مبرهنة (٤)

كل قطعة هي مجموعة محدبة .

البرهان

ليكن $A-B$ قطعة . المطلوب اثباته ان هذه القطعة $A-B$ هي مجموعة محدبة .

ليكن X, Y نقطتين مختلفتين في القطعة $A-B$

حسب تعريف المجموعة المحدبة يجب ان نبرهن ان $X-Y$ هي مجموعة جزئية من $A-B$ اي ان

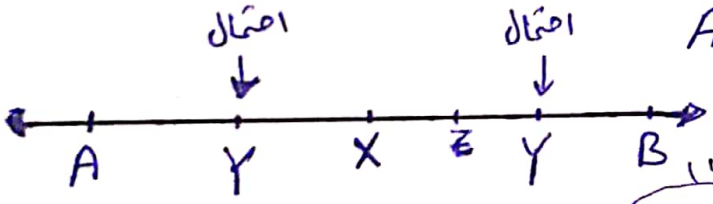
$$X-Y \subseteq A-B$$

ليكن $Z \in X-Y$ T.P $Z \in A-B$.

بما ان $Z \in X-Y$ ⟵ $X-Z-Y$

وبما ان $X \in A-B$ ⟵ $A-X-B$

وبما ان $Y \in A-B$ ⟵ $A-Y-B$



من ١، ٢ ⟵ بما ان $A-X-B$ (٢)، $A-Y-B$ (١)

⟵ $\boxed{A-Y-X}$ او $\boxed{A-X-Y}$

اي ان النقطة Y اما قبل النقطة X او بعدها

اذا كانت $A-X-Y$ بما ان $X-Z-Y$ فانه ٤ ⟵ $A-X-Z-Y$

تعريف الرمز ⟵ $A-Z-Y$ وبما ان $A-Y-B$ ⟵ ٤ $A-Z-Y-B$

الرمز ⟵ $A-Z-B$

⟵ $\boxed{Z \in A-B}$

عندما تكون $A-Y-X$ من ١، ٥ ⟵ $X-Y-A$ بما ان $X-Z-Y$

$X-Z-A$ بضم $X-Z-Y-A$ ⟵ ٤

من ١، ٥ ⟵ $A-Z-X$ بما ان $A-X-B$ ⟵ ٤ $A-Z-X-B$

$A-Z-B$ ⟵

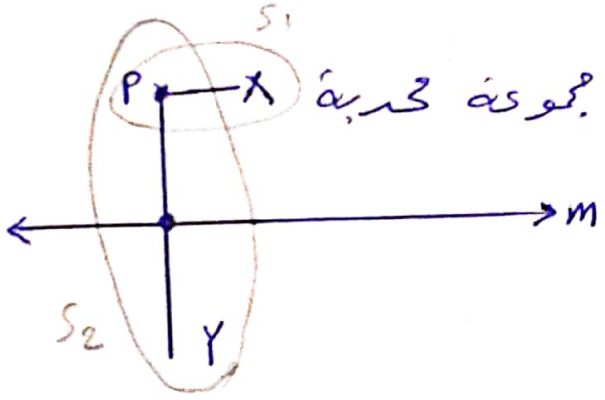
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

$\therefore \boxed{z \in A-B}$

وبهذا فأن $A-B$ مجموعة مفتوحة .

برهنة (٥٠) للاطلاع (النص فقط)

كل من جزئي المستقيم m هي مجموعة مفتوحة



برهنة (٦٠)

تقاطع n من المجموعات المفتوحة هو مجموعة مفتوحة .

البرهان

لتكن $A = A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots\dots \cap A_n$

الفكرة هي ان نأخذ المجموعة A والتي تمثل تقاطع عدد n من المجموعات المفتوحة اي ان $A_1, A_2, A_3, \dots\dots, A_n$ كلاً منها مفتوحة

المطلوب اثباته ان المجموعة A هي مجموعة مفتوحة .

لتكن X, Y نقطتين مختلفتين في A .

يجب ان نبرهن :

$X - Y \subseteq A$ حسب تعريف المجموعة المفتوحة .

بما ان $X, Y \in A \longleftarrow$

$X, Y \in A_1$

$X, Y \in A_2$

$X, Y \in A_3$

$\vdots$

$X, Y \in A_n$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

وبما ان A_1 مجموعة محدبة $\Leftarrow X-Y \subseteq A_1$ (حسب تعريف المجموعات المحدبة)

(" " ") $\Leftarrow X-Y \subseteq A_2$ " " A_2 " "

(" " ") $\Leftarrow X-Y \subseteq A_n$ " " A_n " "

اي ان

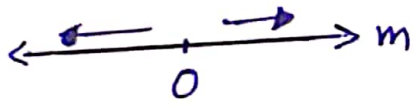
$$X-Y \subseteq \underbrace{A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap \dots \cap A_n}_{A}$$

$\Leftarrow$ A مجموعة محدبة لان اصبح لدينا $X-Y \subseteq A$

وحسب تعريف المجموعة المحدبة تكون المجموعة A مجموعة محدبة.

تعريف (١٠)

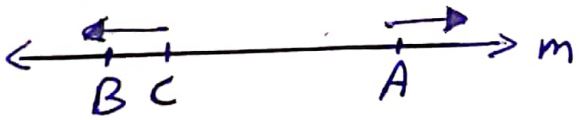
ندعى جزءا نقطة O كل مستقيم m بجزءي O المتعاكسين.



تعريف (١١): ندعى جزءا المستقيم m بجزءي m المتعاكستان

مبرهنة (٧) (للاطلاع) (فقط النص)

(P) اذا كانت النقطتان A,B في جزءين متعاكسين من مستقيم m ، B,C في نفس الجزء من m فان A,C في جزءين متعاكسين من m.



ب) اذا كانت النقطتان A,B في جزءين متعاكسين من مستقيم m وان B,C في جزءين متعاكسين من m فان A,C في نفس الجزء من m.

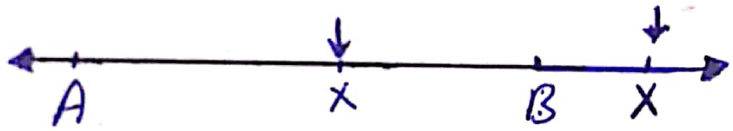
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(د) اذا كانت A, B في نفس الجهة من m ، B, C في نفس الجهة من m فإن A, C في نفس الجهة من m .

تعريف (١٠) مهم (تعريف الشعاع)

الشعاع $\overrightarrow{AB}$ هو مجموعة كل النقاط X على المستقيم AB حيث ان A لا تقع بين X, B . اي اما يكون $A-X-B$ او $A-B-X$

ويرمز له بالرمز $\overrightarrow{AB}$.



مبرهنة (٨) (للاطلاع) (فقط النص)

أ) الشعاع هو مجموعة محدبة

ب) الشعاع هو مجموعة جزئية من مستقيم

ج) للشعاع نقطة بداية وحيدة

د) نقطة البداية لا تنتمي الى الشعاع.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner