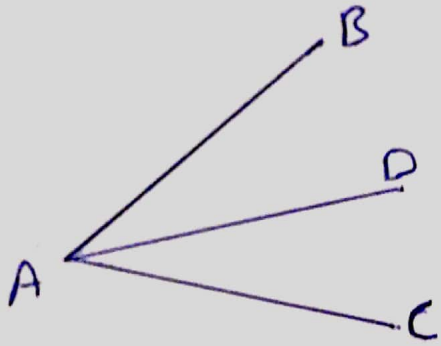
مبرهنة (٤٠)

اذا كانت D نقطة في داخل $\angle BAC$ فإن كل نقطة على الشعاع $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle BAC$.



البرهان

بما ان D تقع في داخل $\angle BAC$ بالفرض
فإن D لا تقع على AB ولا تقع على AC
لذا فإن $\overrightarrow{AD}$ لا تقع على AB او على AC
لكن نقطة بدايته A تقع على AB $\Leftarrow$ (د) $\angle A = 0^\circ$ كل نقاط $\overrightarrow{AD}$ تقع في نفس الجهة من AB .

وبما ان D في جهة AB التي تحوي C فإن كل نقاط $\overrightarrow{AD}$ تقع في جهة AB التي تحوي C .

بما ان نقطة بداية $\overrightarrow{AD}$ تقع على AC فانه من (د) $\angle A = 0^\circ$ (الشعاع الذي نقطة بدايته على مستقيم لكنه لا يقع على المستقيم فان كل نقاطه تقع في نفس الجهة من المستقيم) $\Leftarrow$ كل نقاط $\overrightarrow{AD}$ تقع في نفس الجهة من AC .

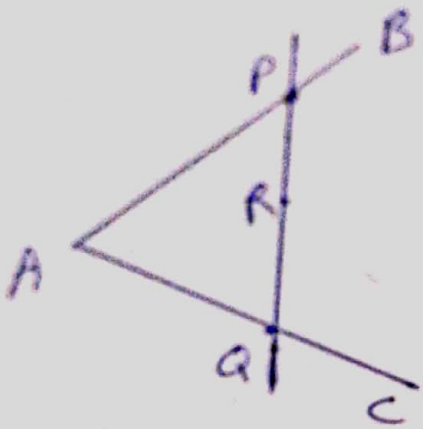
وبما ان D تقع في جهة AC التي تحوي B فإن كل نقاط $\overrightarrow{AD}$ تقع في جهة AC التي تحوي B .

$\Leftarrow$ مسلمة بناء الزاوية كل نقاط الشعاع $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle BAC$.

و . ه . م

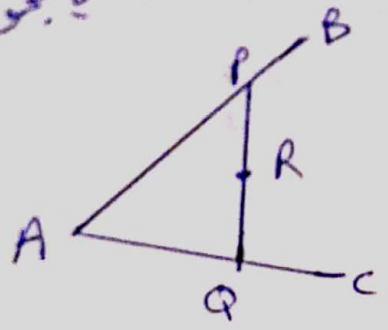
مبرهنة (٤١) للاستاذ (فقط النص)

اذا كانت P, Q نقطتين على ضلعي زاوية و R نقطة على الخط PQ وفي داخل الزاوية فان $P-R-Q$



مبرهنة (٤٢)

اذا كانت P, Q نقطتين على ضلعي زاوية فان $P-Q$ هي مجموعة جزئية من داخل الزاوية.



البرهان

لتكن $\angle BAC$ ولتكن $P \in \overrightarrow{AB}$, $Q \in \overrightarrow{AC}$

يجب ان نبرهن ان $P-Q \subset \angle BAC$ داخل زاوية

if $R \in P-Q$ T-P $R \in \angle BAC$ داخل زاوية

لتكن $R \in P-Q$ تعريف القطعة $\leftarrow$ $P-R-Q$ $\leftarrow$ $P, Q \in \overrightarrow{PQ}$

$\overrightarrow{PQ}$ لا تقع على AB و $P \in AB$ مسلمة كل نقاط $\overrightarrow{PQ}$ تقع في نفس الجهة من AB

اي ان R, Q تقع في نفس الجهة من $AB = AP$

اي ان R تقع في جهة AP التي تحوي Q.

وبنفس الطريقة نبرهن ان R تقع في جهة AQ التي تحوي P وكذلك $\overrightarrow{PQ}$ لا تقع على $Q \in AC$, AC مسلمة كل نقاط $\overrightarrow{PQ}$ تقع في نفس الجهة من $\overrightarrow{AC}$ (د و) $\leftarrow$ اي ان R, P تقع في نفس الجهة من $AC = AQ$.

اي ان R تقع في جهة AQ التي تحوي P.

من تعريف داخل الزاوية $\leftarrow$ R تقع في داخل $\angle PAQ$

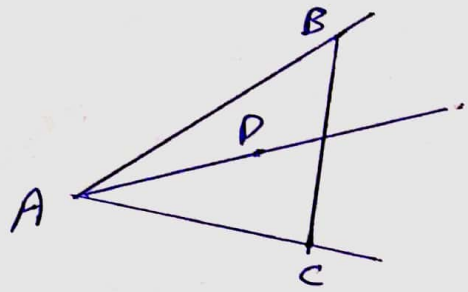
$\angle PAQ = \angle BAC \leftarrow$ ٢٦٣

$\leftarrow$ R تقع في داخل زاوية $\angle BAC$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مبرهنة (٤٣) (للاطلاع) (فقط النص)

اذا كانت D نقطة في داخل $\angle BAC$ فإن $\overrightarrow{AD}$ تقطع $\overline{BC}$.

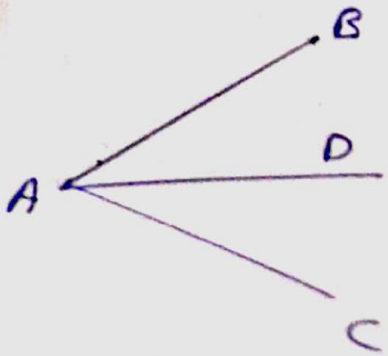


مبرهنة (٤٤) للاطلاع (فقط النص)

اذا كانت D نقطة في داخل $\angle BAC$ ، E اية نقطة في خارج الزاوية فإن القطعة $\overline{DE}$ تقطع الزاوية.

تعريف (١٧)

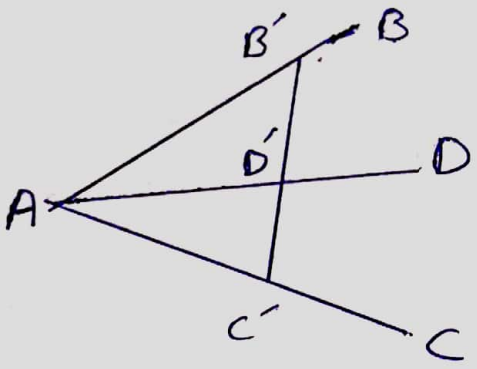
لتكن $\angle BAC$ زاوية متكونة من الشعاعين $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ فإن $\overrightarrow{AD}$ تكون بين $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow$ اذا كان $\overrightarrow{AD}$ في داخل $\angle BAC$.



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

برهنة (٤٥)

الشعاع $\overrightarrow{AD}$ يكون بين ساقين افرنين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ $\Leftrightarrow$ توجد نقاط B' على $\overrightarrow{AB}$ و C' على $\overrightarrow{AC}$ و D' على $\overrightarrow{AD}$ بحيث $B'-D'-C'$



البرهان

① $\Leftarrow$ نفرض ان AD تقع بين $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$

من تعريف (١٧) $\leftarrow$ $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle BAC$.

من ب٩ $\leftarrow$ توجد نقطة B' على $\overrightarrow{AB}$ توجد C' على $\overrightarrow{AC}$.

م٢٦ $\leftarrow$ $\angle BAC = \angle B'AC'$

$\leftarrow$ بما ان $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle BAC$

$\leftarrow$ $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle B'AC'$

م٤٣ $\leftarrow$ $\overrightarrow{AD}$ تقطع $B'-C'$ في نقطة D' $\leftarrow$ $B'-D'-C'$

② $\Rightarrow$ نفرض انه توجد نقاط $B' \in \overrightarrow{AB}$, $C' \in \overrightarrow{AC}$, $D' \in \overrightarrow{AD}$ بحيث $B'-C'-D'$.

م٤٢ $\leftarrow$ D' تقع في داخل $\angle BAC$.

$\because D' \in \overrightarrow{AD}$ $\xleftarrow{٤٠}$ كل نقطة $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل $\angle BAC$

في تعريف (١٧) $\leftarrow$ $\overrightarrow{AD}$ تقع بين $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner