$

حيث w = وزن النظير النقي (او نسبة وزنه إذا كان على شكل مركب) بالغرامات

N_A = عدد افوكادرو ويعادل 6.025×10^{23} atom/mol

A = العدد الكتلي

Not:

$$n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$$

حيث n : عدد المولات ، N : عدد الذرات ، N_A : عدد افوكادرو

m : الوزن ، M : الكتلة الذرية بوحدة gm/mol

$$\therefore N = \frac{mN_A}{M}$$

$$\therefore N = \frac{gm \times \frac{atom}{mole}}{\frac{gm}{mole}} = atom\ .$$

ان العمر النصفي للنوى الام والاعمار النصفية الجزئية لكل تفرع هي :

$$t_{tot} = \frac{0.693}{\lambda_{tot}}\ , \quad t_\alpha = \frac{0.693}{\lambda_\alpha}\ \ , \ t_\gamma = \frac{0.693}{\lambda_\gamma}$$

وان عدد النوى الام والنوى الوليدة للفرعين الفا وكاما يمكن الحصول عليها من المعادلات الاتية :

$$N_1 = N_o e^{\lambda_{tot} t}$$

$$N_{2\alpha} = \left(\frac{\lambda_\alpha}{\lambda_{tot}}\right) N_o \left(1 - e^{-\lambda_{tot} t}\right)$$

$$N_{2\gamma} = \left(\frac{\lambda_\gamma}{\lambda_{tot}}\right) N_o \left(1 - e^{-\lambda_{tot} t}\right)$$

س/احسب ثابت التحلل اليورانيوم ^{235}U (عمر النصف = 7.1×10^8 y) ، وما هو عدد التحللات في الثانية الواحدة لـ (0.2 gm) من ^{235}U بوحدة الكوري ؟

الحل :

$$1)\ \lambda = \frac{0.693}{t_{1/2}} = \frac{0.693}{7.1 \times 10^8 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60}$$

$$\lambda = 3.095 \times 10^{-17}\ \ sec^{-1}$$

2) A= λN

$$N = \frac{mN_A}{A} = \frac{0.2 \times 6.025 \times 10^{23}}{235} = 5.1277 \times 10^{20}\ atom$$

$$\therefore A = \lambda N = 3.095 \times 10^{-17} \times 5.1277 \times 10^{20} = 1.587 \times 10^4\ \ dis/sec$$

$\therefore A = 4.3 \times 10^{-7}\ ci$ **ci=3.7×10^{10} dis/sec**

س/إذا علمت ان عمر النصف لعنصر مشع يساوي 20 يوم جد :

1)الزمن اللازم لانحلال $\frac{3}{4}$ ذراته الاصلية .

2)الزمن اللازم لبقاء $\frac{1}{8}$ ذراته الاصلية دون انحلال

3) معدل عمر ذلك النظير ؟

الحل /

1)$N=N_0\, e^{-\lambda t}$

$N=N_0 - \frac{3}{4} N_0 = \frac{1}{4}N_o$ → $\frac{1}{4}\, N_o = N_o e^{-\lambda t}$

$2^{-2} = e^{-\lambda t}$ → $-2 \ln 2=-\lambda t$ → $t= \frac{2\, Ln2}{\lambda} = 2.\frac{0.693}{\lambda}$

$\therefore\ t=2.\, t_{1/2} = 2\times 20 = 40$ days.

2) $\frac{1}{8} N_0 =N_0\, e^{-\lambda t}$ → $2^{-3} = e^{-\lambda t}$ → $-3\, Ln2 =-\lambda t$

$\therefore\ t=3\, \frac{0.693}{\lambda} = 3\, t_{1/2} =3\times 20 = 60$ days

3) $\tau_2 = \frac{1}{\lambda} = \frac{20\times 24\times 60\times 60}{0.693} = 2.4\times 10^6\ sec = 27.7\ days$

<u>طرق انتاج النظائر المشعة :</u>

<u>1-انتاج نظير مشع بالقصف النووي :</u>

لنفرض ان عينة من مادة غير مشعة قد قصفت بالنيوترونات وان نظيراً مشعاً قد تم انتاجه بمعدل ثابت (Q) ، وبنفس الوقت يتحلل النظير المشع بمعدل ($-\lambda N$) ، حيث N عدد النوى المشعة الموجودة في تلك اللحظة ، λ ثابت تحلل النظير ، فعليه فان محصلة معدل تغير N مع الزمن يعطى بالعلاقة الاتية :

$$\frac{dN}{dt} = Q - \lambda N \rightarrow \frac{dN}{Q-\lambda N} = dt \qquad \times \frac{-\lambda}{-\lambda}$$

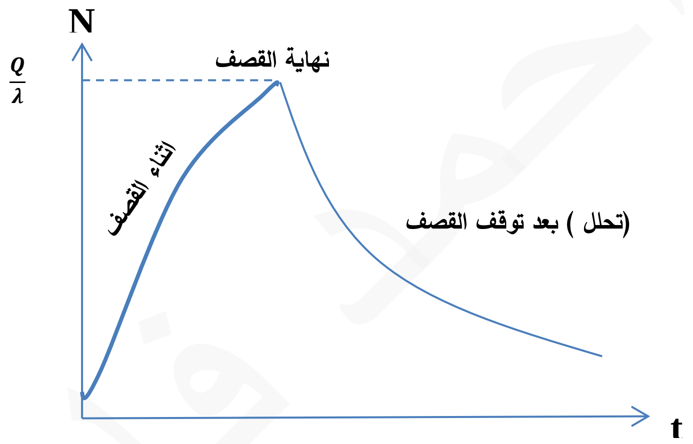
$$\therefore \int_0^N -\frac{\lambda dN}{Q-\lambda N} = \int_0^t -\lambda t \rightarrow Ln(Q-\lambda N)\Big|_0^N = -\lambda t$$

$$Ln\frac{Q-\lambda N}{Q} = -\lambda t \rightarrow \frac{Q-\lambda N}{Q} = e^{-\lambda t}$$

$$\therefore Q-\lambda N = Qe^{-\lambda t} \rightarrow \lambda N = Q - Qe^{-\lambda t}$$

$$\therefore N = \frac{Q}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$$

وبرسم N كدالة للزمن سنحصل على الشكل ادناه ، ويتوقف القصف بعد $t=\infty$ ، حيث نحصل على اعلى فعالية اشعاعية :



مثال / عند قصف النيكل ^{60}Ni بذرات الهيدروجين الثقيل (ديوترونات) يتكون النحاس ^{61}Cu والذي له عمر نصف يساوي 3.3 hr ، بمقدار 5×10^8 atom/sec جد :

1)عدد ذرات النحاس ^{61}Cu في حالة الاشباع ؟

2)ما هو مقدار الوزن المتكون للنحاس ^{61}Cu ؟

الحل :

$${}^{60}_{28}N_i + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{61}_{29}Cu + {}^{1}_{0}n$$

1)N= $\frac{Q}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$

في حالة الاشباع فان t=∞ ،

N(t=∞) $= \frac{Q}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right) = \frac{Q}{\lambda}$

$$N = \frac{5\times10^{8}}{\frac{0.693}{3.3\times60\times60}} = 8.57 \times 10^{12} \quad atoms$$

$$2)\ N = \frac{mN_A}{A} \rightarrow m = \frac{N*A}{N_A} = \frac{8.571\times10^{12}\times61}{6.023\times10^{23}} = 8.678 \times 10^{-10} \quad gm$$

مثال/ما مقدار النشاط الاشعاعي لصفيحة من الذهب متكونة من عملية تشعيع لفترة خمس ساعات في مفاعل علما ان سرعة التكوين هي 10^9 atom/sec ، وان عمر النصف هو 2.69 day ؟

الحل/

$$N = \frac{Q}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$$

$$N\lambda = Q\left(1 - e^{-\lambda t}\right) = 10^{9}[1 - exp(-0.693 \times 5/2.69 \times 24)]$$

$$N\lambda = 5.22 \times 10^{7}\,\frac{dis}{sec} = 1.4 \times 10^{-3}\ \ Ci = 1.4\, mci$$

<u>انتاج نظير مشع بتحلل نواة ام مشعة (الانحلال المتعاقب) :</u>

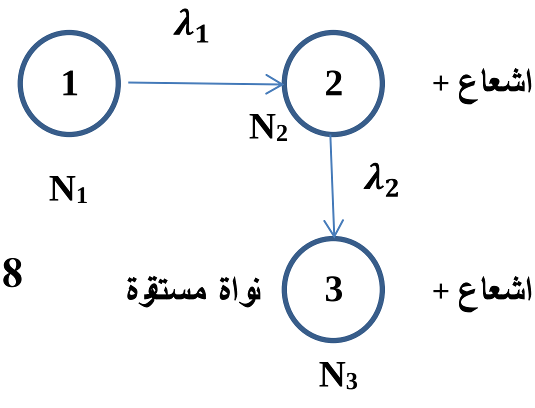
في العديد من الحالات التي يمكن مواجهتها في عملية انحلال النشاط الاشعاعي ان النواة الام parent nucleus تنحل الى نواة وليدة daughter nucleus والتي تكون بدورها ذات نشاط اشعاعي أيضاً وتنحل الى نواة حفيدة grand daughter وهكذا يكون من الممكن الحصول على سلسلة من الانحلالات ذات النشاط الاشعاعي .... 1→2→3→4 .

ولنفرض انه يوجد لدينا من البداية (N_0) من نوى الام عند بداية الزمن (t=0) وانه لا يوجد نوى لناتج الانحلال decay products اصلا ، وان كل نواة منحلة تنتج نواة وليدة واحدة ، ولتسهيل دراسة الموضوع سنفرض ان النواة الوليدة (3) هي مستقرة :

$$A \overset{\lambda_1}{\rightarrow} B \overset{\lambda_2}{\rightarrow} C$$

No 0 0 t=0

N_1 N_2 N_3 t بعد فترة زمنية



وبعد مرور فترة زمنية معينة (t) تبدأ النواة الام بالانحلال ويقل عددها حسب قانون الانحلال:

$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1$ ....(1)

اما النوى الوليدة فيزداد عددها نتيجة لانحلال النوى الام ويقل نتيجة لانحلالها هي أيضاً ، وعليه فان :

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$ ....(2)

اما النوى الحفيدة فيزداد عددها باستمرار لانها نوى مستقرة وغير مشعة:

$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2$ ....(3)

فبالنسبة للمعادلة (1) يمكن الحصول على عدد نوى الام N_1 من التكامل المباشر لها :

$N_1 = N_0 e^{-\lambda_1 t}$ ....(4)

اما المعادلة (2) فيتم حلها كالاتي :

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$$

نعوض عن N_1 من معادلة (4) :

$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 N_2$ ....(5)

وبالضرب $(e^{\lambda_2 t})$:

$$e^{\lambda_2 t} dN_2 = \lambda_1 N_0 e^{-\lambda_1 t} e^{+\lambda_2 t} dt - \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} dt$$

$$e^{\lambda_2 t} dN_2 + \lambda_2 N_2 e^{\lambda_2 t} dt = \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\, dt$$

$$\int_0^{N_2} d(N_2\, e^{\lambda_2 t}) = \int_0^t \lambda_1 N_0 e^{(\lambda_1 - \lambda_2)t}\, dt$$

$$N_2 e^{\lambda_2 t} = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - 1\right]$$

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_2 t} e^{(\lambda_2 - \lambda_1)t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$ ....(5) حفظ

اما المعادلة (3) فيمكن حلها كالاتي :

$$\frac{dN_3}{dt} = \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

$$\int_0^{N_3} d\,N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\int_0^{t}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right] dt$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2}\right]_{0}^{t}$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[\frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_1} - \frac{e^{-\lambda_2 t}}{-\lambda_2}\right] - \left[\frac{1}{-\lambda_1} - \frac{1}{-\lambda_2}\right]$$

$$N_3 = \frac{\lambda_1 \lambda_2 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left\{\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 \lambda_1}\right\}$$

$$\therefore N_3 = N_0\left\{1 - \frac{\lambda_2 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_1 e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2 - \lambda_1}\right\} \;\ldots\ldots\ldots (6)$$ حفظ

<u>التوازن الاشعاعي :</u>

يقصد بالتوازن الاشعاعي عدم تغير نسب الانوية المشعة في العينة الواحدة بمرور الزمن ، وهناك حالتين يحدث فيهما التوازن الاشعاعي :

<u>1-التوازن الانتقالي :</u>

يحدث هذا التوازن بين نوى العناصر المشعة الام والنظائر الوليدة إذا كان عمر النصف للنواة الام كبير نسبياً مقارنة بعمر النصف للنواة الوليدة:

$(T_{1/2})_1 > (T_{1/2})_2 \rightarrow \lambda_1 < \lambda_2$

ومن خلال معادلة (5) :

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1}\left[e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right]$$

فان معدل الانهيار في قيمة $(e^{-\lambda_2 t})$ يكون اسرع مما يحدث في قيمة $(e^{-\lambda_1 t})$ ، وخاصة عند زيادة الزمن t ، وهكذا نجد انه يمكن اهمال $(e^{-\lambda_2 t})$ مقارنة بـ $(e^{-\lambda_1 t})$ بعد زمن مناسب يتوقف على $(T_{1/2})_1$, $(T_{1/2})_2$ ، وبالتالي فان عدد انوية النظير الوليد هو :

$$N_2 = \frac{\lambda_1 N_0}{\lambda_2 - \lambda_1} e^{-\lambda_1 t} = \frac{\lambda_1 N_1}{\lambda_2 - \lambda_1} \rightarrow \lambda_2 N_2 = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1} \lambda_1 N_1$$

$$\therefore \frac{A_2}{A_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

حيث A_2 , A_1 هما كفاءة النشاط الاشعاعي للنوى الام والوليدة على الترتيب ، وهكذا يمكن توقع ان الشدة الاشعاعية للنوى الوليدة تصبح اعلى من الشدة الاشعاعية للنوى الام عند حدوث توازن مرحلي (انتقالي) .

2-التوازن الاشعاعي الابدي:

يحدث هذا النوع من التوازن عندما يكون عمر النصف للنواة الام كبير جدا مقارنة بعمر النصف للنواة الوليدة :

$(T_{1/2})_1 >> (T_{1/2})_2 \rightarrow \lambda_1 << \lambda_2$

وبالتالي قد تقترب λ_1 من الصفر اي ان $e^{-\lambda_1 t} \cong 1$

$$\therefore N_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} N_0 \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$\therefore \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_0 \left(1 - e^{-\lambda_2 t}\right) \rightarrow$ عندما تكون t صغيرة

ولكن عندما تزداد الفترة الزمنية المنقضية ، نجد ان قيمة $(e^{-\lambda_2 t})$ تقارب الصفر

$$\therefore \lambda_2 N_2 = \lambda_1 N_1 \rightarrow A_2 = A_1$$

وهكذا نجد ان من صفات التوازن الابدي ان الشدة الاشعاعية للنوى الوليدة تكافئ تماما الشدة الاشعاعية للنوى الام .

<u>زمن اعظم فعالية لنوى وليدة منتجة :</u>

ان عدد النوى الوليدة N_2 ، حسب المعادلة (5) يساوي صفراً في بداية الزمن $t=0$ ، $t=\infty$ حيث تكون جميع النوى الام والنوى الوليدة قد انحلت . لذا نجد في فترة زمنية وسطية t_{max} ، حيث ان النوى الوليدة وبالتالي فعاليتها تمر بقيمتها العظمى اي عند الزمن t_{max} فان :

$$\frac{dN_2}{dt} = 0$$

وباجرا التفاضل على المعادلة (5) بالنسبة للزمن يمكن الحصول على الزمن الاعظم t_{max} الذي يكون فيه تركيز N_2 اقصى ما يمكن وكالاتي:

$$N_2 = N_0 \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = N_0\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\left(-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}\right)\ =0$$

وبما ان الحد $\left(N_0\ \frac{\lambda_1}{\lambda_2-\lambda_1}\right)$ لا يمكن ان يساوي صفراً ، فاذن المقادير الموجودة داخل القوسين يجب ان تساوي صفراً ، اذن :

$$-\lambda_1 e^{-\lambda_1 t_{max}} + \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_{max}} = 0 \rightarrow \lambda_2 e^{-\lambda_2 t_{max}} = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t_{max}}$$

$$Ln\ \lambda_2 - \lambda_2 t_{max} = Ln\ \lambda_1 - \lambda_1 t_{max}$$

$$Ln\ \lambda_2 - Ln\ \lambda_1 = \lambda_2 t_{max} - \lambda_1 t_{max} \rightarrow\ t_{max} = \frac{Ln\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)}{\lambda_2-\lambda_1} \quad \text{.........(12)}$$

ولغرض حساب الفعالية العظمى للنوى الوليدة يجب ان تحسب اولا الزمن الذي تصل به الفاعلية قيمتها العظمى من معادلة (12) ثم نطبق :

$$A_{max} = N_0\lambda_1 \frac{\lambda_2}{\lambda_2-\lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t_{max}} - e^{-\lambda_2 t_{max}}\right)\ \text{.................... (13)}$$