

proposition

① If $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ Converges, then

$$\lim_{n \rightarrow \infty} z_n = 0 \quad \left(\begin{array}{l} \text{إذا التتالي متناهية} \\ \text{يجب أن يكون الحد العام صفر} \end{array} \right)$$

② If $\sum_{n=1}^{\infty} |z_n|$ Converges, then

$$\sum_{n=1}^{\infty} z_n \text{ Converges.}$$

فما يثبت
المتتالي إذا
كانت التتالي
المتتالي متناهية
الحد العام يكون
متناهية

proof: [1] Assume $\sum_{n=1}^{\infty} z_n$ Converge

$$\Rightarrow \sum x_n \text{ and } \sum y_n \text{ Converge}$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0 \quad \& \quad \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 0$$

$$\Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} z_n = \lim_{n \rightarrow \infty} (x_n + i y_n) = 0$$

[2] Assume $\sum_{n=1}^{\infty} |z_n|$ converges

$$\Rightarrow |x_n| \leq |z_n| \text{ و } |y_n| \leq |z_n|$$

إذا كانت السلسلة العددية متقاربة فالسلسلة
الصفية تكون متقاربة

$\left. \begin{array}{l} |x_n| \leq |z_n| \\ |y_n| \leq |z_n| \end{array} \right\}$ by Direct Comparison test.

$\Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} |x_n|$ and $\sum_{n=1}^{\infty} |y_n|$ converge

$\Rightarrow \sum x_n \text{ و } \sum y_n$ converge

$\Rightarrow \sum z_n$ converge.

× السلسلة المطلقة متقاربة إذا تكونت السلسلة
الصفية موجبة متقاربة تكون متقاربة

Def: If $\sum_{n=1}^{\infty} z_n = S$, then define

the remainder $P_N = S - S_N$.

Remark: we note that a series converges to S if and only if

$\lim_{N \rightarrow \infty} P_N = 0$ if and only if $\lim_{N \rightarrow \infty} |P_N| = 0$

Def: A power series is a series of the form $\sum_{n=0}^{\infty} a_n (z - z_0)^n$, where

z_0 and a_0 are complex constant and z is complex variable.