Subject _____ موضوع الدرس

Date: / / الموافق التاريخ / /

Ex: Show that if $|z|<1$ then $\sum_{n=0}^{\infty} z^n = \frac{1}{1-z}$

Sol: (أسهل طريقة لإيجاد الحل باستخدام طريقة الباقي لأن الطريقة التقليدية لسيت سهلة وذلك لأن عملية إفصل صعبة $z^n=(x+iy)^n$.

$$S_N = 1 + z + \cdots + z^{N-1}$$

$$zS_N = z + z^2 + \cdots + z^N$$

$$zS_N - S_N = z^N - 1 \Rightarrow S_N(z-1) = z^N - 1$$

$$\Rightarrow \boxed{S_N = \frac{z^N-1}{z-1}}$$

$$P_N = S - S_N = \frac{1}{1-z} - \frac{1-z^N}{1-z}$$

$$P_N = \frac{z^N}{1-z}$$

Subject
Date: / / الموافق
موضوع الدرس
التاريخ / /

$$|\rho_N| = |\delta - \delta_N| = \frac{|z|^N}{|1-z|}$$

التعامل مع (modulus) لانه يتحول الى (Real Number)

$$\lim_{N\to\infty} |\rho_N| = \lim_{N\to\infty} \frac{|z|^N}{|1-z|}$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{e^{N \lim |z|}}{|1-z|} = 0$$

Since $\lim_{N\to\infty} e^N = \infty$ & $\lim_{N\to\infty} e^{-N} = 0$

$$\lim_{N\to\infty} \ln|z| = \begin{cases} + & |z|>1 \\ - & |z|<1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lim_{N\to\infty} e^{N \ln|z|} = \lim_{N\to\infty} e^{-N} = 0$$

$$\boxed{\lim_{N\to\infty} e^N = \infty \text{ & } \lim_{N\to\infty} e^{-N} = 0}$$

Subject _____ موضوع الدرس

Date: / / الموافق التاريخ / /

$$\lim_{N\to\infty} |P_N| = \lim_{N\to\infty} \frac{|z|^N}{|1-z|}$$

$$= \lim_{N\to\infty} \frac{e^{N \ln|z|}}{|1-z|} = 0$$

Since $|z| < 1$.